وزارة التربية

الرياضيات

كتاب المعلّم

الصفّ الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الأوّل

١١

الطبعة الثانية

وزارة التربية

الرياضيات

الصفّ الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الأول

كتاب المعلّم

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

الطبعة الثانية

١٤٤٦ - ١٤٤٧هـ

٢٠٢٤-٢٠٢٥م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الحادي عشر أدبي

أ. فتحي محمد عبد الفتاح (رئيسًا)

أ. محمد بدر حاتم محمد **أ. إقبال محمد البحراني**

أ. مها زايد مطلق العنزي **أ. رضية جواد حسين النصر**

أ. محمد عبدالله الحمد المجرن

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣م

© جَميع الحقوق مَحفوظة: لا يَجوز نشْر أيّ جُزء من هذا الكِتاب أو تَصويره أو تَخزينه أو تَسجيله بأيّ وَسيلَة دُون مُوَافقَة خطّيَّة مِنَ النّاشِر.

الطبعة الأولى: ٢٠١٣ م
الطبعة الثانية: ٢٠١٥ م
٢٠٢٣ م
٢٠٢٤م

حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح
أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal Al-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
The Amir of the State of Kuwait

سمو الشيخ صباح خالد الحمد الصباح
ولي عهد دولة الكويت

H.H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah
The Crown Prince of the State of Kuwait

مقدّمة من كتاب المعلِّم

توجيهات عامّة للمعلِّم

هذه السلسلة تعمل على تنمية أساليب التفكير، وذلك بتركيزها على بناء المفاهيم الرياضيّة وربطها بالواقع الحياتيّ من خلال:

١ - الأنشطة العمليّة في استكشاف المفاهيم ودعم إحساس الطالب بهذه المفاهيم، وذلك باستخدام عدّة طرائق مختلِفة:
العمل في فريق.
عمل مجلّات رياضيّة.
اِستخدام المحسوسات وشبه المحسوسات.
التعبير الشفهيّ (التواصل) - التفكير الناقد.

٢ - الاعتماد على المصوَّرات، وذلك من خلال التمثيل البيانيّ للمعلومات وقراءة البيانات الممثَّلة بيانيًّا.

٣ - الاعتماد على المواقف والقصص الحياتيّة وربطها بالموضوعات، وكذلك توظيف الموضوعات الرياضيّة في حلّ المسائل الحياتيّة.

٤ - التأكيد على فهم المفاهيم واستيعابها، والربط بين الرياضيّات وباقي الموادّ.

تطبيق السلسلة

لتطبيق السلسلة، يجب مراعاة ما يلي:

وجود ملفّين لكلّ تلميذ بحيث يُخصَّص أحدهما للأنشطة الصفّيّة واللاصفّيّة، أمّا الآخر فيُخصَّص للاختبارات والملحوظات الميدانيّة على أداء الطالب، ويُدوِّنها المعلِّم، وهذا أوّل ما يقوم به، مقرونةً بتواريخ المتابعة.

يُنوِّع المعلِّم في طرائق التدريس، وخاصّةً التي تشمل الاستكشاف وحلّ المشكلات.

نماذج المعلِّم لتقييم الطلاب تشمل:

- تقييم الأداء في حلّ المسائل.
- التقييم المستمرّ في حلّ المسائل والملاحظة والتعليم التعاونيّ.
- التقييم الفرديّ في الملاحظة والمراقبة.
- التقييم العامّ للطالب.

تقييم الأداء في حلّ المسائل

الإسم ..... التّاريخ .....

تقييم الأداء في حلّ المسائل

❶ ضع إشارة ✓ قرب العبارة التي تصف بدقّة أداء الطالب.

اِفهَمْ

- يقرأ المسألة بتأنٍّ.
- يقرأ أيّ جدوَل أو أيّ تمثيل بياني.
- يستطيع أن يصوغ المسألة من جديد وبطريقته وعباراته الخاصّة.
- يستطيع فهم وإدراك المعلومات المعطاة.
- يستطيع فهم وإدراك السؤال الذي يجب الإجابة عليه.

خَطِّطْ

- يختار الخطّة الأنسب لحلّ المسألة.
- يقدِّر الإجابة الصحيحة.

حُلَّ

- يعمل وفقًا لمنهجية معيّنة.
- يعرض الحلّ بطريقة منظَّمة وسليمة.
- يحسب بطريقة صحيحة.
- يعطي الإجابة بجملة كاملة صحيحة، مراعيًا الوحدات.

راجِعْ ولاحِظْ

- يُلاحِظُ معقولية الإجابة.
- يجرِّب طرقًا أخرى لحلّ المسألة.

❷ اِتبعِ المواصفات التالية لتقييم أداء الطالب:

مستوى ٤ (يتقن الطالب ١١-١٣ من المهمات السابق ذكرها). يُظهر الطالب فهمًا عميقًا للمسألة ويفسِّرها بشكل موجز وواضح ويكون قادرًا على ربط المسألة بعمل سبق أن أنجزه.

مستوى ٣ (يتقن الطالب ٨-١٠ من المهمات السابق ذكرها). يفهم الطالب المسألة ويعرض الحلّ الصحيح بطريقة منظَّمة وواضحة.

مستوى ٢ (يتقن الطالب ٤-٧ من المهمات السابق ذكرها). يُظهر الطالب فهمًا إجماليًّا للمسألة غير أنّه قد يرتكب بعض الأخطاء في تفاصيل معيّنة.

مستوى ١ (يتقن الطالب ٠-٣ فقط من المهمات السابق ذكرها). لا يُظهر الطالب إلّا فهمًا سطحيًّا أو جزئيًّا للمسألة وهو ليس قادرًا على إتمام العمل المطلوب أو حتى اعتماد المنهجية الصحيحة، كما أنّه لا يعطي إجابة صحيحة أو تكون خطّته غير مناسبة، وفي أغلب الأحيان لا نجد حلًّا ولا تجاوبًا مناسبًا أو إجابة صحيحة مرفقةً بجهد ما.

التقييم المستمرّ: حلّ المسائل

التّاريخ .....

قدّر كلّ بند بـ:
+ إذا كان ممتازًا
✓ إذا كان مقبولًا
– بحاجة للتطوير
غ.ت غير قابل للتطبيق

	يقرأ المسألة جيّدًا	يدرس الصور والجداول والتمثيلات البيانية	يستطيع إعادة صياغة المسألة بأسلوبه الخاص	يستطيع تحديد المعلومات	يستطيع تحديد الأسئلة التي تطلب الإجابة عليها	يختار الخطّة المناسبة	يقدّر ما سيكون عليه الإجابة	يعمل بانتظام	يكتب الحلّ بطريقة منظّمة	يجري العمليات الحسابية بدقة	يكتب الإجابة في جملة كاملة مع ذكر الوحدات الصحيحة	يلاحظ صحة الإجابة ومعقوليتها	يجرّب طرقًا أخرى للحلّ
١.													
٢.													
٣.													
٤.													
٥.													
٦.													
٧.													
٨.													
٩.													
١٠.													
١١.													
١٢.													
١٣.													
١٤.													
١٥.													
١٦.													
١٧.													
١٨.													
١٩.													
٢٠.													
٢١.													
٢٢.													
٢٣.													
٢٤.													
٢٥.													
٢٦.													
٢٧.													
٢٨.													

التقييم المستمرّ: الملاحظة

التّاريخ .....

قدّر كلّ بند بـ:
+ إذا كان ممتازًا
✓ إذا كان مقبولًا
– بحاجة للتطوير
غ.ت غير قابل للتطبيق

	يُظهر معرفة بالمعلومات	يدرك المفاهيم	يعمل بترتيب وانتظام	يعمل بنجاح مع الآخرين	يُظهر مواقف إيجابية	يحترم أفكار الغير ويستخدمها	يُظهر صبرًا ومثابرة	يطلب المساعدة عند الحاجة	يستخدم الوقت بإنتاجية	يجرّب طرقًا أخرى					
١.															
٢.															
٣.															
٤.															
٥.															
٦.															
٧.															
٨.															
٩.															
١٠.															
١١.															
١٢.															
١٣.															
١٤.															
١٥.															
١٦.															
١٧.															
١٨.															
١٩.															
٢٠.															
٢١.															
٢٢.															
٢٣.															
٢٤.															
٢٥.															
٢٦.															
٢٧.															
٢٨.															

التقييم المستمرّ: التعلُّم التعاوني

التّاريخ ....

قدّر كلّ بند بـ:
+ إذا كان ممتازًا
✓ إذا كان مقبولًا
– بحاجة للتطوير
غ.**ت** غير قابل للتطبيق

	يُظهر قدرة على حلّ المسائل	يعمل بانتظام	يعمل مع آخرين في الفريق	يوجّه ويساعد الآخرين	يحترم آراء الآخرين ويستخدمها	يتكلّم بهدوء	يُثير أسئلة	يظهر ميولاً إيجابية	يُظهر صبرًا ومثابرة	يُظهر عدم موافقة دون اشمئزاز			
١.													
٢.													
٣.													
٤.													
٥.													
٦.													
٧.													
٨.													
٩.													
١٠.													
١١.													
١٢.													
١٣.													
١٤.													
١٥.													
١٦.													
١٧.													
١٨.													
١٩.													
٢٠.													
٢١.													
٢٢.													
٢٣.													
٢٤.													
٢٥.													
٢٦.													
٢٧.													
٢٨.													

المحتويات

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية ١٣

الوحدة الثانية: العينات ٣١

الوحدة الثالثة: أساليب عرض البيانات ٥٤

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

Real Numbers

١ – ١: الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

- الجذور والتعبيرات الجذرية.
- تبسيط التعبيرات الجذرية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية.
- المرافق واستخدامه.

١ – ٢: الأسس النسبية وخواصها

- الأسس النسبية.
- خواص الأسس النسبية.

مقدمة الوحدة

عند دراسة الأعداد الحقيقية لا بد من التطرق إلى دور علماء العرب في هذا المجال، إذ كانت مؤلفاتهم زاخرة بالقواعد التي تستخدم في استخراج الجذور وجمع المربعات المتوالية والمكعبات. وقد برهنوا صحتها وتوصلوا إلى نتائج مفيدة في هذا المجال.

كان الخوارزمي أول من استخدم كلمة «أصم» للإشارة إلى العدد الذي لا جذر له كعدد صحيح؛ وقد أوجد العرب طرقًا لحساب قيم تقريبية للأعداد التي ليس لها جذور على شكل أعداد صحيحة، فمثلًا يقول بهاء الدين العاملي في كتابه «خلاصة الحساب»:

«... وإن كان أصم فأسقط منه أقرب المجذورات إليه، وأنسب الباقي إلى ضعف (مثلي) جذر المسقط مع الواحد فجذر المسقط مع حاصل النسبة هو جذر الأصم بالتقريب. فلو افترضنا أن العدد الأصم هو م وكان أقرب عدد له جذر تربيعي هو ب^{٢} وكان الفرق يساوي هـ، نكتب:

م − ب^{٢} = هـ ومنه م = ب^{٢} + هـ،

وبالتالي $\sqrt{م} = ب + \frac{هـ}{١ + ٢ب}$».

ويمكن عرض أمثلة عن قاعدة بهاء الدين العاملي.

مثال (١)

أوجد $\sqrt{١٧}$.

أقرب عدد أصغر من ١٧ له جذر تربيعي هو ١٦،

حيث $\sqrt{١٦} = ٤$، ثم ١٧ − ١٦ = ١.

لذا: $\sqrt{١٧} = ٤ + \frac{١}{٤ \times ٢ + ١} = ٤ + \frac{١}{٩} \simeq ٤,١١$

أي أن الجذر التربيعي للعدد ١٧ هو تقريبًا ٤,١١

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد: $\sqrt{١٧} \simeq ٤,١٢٣١١$.

الوحدة الأولى

الأعداد الحقيقية
Real Numbers

مشروع الوحدة: العلاقة بين الهندسة والأعداد الحقيقية

١ مقدمة المشروع: أثناء العمل على هذا المشروع سوف ترسم مثلثات قائمة الزاوية بمعلومية طول كل من ضلعي الزاوية القائمة، ثم تطبق قانون فيثاغورث لإيجاد طول الوتر.

٢ الهدف: إيجاد قيمة $\sqrt{٢}$، $\sqrt{٣}$، $\sqrt{٥}$ دون استخدام الآلة الحاسبة.

٣ اللوازم: مسطرة، فرجار، زاوية قائمة.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ارسم مثلثًا قائم الزاوية، متطابق الضلعين، طول كل من ضلعي زاويته القائمة ١ سم.

• أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟

• $\sqrt{٢} \simeq$ ...

ب ارسم مثلثًا قائم الزاوية، طول ضلعي الزاوية القائمة ١ سم، $\sqrt{٣}$ سم.

• أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟

• $\sqrt{٣} \simeq$ ...

ج بالطريقة نفسها أوجد قيمة $\sqrt{٤}$ ، $\sqrt{٥}$، ...

٥ التقرير: ضع تقريرًا مفصلًا تبين فيه كيف استخدمت الهندسة لإيجاد قيمة تقريبية لـ $\sqrt{٢}$ و $\sqrt{٣}$ ، ... ثم ضع ملصقًا يبيّن الأشكال التي رسمتها.

دروس الوحدة

١-١ الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها	١-٢ الأسس النسبية وخواصها
(١-١-أ) الجذور والتعبيرات الجذرية	(١-٢-أ) الأسس النسبية
(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية	(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية
(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية	
(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية	
(١-١-هـ) المرافق واستخدامه	

١٠

مثال (٢)

أوجد $\sqrt{٣٤}$

أقرب عدد أصغر من ٣٤ له جذر تربيعي هو ٢٥،

حيث $\sqrt{٢٥} = ٥$، ثم ٣٤ − ٢٥ = ٩.

لذا: $\sqrt{٣٤} = ٥ + \frac{٩}{٥ \times ٢ + ١} = ٥ + \frac{٩}{١١} \simeq ٥,٨٢$

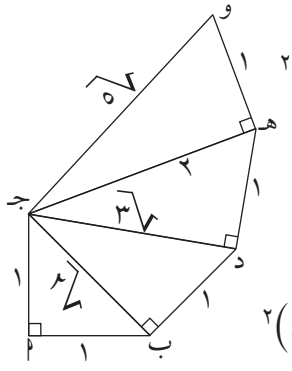
أي أن الجذر التربيعي للعدد ٣٤ هو تقريبًا ٥,٨٢.

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد: $\sqrt{٣٤} \simeq ٥,٨٣١$ تقريبًا.

مشروع الوحدة

يقدم هذا المشروع فرصة للطلاب لمعالجة الجذر التربيعي للأعداد ٢، ٣، ٥ وذلك دون استخدام الآلة الحاسبة من خلال التقريب واستخدام نظرية فيثاغورث على الأعداد الصماء من مجموعة الأعداد الكلية ويبّين أنها أعداد غير نسبية.

إجابات «أسئلة حول التطبيق»



(أ) $(\text{ب جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{أ جـ})^{٢}$

$(\text{ب جـ})^{٢} = ١^{٢} + ١^{٢} = ٢$

ب جـ $= \sqrt{٢}$

$\sqrt{٢} \simeq ١,٤١٤$

(ب) $(\text{د جـ})^{٢} = (\text{ب جـ})^{٢} + (\text{د ب})^{٢}$

$(\text{د جـ})^{٢} = (\sqrt{٢})^{٢} + ١^{٢} = ٢ + ١ = ٣$

د جـ $= \sqrt{٣}$

$\sqrt{٣} \simeq ١,٧٣٢$

(جـ) وبالطريقة نفسها ومن خلال رسم مثلثين قائمي الزواية على التوالي بحيث تكون أضلاع الزاوية القائمة تساوي ١، $\sqrt{٣}$ في المثلث الثالث، وبذلك يكون:

هـ جـ $= \sqrt{٤} = ٢$

وأضلاع الزاوية القائمة في المثلث الرابع هي ١، ٢ وبذلك يكون: وجـ $= \sqrt{٥}$

التقرير

نلاحظ أن كل المثلثات في المشروع قائمة الزاوية، وأن طول أحد ضلعي الزاوية القائمة ثابت ويساوي ١ بينما طول الضلع الثاني يساوي ١، $\sqrt{٢}$، $\sqrt{٣}$، $\sqrt{٤}$، ...

يسمح هذا المشروع بإنشاء قطع مستقيمة تندرج أطوالها من $\sqrt{٢}$ إلى $\sqrt{٣}$، $\sqrt{٤}$، $\sqrt{٥}$... بشكل دقيق وهذا ما لا تمكننا منه المسطرة المرقمة.

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعرّفت الأعداد الحقيقية.
- تعرّفت الجذور التربيعية.
- استخدمت الآلة الحاسبة لإيجاد الجذور التربيعية.

ماذا سوف تتعلم؟

- الجذور والتعبيرات الجذرية.
- تبسيط التعبيرات الجذرية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية.
- إيجاد المرافق واستخدامه.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الأسية.

المصطلحات الأساسية

الجذر التربيعي – الجذر التكعيبي – الجذر النوني – المرافق – دليل الجذر – الصورة الجذرية – المجذور – الصورة الأسية.

أضف إلى معلوماتك

المعكوس الضربي لكل عدد حقيقي موجب أكبر من واحد هو عدد حقيقي موجب أصغر من واحد.

إذًا يوجد أعداد حقيقية موجبة أصغر من واحد بقدر ما يوجد أعداد حقيقية موجبة أكبر من واحد.

١١

سلّم التقييم

٤.	الحسابات دقيقة – العرض ممتاز وواضح – النتائج والتحليلات سليمة – التقرير مفصل ومعبّر.
٣.	معظم الحسابات دقيقة – العرض جيد جدًّا – النتائج والتحليلات لا بأس بها – معظم التقرير مفصل ومعبّر.
٢.	بعض الحسابات دقيقة – العرض جيد – النتائج والتحليلات مقبولة – التقرير بحاجة إلى إعادة نظر.
١.	معظم عناصر المشروع غير كافية وناقصة.

١ـ١: الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

١ الأهداف

- يوجد الجذور التربيعية والتكعيبية.
- يجمع التعبيرات الجذرية ويطرحها.
- يضرب التعبيرات الجذرية ويقسمها.
- يستخدم المرافق لكتابة كسر بصورة كسر مقامه عدد نسبي.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

الجذور – تعبيرات جذرية – جذر تربيعي – جذر تكعيبي – المرافق – دليل الجذر – المجذور.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – جهاز إسقاط (Data Show) – حاسوب.

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) أوجد الجذر التربيعي لكل عدد مما يلي:

$\sqrt{٤٩}$ ، $\sqrt{٨١}$ ، $-\sqrt{١٦٩}$ ، $\sqrt{٢٢٥}$.

(ب) أوجد الجذر التربيعي إلى أقرب جزء من مئة لكل عدد مما يلي: $\sqrt{٢٩}$ ، $\sqrt{١٧٥}$ ، $-\sqrt{٣٢٧}$.

(جـ) بسّط ما يلي: $\sqrt{٣} \times \sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٥} \times \sqrt{١٢٥}$،

$\frac{\sqrt{٢٤٣}}{\sqrt{٢٧}}$ ، $\frac{\sqrt{١٤٧}}{\sqrt{٣}}$ ، $(٦)^{٢}$ ، $(-٧)^{٣}$ ، $(٤)^{٣}$.

٥ التدريس

يوفر هذا الدرس فرصة أمام طلاب المرحلة الثانوية – الفرع الأدبي – لمتابعة بناء معارفهم عن الجذور والتعبيرات الجذرية والتي سبق أن تعرفوا إلى جزء منها في مرحلة سابقة.

ركّز أولًا على فكرة الجذر التربيعي من خلال إعادة تذكيرهم بأن: $\sqrt{س^{٢}} = |س|$، أي أن:

$\sqrt{٣٦} = \sqrt{(٦)^{٢}} = \sqrt{(-٦)^{٢}} = |٦| = |-٦| = ٦$، ولكن:

$-\sqrt{٣٦} = -٦$

١ـ١

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

Roots and Radical Expressions and Operations

دعنا نفكر ونتناقش

١ مساحة مربّع طول ضلعه ٤ أمتار هي ٤ × ٤ = ١٦ مترًا مربعًا.

٢ أ مساحة مربع هي ٦٤ مترًا مربعًا.
أوجد طول ضلعه.

ب استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد طول ضلع مربع مساحته ٧٢ مترًا مربعًا.

٣ ما حجم مكعب إذا كان طول ضلعه ٥ أمتار؟

٤ ما طول ضلع مكعب إذا كان حجمه يساوي ٢٧ مترًا مكعبًا؟

سوف تتعلم

- الجذور التربيعية والتكعيبية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب التعبيرات الجذرية.
- قسمة التعبيرات الجذرية.
- استخدام المرافق لكتابة كسر بصورة كسر مقامه عدد نسبي.

(١ـ١ـأ) الجذور والتعبيرات الجذرية Roots and Radical Expressions

بما أن $٥^{٢} = (-٥)^{٢} = ٢٥$ ، فإن العددين ٥ و−٥ هما الجذران التربيعيان للعدد ٢٥.

بما أن $(+٥)^{٣} = +١٢٥$، فإن العدد (+٥) هو الجذر التكعيبي للعدد (+١٢٥).

وأيضًا $(-٥)^{٣} = -١٢٥$، فإن العدد (−٥) هو الجذر التكعيبي للعدد (−١٢٥).

وبالتالي:

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.

ملخص عدد الجذور لعدد حقيقي

العدد الحقيقي	عدد الجذور التربيعية	عدد الجذور التكعيبية
موجب	٢	١
صفر	١	١
سالب	٠	١

الجذور التكعيبية Cubic Roots

إذا كان $أ^{٣} = ب$ فإن $أ = \sqrt[٣]{ب}$ هو الجذر التكعيبي للعدد ب، ٣ هو دليل الجذر، ب هو المجذور.

وبالتالي:

لكل عدد حقيقي س:
$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = س$
$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

١٢

مثال (١)

أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

١ −٨ ب ١٢٥

الحل:

١ الجذر التكعيبي للعدد (−٨) هو $\sqrt[٣]{-٨}$

$\sqrt[٣]{-٨} = \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$ — اكتب (−٨) على صورة مكعب كامل

$= -٢$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

$\therefore \sqrt[٣]{-٨} = -٢$

ب الجذر التكعيبي للعدد ١٢٥ هو $\sqrt[٣]{١٢٥}$

$\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ — اكتب (١٢٥) على صورة مكعب كامل

$= ٥$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

حاول أن تحل

١ أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

١ −٢٧ ب ٦٤

(١ـ١ـب) تبسيط التعبيرات الجذرية Simplifying Radical Expressions

متى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة؟

يكون التعبير الجذري في أبسط صورة عندما:

- لا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر مثل: $\sqrt[٣]{س^{٥} ص^{٢}}$
- لا يوجد جذر في المقام مثل $\frac{٣}{\sqrt[٣]{٢٧}}$ أو $\frac{\sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٥}}$
- لا يكون المجذور كسرًا مثل $\sqrt[٣]{\frac{٣}{٥}}$.
- يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن مثل $\sqrt[٣]{٦٤}$ ليس في أبسط صورة.

لأن: $\sqrt[٦]{٦٤} = \sqrt[٦]{٢^{٦}} = \sqrt[٣]{٢^{٣}} = ٢$.

معلومة:

- كل مقدار يتضمن جذورًا يسمى تعبيرًا جذريًا.
- عندما يكون دليل الجذر يساوي ٢ فلا يكتب.
- الجذر التربيعي ل س يكتب $\sqrt{س}$ حيث س ≥ ٠.
- $\sqrt[٣]{س^{٣}} = |س|$ لكل س عدد حقيقي.

١٣

من جهة ثانية، اشرح لهم جيدًا الاختلاف بين الجذر التربيعي والجذر التكعيبي. أخبرهم أن المجذور يجب أن يكون عددًا موجبًا أو يساوي الصفر كي نجد له جذرًا تربيعيًّا، ولكن هذا الشرط غير ضروري إذا أردنا إيجاد جذر تكعيبي. أعطِ الطلاب عدة أمثلة لترسيخ هذه الفكرة لديهم.

مثال:

$\sqrt{٤٩} = ٧$ ولكن $\sqrt{-٤٩}$ غير موجود في الأعداد الحقيقية.

$\sqrt[٣]{٦٤} = ٤$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

وبالتالي، الجذر التكعيبي لعدد موجب موجود والجذر التكعيبي لعدد سالب موجود أيضًا.

في المثال (١)

ذكر الطلاب أن لكل عدد (موجب أو سالب) جذرًا تكعيبيًّا واحدًا له الإشارة نفسها.

في المثال (٢)

أعد تنبيه الطلاب إلى الجذر التربيعي عندما يكون المجذور على صورة تعبير جذري.

اشرح لهم الفرق بين نتيجة $\sqrt{س^٦}$ و $\sqrt{س^٨}$، حيث إن $\sqrt{س^٦} = |س^٣|$ ولكن $\sqrt{س^٨} = س^٤$.

في المثال (٣)

يتعلّم الطالب كيفية جمع الجذور التربيعية وطرحها.

في المثال (٤)

عند التعامل مع الجذر التكعيبي لا نحتاج إلى استخدام القيمة المطلقة، وذلك عندما يكون المجذور عددًا ثابتًا أو تعبيرًا جبريًّا، لذا $\sqrt[٣]{س^٣} = س$ لكل قيم $س \in ح$.

في الأمثلة (٥)، (٦)، (٧)

تساعد الطالب على تبسيط الجذور باستخدام خاصية الضرب إذا كان للمجذور الدليل نفسه وباستخدام خاصية القسمة إذا كان للمجذور أيضًا الدليل نفسه.

في المثال (٨)

يستخدم الطالب خواص ضرب وجمع وطرح الكسور لتبسيط التعبيرات الجذرية.

مثال (٢)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٤س^٦}$ ب $\sqrt{٨س^٣}$ ج $\sqrt{١٦س^٤ ص^٦}$

الحل:

أ $\sqrt{٤س^٦} = \sqrt{٢^٢ \times (س^٣)^٢}$ — اكتب ٤س^٦ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{(٢ \times س^٣)^٢}$ — س^ن × ص^ن = (س × ص)^ن

$= |٢ \times س^٣|$ — $\sqrt{س^٢} = |س|$

$= ٢|س^٣| = ٢س^٢|س|$

ب $\sqrt{٨س^٣} = \sqrt{٢^٣ س^٣}$ — اكتب ٨س^٣ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{(٢س)^٣}$ — س^ن × ص^ن = (س × ص)^ن

$= ٢س$ — $\sqrt[٣]{س^٣} = س$

ج $\sqrt{١٦س^٤ ص^٦} = \sqrt{(٤)^٢ (س^٢)^٢ (ص^٣)^٢}$ — اكتب ١٦س^٤ ص^٦ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt{(٤س^٢ ص^٣)^٢}$ — س^ن × ص^ن = (س × ص)^ن

$= |٤س^٢ ص^٣|$ — $\sqrt{س^٢} = |س|$

$= ٤س^٢ |ص^٣|$

$= ٤س^٢ ص^٢ |ص|$

حاول أن تحل

٢ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٩س^٢ ص^٢}$ ب $\sqrt[٣]{-٢٧س^٣}$ ج $\sqrt{س^٨ ص^٦}$

(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية

Addition and Subtraction of Radical Expressions

لجمع وطرح التعبيرات الجذرية يجب أن تكون متشابهة.

يكون التعبيران الجذريان متشابهين عندما يكون لهما دليل الجذر نفسه والمجذور نفسه.

يجب وضع التعبيرات الجذرية في أبسط صورة مما يسمح لنا بمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا.

لاحظ أن:

$\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٨س}$ ، $-\sqrt{٣س}$ $(س \geq ٠)$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{١٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان (لماذا؟)

١٤

في حين أن:

$\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt{٣}$ — تعبيران جذريان غير متشابهين

$\sqrt{٨س}$ ، $-\sqrt{٣ص}$ $(س \geq ٠، ص \geq ٠)$ — تعبيران جذريان غير متشابهين

تذكر:
تتعامل مع التعبيرات الجذرية المتشابهة مثل تعاملنا مع الحدود الجبرية المتشابهة.

مثال (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة في كل مما يلي:

أ $\sqrt{٣}\sqrt{٤} + \sqrt{٥}\sqrt{٣}$ ب $\sqrt{٢٧} + \sqrt{٣}\sqrt{١٢} - \sqrt{٧٥}$

الحل:

$\sqrt{٣}\sqrt{٤} + \sqrt{٥}\sqrt{٣} = \sqrt{٣}(٤ + ٣)$ — اجمع

$= \sqrt{٣}\sqrt{٧}$

$\sqrt{٢٧} + \sqrt{٣}\sqrt{١٢} - \sqrt{٧٥} = \sqrt{٣}\sqrt{٣ \times ٣^٢} + \sqrt{٣}\sqrt{٣ \times ٢^٢} - \sqrt{٣ \times ٥^٢}$ — اكتب على صورة مربعات كاملة

$= ٣\sqrt{٣} + ٣ \times ٢\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣}$ — $\sqrt{س^٢} = س$ ، $س \geq ٠$

$= ٣\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٣} - ٥\sqrt{٣}$ — اجمع

$= ٤\sqrt{٣}$

حاول أن تحل

٣ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

أ $\sqrt{٥} + \sqrt{٢٠}$ ب $\sqrt{٤٨} - \sqrt{٥٠} - \sqrt{٨}$

مثال (٤)

أوجد الناتج في أبسط صورة:

أ $٢\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٣}$ ب $\sqrt{٣٢}\sqrt{٣} - \sqrt{٩٨}$

ج $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} - \sqrt{٧٢}$ د $\sqrt{١٢٨}\sqrt{٢} - \sqrt{٥٤}\sqrt{٢} + \sqrt{٢٥٠}\sqrt{٢}$

١٥

في المثال (٩)

كتابة مقام الكسر على صورة عدد نسبي هي عملية إجرائية نستخدم فيها العدد المرافق للمقام أو التعبير الجبري المرافق للمقام، وهذه العملية الإجرائية تساعد في معظم الأحيان على تبسيط الكسر.

أخبر الطلاب أن $\sqrt{أ}$ يسمى مرافقًا لـ $\sqrt{أ}$

حيث $\sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = (\sqrt{أ})^{٢} = أ$ (عدد نسبي).

وأن $\sqrt[٣]{أ}$ يسمى مرافقًا لـ $\sqrt[٣]{أ^{٢}}$، لأن $\sqrt[٣]{أ} \times \sqrt[٣]{أ^{٢}} = \sqrt[٣]{أ^{٣}} = أ$.

وأيضًا $(أ + \sqrt{ب})$، $(أ - \sqrt{ب})$ مقداران مترافقان، لأن

$(أ - \sqrt{ب})(أ + \sqrt{ب}) = أ^{٢} - ب$ (عدد نسبي).

ملاحظة للمعلم: المرافق ليس وحيدًا مثلًا: $\sqrt{٥}$، $\sqrt{٥}$ عددان مترافقان وأيضًا $\sqrt{٥}$، $-\sqrt{٥}$ عددان مترافقان.

في المثال (١١)

يكون الطالب قد تعلم استخدام كل العمليّات الحسابية لإيجاد قيمة التعبيرات الجبرية التي تتضمّن جذورًا تربيعيّة. وبالتالي يتم تطبيقها في سبيل إيجاد إجابات مبسطة.

مثال:

$(\sqrt{٢} - \sqrt{٦})$، $(\sqrt{٢} + \sqrt{٦})$ مترافقان حيث

$(\sqrt{٢} - \sqrt{٦})(\sqrt{٢} + \sqrt{٦}) = (\sqrt{٢})^{٢} - (\sqrt{٦})^{٢}$

$= ٢ - ٦$

$= -٤$

٦ الربط

في المثال (١٠) يوفر قانون أينشتاين: $ط = ك \times س^{٢}$ فرصة أمام الطلاب للتعامل مع الجذر التربيعي، حيث $س^{٢} = \frac{ط}{ك}$

أي $س = \sqrt{\frac{ط}{ك}}$ $(س > ٠)$.

كما أن القاعدة التي تعطي حجم كرة بدلالة نصف قطرها توفر فرصة ثانية أمام الطلاب للتعامل مع الجذر التكعيبي

$ح = \frac{٤}{٣} \pi نق^{٣}$ ومنه $نق = \sqrt[٣]{\frac{٣ ح}{٤ \pi}}$

الحل:

١ $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٣٧٥} \times ٥ = ٢\sqrt{٣} + \sqrt{٣ \times ١٢٥} \times ٥$ — اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= ٢\sqrt{٣} + \sqrt{٣ \times ٥^{٣}} \times ٥$ — $س^{٣} = ٥$

$= ٢\sqrt{٣} + ٥ \times ٥ \sqrt{٣}$

$= ٢\sqrt{٣} + ٢٥\sqrt{٣}$ — بسّط

$= ٢٧\sqrt{٣}$

ب $٣\sqrt{٣٣} - ٣\sqrt{٩٨} = ٣\sqrt{٣٣} - ٣\sqrt{٢ \times ٤٩}$ — اكتب ١٦، ٤٩ على صورة مربعات كاملة

$= ٣\sqrt{٣٣} - ٣\sqrt{٢ \times ٧^{٢}}$ — $س^{٢} = ٧$، $س \geq ٠$

$= ٣\sqrt{٣٣} - ٢١\sqrt{٢}$

$= -٣\sqrt{٢}$ — بسّط

ج $٩\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٧٢} - ٥\sqrt{١٨} = ٩\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢ \times ٣٦} - ٥\sqrt{٢ \times ٩}$ — اكتب ٩، ٢٥، ٣٦ على صورة مربعات كاملة

$= ٩\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢ \times ٦^{٢}} - ٥\sqrt{٢ \times ٣^{٢}}$ — $س^{٢} = ٧$، $س \geq ٠$

$= ٩\sqrt{٢} + ٣٠\sqrt{٢} - ١٥\sqrt{٢}$

$= ٢\sqrt{٢}$ — بسّط

د $٢\sqrt{١٢٨} + ٤\sqrt{٥٤} - ٢\sqrt{٢٥٠} = ٢\sqrt{٢ \times ٦٤} - ٤\sqrt{٢ \times ٢٧} - ٢\sqrt{٢ \times ١٢٥}$ — اكتب ٦٤، ٢٧، ١٢٥ على صورة مربعات كاملة

$= ٢\sqrt{٢ \times ٤^{٢}} + ٤\sqrt{٢ \times ٣^{٣}} - ٢\sqrt{٢ \times ٥^{٣}}$ — $س^{٣} = ٧$

$= ٨\sqrt{٢} + ١٢\sqrt{٢} - ١٠\sqrt{٢}$

$= ١٠\sqrt{٢}$ — بسّط

حاول أن تحل

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة.

أ $٤\sqrt{٢} + ٨\sqrt{٦٤}$ ب $٢\sqrt{٧٥} - ٧\sqrt{٢٧}$

ج $١٢\sqrt{٧} - ١٤٧\sqrt{٧} + ١٠٨\sqrt{٧}$ د $٥\sqrt{٣٢٠} - ٤٠\sqrt{٧} - ١٣٥\sqrt{٧}$

١٦

(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية

Multiplication and Division of Radical Expressions

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
س، ص عددان حقيقيان غير سالبين	س، ص عددان حقيقيان
$\sqrt{س^{٢}} = |س| = س$	$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$
$(\sqrt{س})^{٢} = س$	$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = س$
$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$	$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$
$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠	$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

مثال (٥)

بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

١ $\sqrt{٧٢ س^{٣}}$ حيث $س \leq ٠$

ب $\sqrt[٥]{٨٠}$

الحل:

١ $\sqrt{٧٢ س^{٣}} = \sqrt{٢^{٦} \times ٢ \times س^{٢} \times س}$ — اكتب ٧٢، $س^{٢}$ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{٢^{٦} س^{٢}} \times \sqrt{٢ س}$ — $\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س ص}$ حيث $س \leq ٠$، $ص \leq ٠$

$= |٦ س| \times \sqrt{٢ س}$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= -٦ س \sqrt{٢ س}$ — $|س| = -س$ لأن $س \leq ٠$

ب $\sqrt[٥]{٨٠ ن^{٥}} = \sqrt[٥]{٢^{٤} \times ١٠ \times ن^{٥}}$ — اكتب ٨٠، $ن^{٥}$ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٥]{٢^{٤} ن^{٥}} \times \sqrt[٥]{١٠ ن^{٥}}$ — $\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س ص}$ لكل $س$، $ص$ أعداد حقيقية

$= ٢ ن \sqrt[٥]{١٠ ن^{٥}}$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل عدد حقيقي $س$

حاول أن تحل

٥ بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

١ $\sqrt{٥٠ س^{٤}}$ ب $\sqrt{١٨ س^{٣}}$

١٧

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

قد يخطئ الطلاب في جمع وطرح التعابير الجبرية التي تتضمن جذورًا، فيكتبون مثلًا:

$\sqrt[٧]{س \pm ص} = \sqrt[٧]{س} \pm \sqrt[٧]{ص}$.

أخبرهم أن ذلك غير صحيح من خلال استخدام أمثلة متعددة.

على سبيل المثال، لنأخذ:

$\sqrt[٧]{٢٥ - ١٦٩} \neq \sqrt[٧]{٢٥} - \sqrt[٧]{١٦٩}$

$\sqrt[٧]{١٤٤} - ١٣ \neq ٥$

$١٢ \neq ٨$

٨ التقييم

تابع مع الطلاب النتائج التي توصلوا إليها في فقرات «حاول أن تحل»، للتأكد من فهمهم لما ورد في هذا الدرس عن الجذور.

٧ اقسم ثم بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

١ $\frac{\sqrt[٧]{٢٤٣}}{\sqrt[٧]{٢٧}}$ ب $\frac{\sqrt[٧]{١٢س^{٤}}}{\sqrt[٧]{٣س}}$ حيث س < ٠ ج $\frac{\sqrt[٧]{١٢٨س^{١٥}}}{\sqrt[٧]{٢س^{٢}}}$ حيث س ≠ ٠

حاول أن تحل

ب $\sqrt[٧]{\frac{١٦٢س^{٥}}{٣س^{٢}}} = \sqrt[٧]{\frac{١٦٢س^{٥}}{٣س^{٢}}}$ — $\frac{\sqrt[٧]{س}}{\sqrt[٧]{ص}} = \sqrt[٧]{\frac{س}{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt[٧]{٥٤س^{٣}}$ — اقسم

$= \sqrt[٧]{٢٧ \times ٣ \times س^{٣}}$ — اكتب ٥٤ على صورة مكعب كامل

$= \sqrt[٧]{٢٧} \times \sqrt[٧]{٣س^{٣}}$ — $\sqrt[٧]{س \times ص} = \sqrt[٧]{س} \times \sqrt[٧]{ص}$

$= ٣س\sqrt[٧]{٢}$ — $\sqrt[٧]{س^{٧}} = س$

ج $\sqrt[٧]{\frac{٢٥٦س^{٣}}{٣٢س}} = \sqrt[٧]{\frac{٢٥٦س^{٣}}{٣٢س}}$ — $\frac{\sqrt[٧]{س}}{\sqrt[٧]{ص}} = \sqrt[٧]{\frac{س}{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

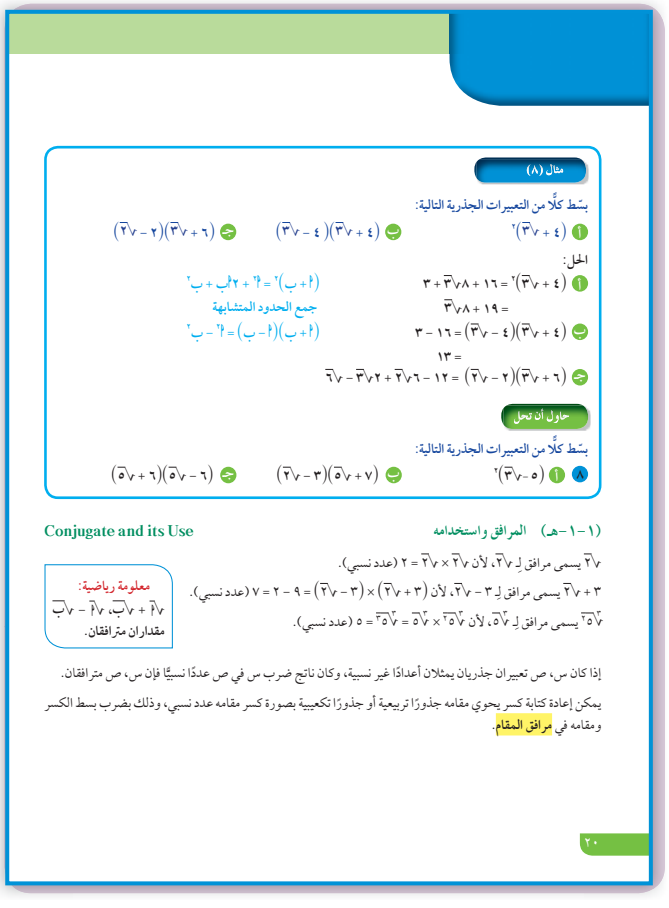
$= \sqrt[٧]{٨س^{٣}}$ — اقسم

$= \sqrt[٧]{(٢س)^{٣}}$ — اكتب ٨س^{٣} على صورة مربعات كاملة

$= |٢س|\sqrt[٧]{٢}$ — $\sqrt[٧]{س^{٣}} = |س|$

$= ٢|س|\sqrt[٧]{٢}$

$= ٢س\sqrt[٧]{٢}$ حيث س < ٠



مثال (٦)

اضرب ثم بسّط كلًّا مما يلي:

١ $\sqrt[٧]{٢} \times \sqrt[٧]{٨}$ ب $\sqrt[٧]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٧]{٥٤س^{٢}ص^{٣}}$

الحل:

١ $\sqrt[٧]{٢} \times \sqrt[٧]{٨} = \sqrt[٧]{٨ \times ٢}$ — $\sqrt[٧]{س} \times \sqrt[٧]{ص} = \sqrt[٧]{س \times ص}$ حيث س ≥ ٠، ص ≥ ٠

$= \sqrt[٧]{١٦}$ — اضرب

$= ٤$ — بسّط

ب $\sqrt[٧]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٧]{٥٤س^{٢}ص^{٣}} = \sqrt[٧]{٥س^{٣}ص^{٤} \times ٥٤س^{٢}ص^{٣}}$ — $\sqrt[٧]{س} \times \sqrt[٧]{ص} = \sqrt[٧]{س \times ص}$

$= \sqrt[٧]{٥س^{٣}ص^{٣} \times ٢ \times ٣^{٣} \times س^{٢} \times ص^{٣}}$ — اكتب على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٧]{١٠ \times ٣^{٣} \times س^{٣} \times ص^{٣} \times س^{٢} \times ص}$

$= \sqrt[٧]{٣^{٣}س^{٣}(ص)^{٣}} \times \sqrt[٧]{١٠س^{٢}ص}$ — $\sqrt[٧]{س} \times \sqrt[٧]{ص} = \sqrt[٧]{س \times ص}$

$= ٣س ص^{٢}\sqrt[٧]{١٠س^{٢}ص}$ — $\sqrt[٧]{س^{٣}} = س$

حاول أن تحل

٦ اضرب ثم بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

١ $\sqrt[٧]{٣س^{٣}} \times \sqrt[٧]{٢س^{٣}ص^{٣}}$ حيث س ≥ ٠ ب $\sqrt[٧]{٤س^{٤}ص} \times \sqrt[٧]{٥س^{٣}ص}$

مثال (٧)

اقسم ثم بسّط كلًّا مما يلي:

١ $\frac{\sqrt[٧]{٣٢}}{\sqrt[٧]{-٤}}$ ب $\frac{\sqrt[٧]{١٦٢س^{٥}}}{\sqrt[٧]{٣س^{٢}}}$ حيث س ≠ ٠ ج $\frac{\sqrt[٧]{٢٥٦س^{٣}}}{\sqrt[٧]{٣٢س}}$ حيث س < ٠

الحل:

١ $\sqrt[٧]{\frac{٣٢}{-٤}} = \sqrt[٧]{\frac{٣٢}{-٤}}$ — $\frac{\sqrt[٧]{س}}{\sqrt[٧]{ص}} = \sqrt[٧]{\frac{س}{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt[٧]{-٨}$ — اقسم

$= \sqrt[٧]{(-٢)^{٣}}$ — اكتب −٨ على صورة مكعب كامل

$= -٢$ — $\sqrt[٧]{س^{٣}} = س$

مثال (٨)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

١ $(\sqrt[٧]{٣} + ٤)^{٢}$ ب $(\sqrt[٧]{٣٧} + ٤)(\sqrt[٧]{٣٧} - ٤)$ ج $(\sqrt[٧]{٣٧} + ٦)(\sqrt[٧]{٣٧} - ٢)$

الحل:

١ $(\sqrt[٧]{٣} + ٤)^{٢} = ١٦ + ٨\sqrt[٧]{٣} + ٣$ — $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$= ١٩ + ٨\sqrt[٧]{٣}$ — جمع الحدود المتشابهة

ب $(\sqrt[٧]{٣٧} + ٤)(\sqrt[٧]{٣٧} - ٤) = ١٦ - (\sqrt[٧]{٣٧})^{٢}$ — $(أ + ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

$= ١٣$

ج $(\sqrt[٧]{٣٧} + ٦)(\sqrt[٧]{٣٧} - ٢) = ١٢ - ٤\sqrt[٧]{٣٧} + ٦\sqrt[٧]{٣٧}$

$= ١٢ + ٢\sqrt[٧]{٣٧}$

حاول أن تحل

٨ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

١ $(\sqrt[٧]{٣} - ٥)^{٢}$ ب $(\sqrt[٧]{٥٧} + ٧)(\sqrt[٧]{٥٧} - ٣)$ ج $(\sqrt[٧]{٥٧} - ٦)(\sqrt[٧]{٥٧} + ٦)$

(١-١-هـ) المرافق واستخدامه — Conjugate and its Use

$\sqrt[٧]{٣}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt[٧]{٣}$، لأن $\sqrt[٧]{٣} \times \sqrt[٧]{٣} = ٢$ (عدد نسبي).

$٣ + \sqrt[٧]{٣}$ يسمى مرافق لِـ $٣ - \sqrt[٧]{٣}$، لأن $(٣ + \sqrt[٧]{٣}) \times (٣ - \sqrt[٧]{٣}) = ٩ - ٢ = ٧$ (عدد نسبي).

$\sqrt[٧]{٥^{٣}}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt[٧]{٥}$، لأن $\sqrt[٧]{٥^{٣}} \times \sqrt[٧]{٥} = ٥$ (عدد نسبي).

معلومة رياضية:
$\sqrt[٧]{أ^{٢}} + \sqrt[٧]{أب} + \sqrt[٧]{ب^{٢}}$، $\sqrt[٧]{أ^{٢}} - \sqrt[٧]{أب} + \sqrt[٧]{ب^{٢}}$ مقداران مترافقان.

إذا كان س، ص تعبيران جذريان يمثلان أعدادًا غير نسبية، وكان ناتج ضرب س في ص عددًا نسبيًّا فإن س، ص مترافقان.

يمكن إعادة كتابة كسر يحوي مقامه جذورًا تربيعية أو جذورًا تكعيبية بصورة كسر مقامه عدد نسبي، وذلك بضرب بسط الكسر ومقامه في **مرافق المقام**.

اختبار سريع

١ أوجد الجذر لكل مما يلي:

$\sqrt{١٩٦}$ ١٤ $\quad$ $\sqrt{٢٢٥}$ ١٥

$\sqrt[٣]{٢١٦}$ ٦ $\quad$ $\sqrt[٣]{-٥١٢}$ −٨

٢ بسّط ما يلي:

(أ) $\sqrt{٤س^{٥}ص^{٧}}$ $\quad$ ٢س^{٢}ص^{٣} $\sqrt{س ص}$

(ب) $\sqrt[٣]{-٢٧س^{٦}ص^{١٠}}$ $\quad$ −٣س^{٢}ص^{٣} $\sqrt[٣]{ص}$

(جـ) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢٠٠}$ $\quad$ ٢٠

(د) $\frac{\sqrt[٣]{٢٤٠١}}{\sqrt[٣]{٧}}$ $\quad$ ٧

مثال (٩)

اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

١ $\frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}}$ $\quad$ ب $\frac{١-\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-٣}$

الحل:

١ $\frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{٢}\times\sqrt{٣}+\sqrt{٣}}{(\sqrt{٣})^{٢}}$ خاصية التوزيع

$= \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٣}}{٣}$ بسّط

$\therefore \frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٣}}{٣}$ المقام عدد صحيح

ب $\frac{١-\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-٣} = \frac{(١-\sqrt{٢})}{(\sqrt{٢}-٣)} \times \frac{(\sqrt{٢}+٣)}{(\sqrt{٢}+٣)}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{٢}+٣-\sqrt{٢}\times\sqrt{٢}+\sqrt{٢}\times٣}{(\sqrt{٢})^{٢}-٣^{٢}}$ $(أ-ب)(أ+ب) = أ^{٢}-ب^{٢}$

$= \frac{\sqrt{٢}+٣-٢+\sqrt{٢}\times٣}{٢-٩}$ بسّط

$= \frac{١-\sqrt{٢}\times٢}{٧}$

حاول أن تحل

٣ اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

١ $\frac{\sqrt{٢}+\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ $\quad$ ب $\frac{٣-\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-٢}$

مثال (١٠) ربط بالحياة

قانون أينشتاين ط = ك × س^{٢} يربط بين الطاقة ط والكتلة ك وسرعة الضوء س.

١ أوجد قيمة س بدلالة ط، ك.

ب أعد كتابة إجابتك في ١ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

الحل:

١ ط = ك × س^{٢} اكتب القانون

$س^{٢} = \frac{ط}{ك}$ اقسم طرفي المعادلة على ك؛ ك ≠ ٠

$س = \sqrt{\frac{ط}{ك}}$ ، س > ٠

ب $س = \frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}}$

$س = \frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}} \times \frac{\sqrt{ك}}{\sqrt{ك}}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$س = \frac{\sqrt{ط \times ك}}{ك}$

$\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$ حيث أ > ٠، ب > ٠

حاول أن تحل

٤ القانون ع = $\frac{٢ \times ف}{ن^{٢}}$ يربط بين العجلة ع، والمسافة ف، والوقت ن لجسم متحرك بعجلة منتظمة.

١ أوجد ن بدلالة ع، ف.

ب أعد كتابة إجابتك في ١ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

مثال (١١)

أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س+١)^{٢}(٣س-٢)}{٧س-٤}$ حيث س = $\sqrt{٢}$ − ١. ثم بسّط الناتج

الحل:

$\frac{(س+١)^{٢}(٣س-٢)}{٧س-٤} = \frac{(\sqrt{٢}-١+١)^{٢}(٣(\sqrt{٢}-١)-٢)}{٧(\sqrt{٢}-١)-٤}$ عوّض س بقيمتها

$= \frac{(\sqrt{٢})^{٢}(٣\sqrt{٢}-٥)}{٧\sqrt{٢}-١١}$ بسّط

$= \frac{٢(٣\sqrt{٢}-٥)(٧\sqrt{٢}+١١)}{(٧\sqrt{٢}-١١)(٧\sqrt{٢}+١١)}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{٢(٤٢+٣٥\sqrt{٢}-٣٣\sqrt{٢}-٥٥)}{(٧\sqrt{٢})^{٢}-(١١)^{٢}}$ خاصية التوزيع

$= \frac{٢(-١٣+٢\sqrt{٢})}{٩٨-١٢١}$ جمع الحدود المتشابهة

$= \frac{-٢(١٣+٢\sqrt{٢})}{-٢٣}$

$= \frac{٢٦+٤\sqrt{٢}}{٢٣}$ بسّط

حاول أن تحل

٥ أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س-٢)^{٢}}{س+١}$ حيث س = ٢ − $\sqrt{٣}$. ثم بسّط الناتج

٩ إجابات وحلول

«دعنا نفكر ونتناقش»

٢ (أ) ٨ أمتار (ب) ≈ ٨,٤٨٥ أمتار

٣ ١٢٥ مترًا مكعبًا.

٤ ٣ أمتار.

«حاول أن تحل»

١ (أ) $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$ (ب) $\sqrt[٣]{٦٤} = ٤$

٢ (أ) $٣|س|ص^{٢}$ (ب) $-٣س^{٢}$

(جـ) $س^{٤}|ص|^{٣}$

٣ (أ) $\sqrt{٣٥}$ (ب) $\sqrt[٣]{٤}٧ - \sqrt[٣]{٣}٧$

٤ (أ) ٨ + ٨ = ١٦ (ب) $\sqrt{٧}٣$

(جـ) $\sqrt[٣]{٣}٣$ (د) $-\sqrt[٣]{٥}$

٥ (أ) $٥س^{٢}\sqrt{٢}$ (ب) $س\sqrt[٣]{١٨}$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt{٩}س^{٢}$

(ب) $\sqrt{٤}س^{٦}$

(جـ) $\sqrt{١٦}س^{٤}$

(د) $\sqrt{٠,٨١}س^{١٦}$

(هـ) $\sqrt{س^{٨}ص^{١٢}}$

(و) $\frac{\sqrt{س^{٣}ص^{٥}}}{\sqrt{٢٥}س}$ حيث س > ٠، ص ≤ ٠

(ز) $\sqrt[٣]{\frac{١٦س^{٢}ص^{٣}}{س^{٣}}}$ حيث س ≠ ٠، ص ≤ ٠

(٤) بسّط كلًّا من التعبيرات التالية:

(أ) $\sqrt{٨} \times \sqrt{٤٠}$

(ب) $(\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٢}$

(جـ) $\sqrt{٧} \times (\sqrt{٢٨} - \sqrt{٧٢})$

(د) $\sqrt{٢} \times (٢ + \sqrt{٥٠})$

(هـ) $(٧ + \sqrt{٣}٢)^{٢}$

(و) $\frac{\sqrt{١,٦} \times \sqrt{١٠}^{٣}}{\sqrt{٤} \times \sqrt{١٠}^{٢}}$

تمرّنْ ١-١

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها
Roots and Radical Expressions and Operations

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أوجد إن أمكن الجذور التربيعية الحقيقية لكل من الأعداد التالية:

(أ) ٨١

(ب) -٣٦

(جـ) ٢,٢٥

(د) ١

(هـ) $^{٢}٨$

(و) $\frac{٣٦}{٢٥}$

(ز) $(-١٠٠)^{٢}$

(حـ) $\frac{١٨}{٣٢}$

(ط) $^{٤}٧$

(٢) أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية:

(أ) ٨

(ب) ٠

(جـ) ٦٤

(د) -١٠٠٠

(هـ) ٠,٠٢٧

(و) $\frac{١٢٥}{٢١٦}$

(ز) ٢٧×٣٤٣

(حـ) $-\frac{١}{٥١٢}$

(ط) -٠,٢١٦

(ز) $\sqrt{٧٥} - \sqrt{٧٤} + \sqrt{٧٣٢}$

(حـ) $\sqrt{٣}١٦ - \sqrt{٤}٥٤ + \sqrt{١٢٨}$

(ط) $\sqrt{٧} \times \sqrt[٣]{١٢٥} \times ٧٠ \times ١٥$

(ي) $\frac{\sqrt{٧}س^{٣} \times ١٠^{٤} \times ٧٢ \times ١٥}{\sqrt{٧}س^{٢} \times ٤٠ \times ٢٧}$ حيث س < ٠

(٥) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{\sqrt{٧} - \sqrt{٥}}{\sqrt{٧} + \sqrt{٥}}$

(ب) $\frac{٤}{٢ - \sqrt{٣}}$

(جـ) $\sqrt{\frac{٨٤}{١٢}}$

(د) $\frac{٢ - \sqrt{٧}}{٣ + \sqrt{٧}}$

(هـ) $\sqrt{\frac{٢٧}{٨}} \times \sqrt{\frac{٣٢}{٥٤}}$

(و) $\frac{١ + \sqrt{٣}٢}{٥ - \sqrt{٣}}$

(٦) أوجد قيمة التعبير: $س^{٢} + س - ٣$، إذا كان $س = \frac{١ - \sqrt{٢}}{٢}$.

٦ (أ) $6\sqrt[7]{}\ 7\sqrt[7]{}\ س^{3}|ص|$ (س ≤ ٠)

(ب) $20س^{2}\sqrt[3]{ص^{2}}$

٧ (أ) ٣

(ب) $2س\sqrt[7]{س}$

(جـ) $4س^{4}\sqrt[3]{س}$

٨ (أ) $3\sqrt{10} - 28$

(ب) $21 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{5} - \sqrt{10}$

(جـ) ٣١

٩ (أ) $\frac{3 + \sqrt{6}}{3}$

(ب) $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$

١٠ (أ) $ن = \sqrt{\frac{2 \times ف}{ع}} = \frac{\sqrt{2ف}}{\sqrt{ع}}$

(ب) $ن = \frac{\sqrt{2ف ع}}{ع}$

١١ $\frac{-3\sqrt{3} - 3}{2}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[7]{576}$

(ب) $\frac{\sqrt[7]{2} \times \sqrt[7]{18}}{\sqrt[7]{144}}$

(جـ) $\sqrt[7]{27} \times \sqrt[7]{2} \times \sqrt[7]{75}$

(د) $\frac{\sqrt[7]{25}}{\sqrt[7]{32}} \div \frac{\sqrt[7]{9}}{\sqrt[7]{8}}$

(هـ) $\sqrt[7]{16س^{2}} + 3\sqrt[7]{49س^{2}}$ حيث س > ٠

(٢) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[7]{-8س^{3}}$

(ب) $\sqrt[7]{5^{2}} \times \sqrt[7]{5}$

(جـ) $(1 - \sqrt[7]{27})(1 + \sqrt[7]{27})$

(د) $\sqrt[7]{16} \times \sqrt[7]{4}$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $(\sqrt{7} + 2)(3 - \sqrt{72})$

(ب) $(\sqrt{2} - \sqrt{72})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

(جـ) $(\sqrt{2} - \sqrt{3}\sqrt{72})(\sqrt{2} + \sqrt{3}\sqrt{72})$

(د) $\frac{1}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + 1}$

١١

(هـ) $\frac{\sqrt[7]{س^{8} \times 64 \times ص^{17}}}{\sqrt[7]{س^{10} \times 169 \times ص^{11}}}$ حيث س > ٠ ، ص > ٠

(و) $\frac{1}{1 - \sqrt{2}\sqrt{72}} - \frac{2}{1 + \sqrt{2}\sqrt{72}}$

(٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $12\sqrt[7]{18}$ م وعرضه $9\sqrt[7]{2}$ م.

(أ) أوجد محيط الملعب.

(ب) أوجد مساحة الملعب.

(٥) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{7} + 3}$

(ب) $\frac{\sqrt[7]{32}}{\sqrt[7]{2}\sqrt{5}}$

(جـ) $\frac{\sqrt{2} - 7}{1 - \sqrt{2}}$

(د) $\frac{3 - \sqrt{8}\sqrt[7]{2}}{1 + \sqrt{2}}$

(هـ) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}\sqrt{2}}$

(٦) إذا كانت $س = \frac{2}{1 + \sqrt{5}}$ فأوجد قيمة $س^{2} - 1$.

١٢

١ـ٢: الأسس النسبية وخواصها

١ الأهداف

- يكتب عددًا حقيقيًّا في الصورة الجذرية.
- يكتب عددًا حقيقيًّا في الصورة الأسية.
- يحول من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية.
- يحول من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

الصورة الجذرية – الصورة الأسية – الجذر النوني – تحويل بين الصورة الأسية والصورة الجذرية – خواص الأسس النسبية.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – جهاز إسقاط (Data show) – حاسوب.

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) أوجد الناتج:

$-\sqrt[3]{-١٢٥}$ ، $\sqrt{١٩٦}$ ، $\sqrt{٢٨٩}$.

(ب) بسّط التعابير التالية:

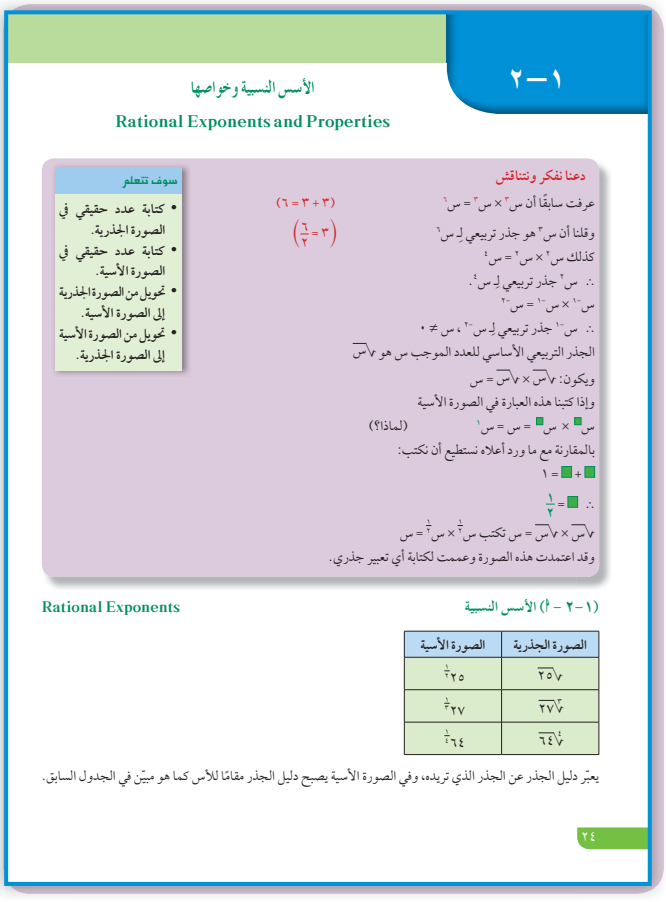
$\sqrt{٩٨س^{٥}ص^{٦}}$ ، $\sqrt[3]{-١٦س^{٧}ص^{١٠}}$

(جـ) أوجد الناتج، ثم بسّط ما يلي:

- $\sqrt[3]{٢س^{٤}ص^{٣}} \times \sqrt[3]{-٤س^{٥}ص^{٤}}$
- $\sqrt{٧س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt{٧س^{٥}ص^{٧}}$
- $\frac{\sqrt[3]{-٨١س^{٨}ص^{٩}}}{\sqrt[3]{٣س^{٣}ص^{٣}}}$ (س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠)

٥ التدريس

الربط بين الصورة الجذرية والصورة الأسية لأي عدد حقيقي له أهمية كبرى في العمليات الحسابية، وسوف يستكشفها الطالب ويستخدمها عندما تدعو الحاجة إلى ذلك، لذا كان من المهم جدًّا إيضاح كيفية التحويل بين الجذور والأسس.



١ـ٢

الأسس النسبية وخواصها

Rational Exponents and Properties

دعنا نفكر ونتناقش

عرفت سابقًا أن $س^{٣} \times س^{٣} = س^{٦}$ (٣ + ٣ = ٦)

وقلنا أن $س^{٣}$ هو جذر تربيعي لـ $س^{٦}$ $\left(\frac{٦}{٢} = ٣\right)$

كذلك $س^{٢} \times س^{٢} = س^{٤}$

∴ $س^{٢}$ جذر تربيعي لـ $س^{٤}$.

$س^{-١} \times س^{-١} = س^{-٢}$

∴ $س^{-١}$ جذر تربيعي لـ $س^{-٢}$ ، $س \neq ٠$

الجذر التربيعي الأساسي للعدد الموجب س هو $\sqrt{س}$

ويكون: $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$

وإذا كتبنا هذه العبارة في الصورة الأسية

$س^{■} \times س^{■} = س = س^{١}$ (لماذا؟)

بالمقارنة مع ما ورد أعلاه نستطيع أن نكتب:

١ = ■ + ■

∴ $\frac{١}{٢} = ■$

$\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}} = س$

وقد اعتمدت هذه الصورة وعممت لكتابة أي تعبير جذري.

سوف تتعلم

- كتابة عدد حقيقي في الصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي في الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية.

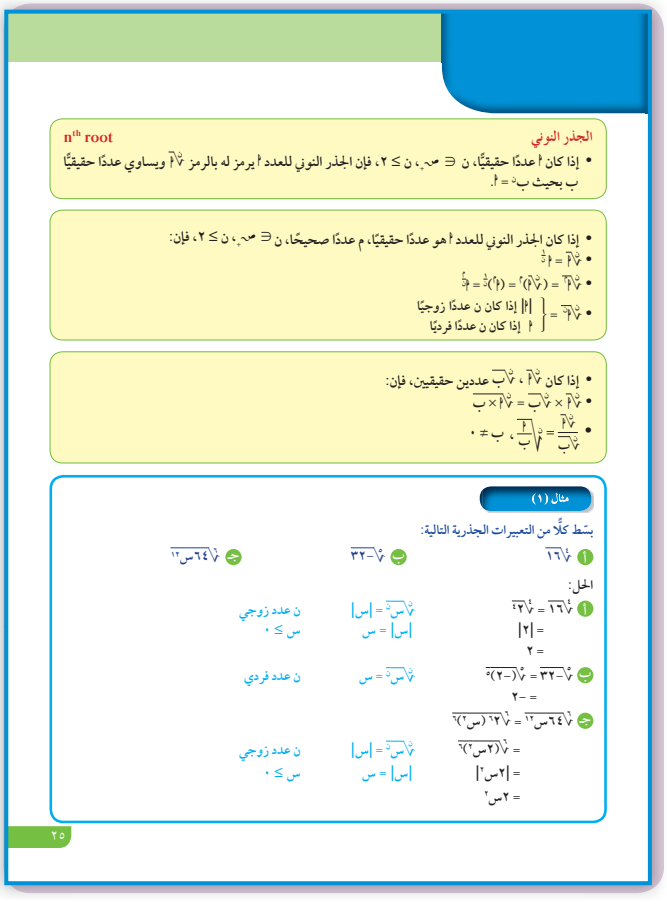
(١ – ٢ – أ) الأسس النسبية

Rational Exponents

الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt{٢٥}$	$٢٥^{\frac{١}{٢}}$
$\sqrt[3]{٢٧}$	$٢٧^{\frac{١}{٣}}$
$\sqrt[3]{٦٤}$	$٦٤^{\frac{١}{٣}}$

يعبّر دليل الجذر عن الجذر الذي تريده، وفي الصورة الأسية يصبح دليل الجذر مقامًا للأس كما هو مبيّن في الجدول السابق.

٢٤



الجذر النوني n^th root

- إذا كان أ عددًا حقيقيًّا، ن ∈ صـ، ن ≥ ٢، فإن الجذر النوني للعدد أ يرمز له بالرمز $\sqrt[ن]{أ}$ ويساوي عددًا حقيقيًّا ب بحيث $ب^{ن} = أ$.

- إذا كان الجذر النوني للعدد أ هو عددًا حقيقيًّا، م عددًا صحيحًا، ن ∈ صـ، ن ≥ ٢، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ^{م}} = أ^{\frac{م}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{(أ)^{م}} = (\sqrt[ن]{أ})^{م} = أ^{\frac{م}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{أ^{ن}} = \begin{cases} |أ| & \text{إذا كان ن عددًا زوجيًا} \\ أ & \text{إذا كان ن عددًا فرديًا} \end{cases}$

- إذا كان $\sqrt[ن]{أ}$ ، $\sqrt[ن]{ب}$ عددين حقيقيين، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{أ \times ب}$
- $\frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ ، ب ≠ ٠

مثال (١)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{١٦}$ ب $\sqrt[5]{-٣٢}$ جـ $\sqrt{٦٤س^{١٢}}$

الحل:

أ $\sqrt{١٦} = \sqrt{٤^{٢}} = |٢| = ٢$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ ، $|س| = س$ — ن عدد زوجي، س ≤ ٠

ب $\sqrt[5]{-٣٢} = \sqrt[5]{(-٢)^{٥}} = -٢$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$ — ن عدد فردي

جـ $\sqrt{٦٤س^{١٢}} = \sqrt{(٦٤)(س^{٢})^{٦}} = \sqrt{(٨س^{٣})^{٢}} = |٨س^{٣}| = ٨س^{٣}$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ ، $|س| = س$ — ن عدد زوجي، س ≤ ٠

٢٥

في المثال (١)

تابع مع الطلاب كيفية استخدام قواعد الجذور النونية لتبسيط التعبيرات الجذرية النونية.

في الأمثلة (٢)، (٣)، (٤)

اكتب على السبورة ما يذكّر الطلاب بالعلاقة بين الجذور والأسس وخاصة: $\sqrt[ن]{أ} = أ^{\frac{١}{ن}}$ ، $\sqrt[٣]{أ} = أ^{\frac{١}{٣}}$.

حفزهم على استخدام التحويل بين الصورتين بحسب الحاجة. مثال على ذلك:

$١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ يمكن كتابته $(٣٥)^{\frac{١}{٣}} = ٥^{\frac{١}{٣}\times ٣} = ٥$

ويمكن كتابته أيضًا $١٢٥^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt[٣]{٣٥}$

$= \sqrt[٣]{٥^{٣}} = ٥^{١} = ٥$

تابع مع الطلاب بدقة خواص العمليات على الأعداد النسبية. تأكد من فهمهم ذلك، ثم اطرح أسئلة متنوعة لتدرك مدى قدرتهم على الربط بين العمليات على الأعداد بالصورة الجذرية والصورة الأسية.

أخبرهم بما أن: $\sqrt{س \pm ص} \neq \sqrt{س} \pm \sqrt{ص}$ ،

فإن: $(س \pm ص)^{\frac{١}{٢}} \neq (س)^{\frac{١}{٢}} \pm (ص)^{\frac{١}{٢}}$.

في المثال (٦)

تطبيق مباشر لخواص الأسس النسبية. في (د) وضّح للطلاب أن الإشارة السالبة تعني أن المطلوب هو المعكوس الضربي للعدد فمثلًا $٣^{-\frac{١}{٢}}$ هو المعكوس الضربي للعدد $٣^{\frac{١}{٢}}$

في المثال (٧)

وضّح للطلاب الفرق بين $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$ وبين $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$. ثم أعط أمثلة متنوعة لتبيان ذلك.

مثال: $٣٢ \times ٣٢ = ٣٢^{٣+٤} = ٣٢^{٧} = ١٢٨$

ولكن $(٣٢)^{٤} = ٣٢^{٣ \times ٤} = ٣٢^{١٢} = ٤٠٩٦$

٦ الربط

يوفر المثال (٥) فرصة أمام الطلاب للربط بين الأسس وموقفًا حياتيًّا.

حاول أن تحل

١ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $-\sqrt[٣]{٢٤٣}$ ب $\sqrt[٤]{٦٢٥}$ ج $\sqrt[٧]{س^{١٤}}$

مثال (٢)

اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ ب $٥^{\frac{١}{٥}} \times ٥$ ج $١٠^{\frac{١}{٢}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٢}}$

الحل:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٢٥}$ — اكتب العدد $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ — اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= ٥$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$\therefore ١٢٥^{\frac{١}{٣}} = ٥$

ب $٥^{\frac{١}{٥}} \times ٥ = \sqrt[٥]{٥} \times ٥$ — اكتب $٥^{\frac{١}{٥}}$ بالصورة الجذرية

$= ٥$ — $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{(س ص)}$ لكل $س \geq ٠$

$\therefore ٥^{\frac{١}{٥}} \times ٥ = ٥$

ج $١٠^{\frac{١}{٢}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{١٠} \times \sqrt{١٠٠}$ — اكتب $١٠^{\frac{١}{٢}}$ و $١٠٠^{\frac{١}{٢}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt{١٠٠ \times ١٠}$ — $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{س ص}$

$= \sqrt{١٠^{٢} \times ١٠}$

$= \sqrt{١٠^{٣}}$ — $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

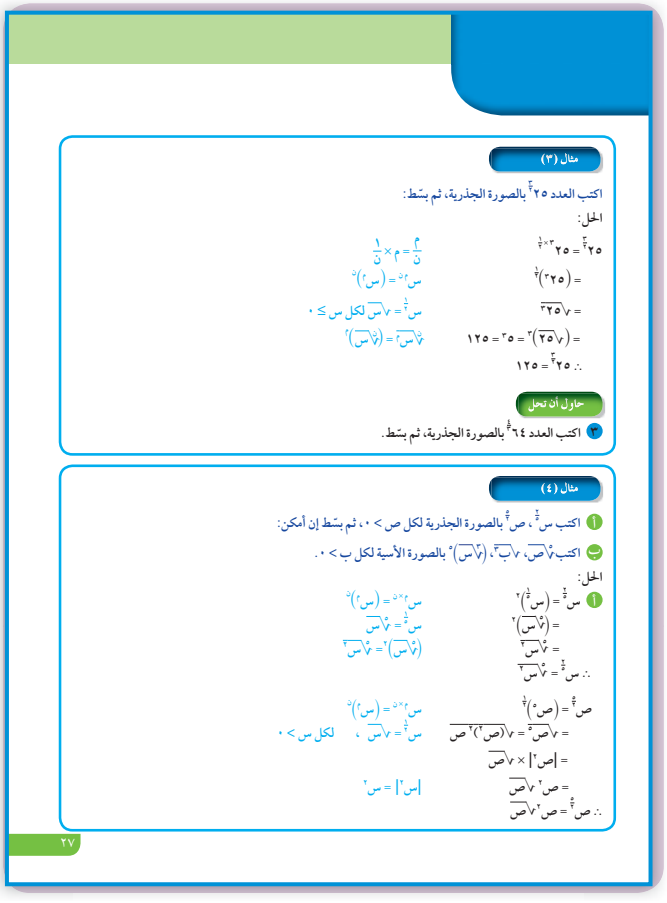
$= ١٠$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$

$\therefore ١٠^{\frac{١}{٢}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٢}} = ١٠$

حاول أن تحل

٢ اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٦^{\frac{١}{٢}}$ ب $٣^{\frac{١}{٣}} \times ٣$ ج $٧^{\frac{١}{٢}} \times ٤٩^{\frac{١}{٢}}$



مثال (٣)

اكتب العدد $٢٥^{\frac{١}{٢}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط:

الحل:

$٢٥^{\frac{١}{٢}} = ٢٥^{\frac{١}{٢} \times ١}$ — $أ^{\frac{م}{ن}} = \sqrt[ن]{أ^{م}} = (\sqrt[ن]{أ})^{م}$

$= (٢٥)^{\frac{١}{٢}}$ — $س^{٠} = (س \neq ٠)^{٠}$

$= \sqrt{٢٥}$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$ لكل $س \geq ٠$

$= (\sqrt{٢٥})^{٢} = ٥^{٢} = ١٢٥$ — $\sqrt[ن]{س^{م}} = (\sqrt[ن]{س})^{م}$

$\therefore ٢٥^{\frac{١}{٢}} = ١٢٥$

حاول أن تحل

٣ اكتب العدد $٦٤^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط.

مثال (٤)

١ اكتب $س^{\frac{١}{٣}}$ ، $ص^{\frac{١}{٢}}$ بالصورة الجذرية لكل $ص > ٠$، ثم بسّط إن أمكن:

ب اكتب $\sqrt[٥]{ص}$ ، $\sqrt[٣]{ب}$ ، $(\sqrt[٣]{س})^{٥}$ بالصورة الأسية لكل $ب > ٠$.

الحل:

١ $س^{\frac{١}{٣}} = (س^{\frac{١}{٦}})^{٢}$ — $س^{٥ \times ٢} = (س^{٢})^{٥}$

$= (\sqrt[٦]{س})^{٢}$ — $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

$= \sqrt[٦]{س^{٢}}$ — $(\sqrt[ن]{س})^{م} = \sqrt[ن]{س^{م}}$

$\therefore س^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٦]{س^{٢}}$

$ص^{\frac{١}{٢}} = (ص^{\frac{١}{٤}})^{٢}$ — $س^{٥ \times ٢} = (س^{٢})^{٥}$

$= \sqrt{ص^{٥}} = \sqrt{(ص^{٢})^{٢} ص}$ — $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$ ، لكل $س < ٠$

$= |ص^{٢}| \times \sqrt{ص}$

$= ص^{٢} \sqrt{ص}$ — $|س^{٢}| = س^{٢}$

$\therefore ص^{\frac{١}{٢}} = ص^{٢} \sqrt{ص}$

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

قد يخطىء الطلاب في تحويل الأسس المعطاة على صورة كسور عشرية أو أعداد عشرية إلى أسس على صورة أعداد نسبية. ساعدهم بتذكيرهم في كتابة الجزء من عشرة والجزء من مئة والجزء من ألف...

$$١,٥ = \frac{١٥}{١٠} = \frac{٣}{٢} \quad ، \quad ٢,٢٥ = \frac{٢٢٥}{١٠٠} = \frac{٩}{٤}$$

٨ التقييم

تابع الطلاب وهم يجيبون عن فقرات «حاول أن تحل» لتدرك أداءهم في التحويل بين الجذور والأسس والعمليات عليها والتبسيط.

الحل:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times ق^{٠,٥}}$$ اكتب المعادلة

$$= \frac{(٩,٨)^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times (١,٧)^{٠,٥}}$$ عوّض

$$\simeq ٠,٣٨٢$$ استخدم الآلة الحاسبة

∴ سرعة دوران الجهاز تساوي تقريبًا ٠,٣٨٢ دورة في الثانية.

حاول أن تحل

٥ احسب السرعة الدورانية المطلوبة للجهاز في المثال (٥) ليحاكي جاذبية تعادل نصف مقدار الجاذبية الأرضية.

(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية Properties of Rational Exponents

ليكن م، ن عددين نسبيين و أ، ب عددين حقيقيين حيث أ، أ^م، ب، ب^ن أعداد حقيقية.

نكتب الخواص التالية:

خواص	أمثلة
$ب^{م} \times ب^{ن} = ب^{م+ن}$	$٨^{\frac{٢}{٣}} \times ٨^{\frac{١}{٣}} = ٨^{\frac{٣}{٣}} = ٨^{١} = ٨$
$(ب^{م})^{ن} = ب^{م \times ن}$	$(٥^{\frac{١}{٢}})^{٤} = ٥^{\frac{١}{٢} \times ٤} = ٥^{٢} = ٢٥$
$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(٤ \times ٥)^{\frac{١}{٢}} = ٤^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = ٢ \times ٥^{\frac{١}{٢}}$
$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^{ن}}$ لكل ب ≠ ٠	$٩^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٩^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{٣}$
$\frac{ب^{م}}{ب^{ن}} = ب^{م-ن}$ لكل ب ≠ ٠	$\frac{٩^{\frac{٣}{٢}}}{٩^{\frac{١}{٢}}} = ٩^{\frac{٣}{٢}-\frac{١}{٢}} = ٩^{١} = ٩$
$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$ لكل ب ≠ ٠	$\left(\frac{٥}{٢٧}\right)^{\frac{٢}{٣}} = \frac{٥^{\frac{٢}{٣}}}{٢٧^{\frac{٢}{٣}}} = \frac{٥^{\frac{٢}{٣}}}{٣}$

يقدّر علماء الآثار عمر المحفورات باستخدام الأسس النسبية

ب) $\sqrt[٣]{ص} = ص^{\frac{١}{٣}}$ ، $\sqrt[ن]{س^{م}} = س^{\frac{م}{ن}}$ لكل س > ٠

$\sqrt{ب^{٣}} = (ب^{٣})^{\frac{١}{٢}}$
$= ب^{٣ \times \frac{١}{٢}}$
$= ب^{\frac{٣}{٢}}$
$\therefore \sqrt{ب^{٣}} = ب^{\frac{٣}{٢}}$

اضرب $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$(\sqrt[٣]{س})^{٥} = (س^{\frac{١}{٣}})^{٥}$
$= س^{\frac{١}{٣} \times ٥}$
$= س^{\frac{٥}{٣}}$
$\therefore (\sqrt[٣]{س})^{٥} = س^{\frac{٥}{٣}}$

$\sqrt[٣]{س} = س^{\frac{١}{٣}}$
اضرب $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

حاول أن تحل

٤ ١ اكتب $ص^{\frac{٣}{٤}}$ لكل ص > ٠ بالصورة الجذرية.

ب بسّط $س^{\frac{٤}{٣}} \times س^{-\frac{١}{٣}}$ لكل س ≠ ٠ ثم اكتب بالصورة الجذرية.

ج اكتب $\sqrt[٣]{س^{٤}}$، $(\sqrt[٣]{ص})^{٢}$ لكل ص ≠ ٠ بالصورة الأسية.

مثال (٥) ربط بالحياة

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام الوزن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس عليه، ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبية الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times ق^{٠,٥}}$$

حيث ن: السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية.

ق: نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر.

و: الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز طول نصف قطره ١,٧ متر، يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي ٩,٨ م/ث^{٢}.

مثال (٦)

بسّط كلًّا مما يلي:

١ $٤^{\frac{٣}{٤}} \times ٤^{\frac{١}{٤}}$ ب $(٥^{\frac{١}{٢}})^{٢}$ ج $(٥ \times ٧)^{\frac{١}{٤}}$ د $٣^{-\frac{١}{٤}}$ هـ $\frac{١٧^{\frac{٣}{٤}}}{١٧^{\frac{١}{٤}}}$

الحل:

١ $٤^{\frac{٣}{٤}} \times ٤^{\frac{١}{٤}} = ٤^{\frac{٣}{٤}+\frac{١}{٤}} = ٤^{\frac{٤}{٤}} = ٤^{١} = \sqrt[٤]{٤^{٤}} = \sqrt[٤]{٢٥٦} = ٤$

ب $(٥^{\frac{١}{٢}})^{٢} = ٥^{\frac{١}{٢} \times ٢} = ٥^{١} = ٥$

ج $(٥ \times ٧)^{\frac{١}{٤}} = ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٧^{\frac{١}{٤}} = \sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٣٥}$

د $٣^{-\frac{١}{٤}} = \frac{١}{٣^{\frac{١}{٤}}} = \frac{١}{\sqrt[٤]{٣}} = \frac{\sqrt[٤]{٣}}{٣}$

هـ $\frac{١٧^{\frac{٣}{٤}}}{١٧^{\frac{١}{٤}}} = ١٧^{\frac{٣}{٤}-\frac{١}{٤}} = ١٧^{\frac{٢}{٤}} = ١٧^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{١٧}$

حاول أن تحل

٦ بسّط كلًّا مما يلي:

١ $٥^{\frac{٣}{٤}} \times ٥^{\frac{١}{٤}}$ ب $(٧^{\frac{١}{٣}})^{٣}$ ج $(٢٣)^{\frac{١}{٢}}$ د $٦^{-\frac{١}{٢}}$ هـ $\frac{٨^{\frac{٥}{٣}}}{٨^{\frac{٢}{٣}}}$

مثال (٧)

بسّط كلًّا من الأعداد التالية:

١ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}}$ ب ٣,٠٤

الحل:

١ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = (٣٢^{\frac{١}{٥}})^{٣}$ $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$
$= (٢^{٥(\frac{١}{٥})})^{٣}$
$= (٢)^{٣}$ اضرب $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$
$= ٨$
$\therefore (٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = ٨$

اختبار سريع

١ اكتب في الصورة الجذرية، ثم بسّط ما يلي:

(أ) $(٣٤٣)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$ (ب) $(١٦٩)^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$

٢ بسّط ما يلي:

(أ) $(٢٢٥)^{\frac{٣}{٢}} = (٢٥ \times ٩)^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt{٢٥ \times ٣٩}^{٣} = \sqrt{(٣٥) \times (٣)^{٢}}^{٣} = ٣٣٧٥ = ١٢٥ \times ٢٧$

(ب) $س^{\frac{٢}{٣}} \times س^{\frac{٥}{٦}} = س^{\frac{٩}{٦}} = س^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt{س^{٣}} = |س| \sqrt{س}$

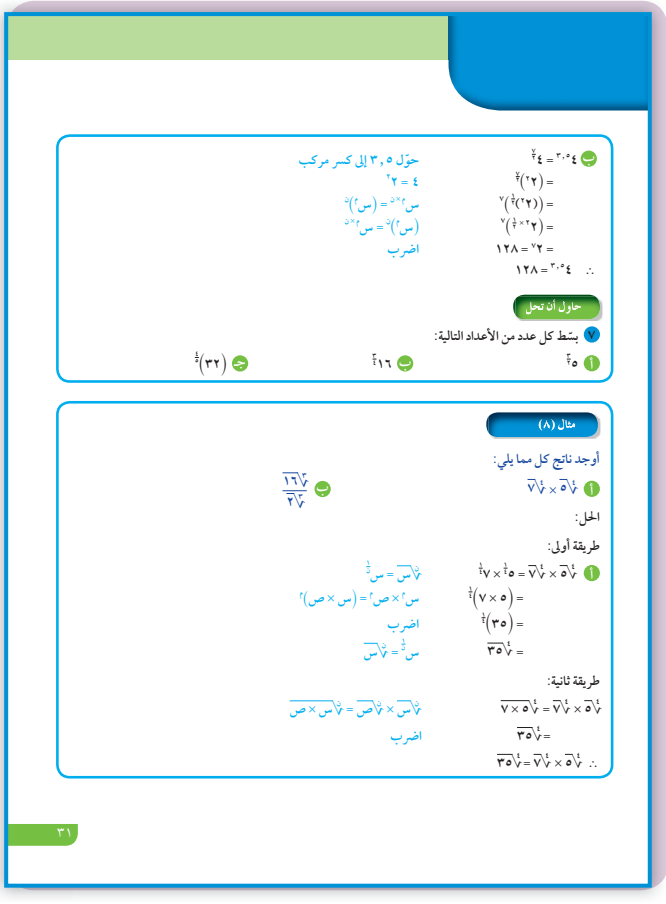
(جـ) $(١٦)^{١,٢٥} = (١٦)^{\frac{٥}{٤}} = \sqrt[٤]{(٥٢)^{٤}} = ٥٢ = ٣٢$

(د) $\frac{\sqrt[٣]{٧٢٩ س^{٥}}}{\sqrt[٣]{٣ س}} = \sqrt[٣]{٢٤٣ س^{٤}} = ٣ س \sqrt[٣]{٩ س}$

٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١ (أ) -٣ (ب) ٥ (جـ) $س^{٢}$



حوّل ٣,٥ إلى كسر مركب

جـ) $٤^{٣,٥} = ٤^{\frac{٧}{٢}}$

$= (٢^{٢})^{\frac{٧}{٢}}$

$= (٢^{\frac{١}{٢} \times ٢})^{٧}$

$= ١٢٨ = ٢^{٧}$

$\therefore ٤^{٣,٥} = ١٢٨$

حاول أن تحل

٧ بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

١ $\sqrt[٤]{٥}$ جـ) $\sqrt[٤]{١٦}$ د) $(٣٢)^{\frac{٤}{٥}}$

مثال (٨)

أوجد ناتج كل مما يلي:

١ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧}$ جـ) $\frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٧}}$

الحل:

طريقة أولى:

١ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٧^{\frac{١}{٤}}$ $\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$= (٥ \times ٧)^{\frac{١}{٤}}$ $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= (٣٥)^{\frac{١}{٤}}$ اضرب

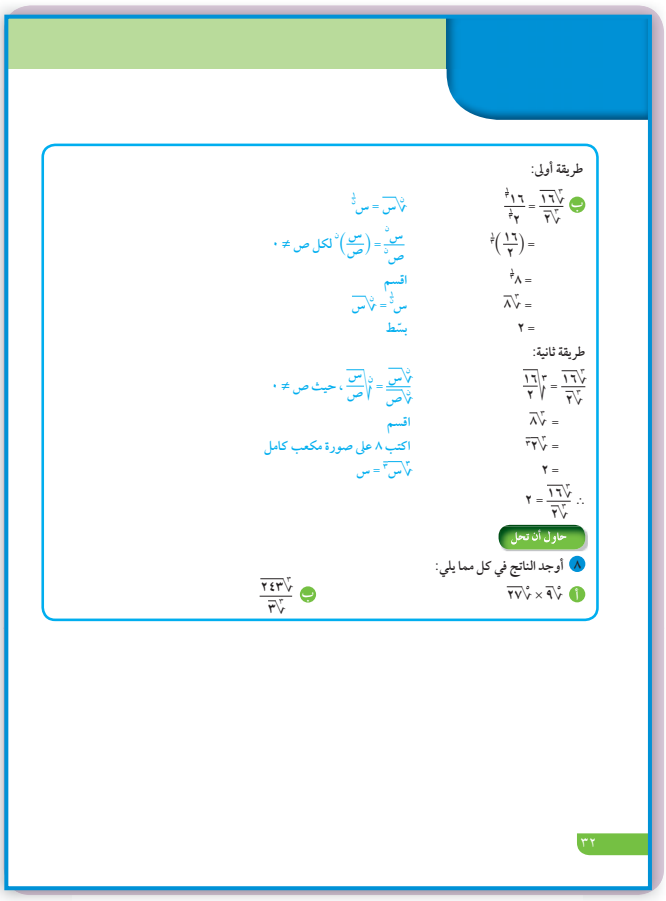
$= \sqrt[٤]{٣٥}$ $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

طريقة ثانية:

$\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٧ \times ٥}$ $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{س \times ص}$

$= \sqrt[٤]{٣٥}$ اضرب

$\therefore \sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٣٥}$



طريقة أولى:

جـ) $\frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٧}} = \frac{\sqrt[٤]{١٦}}{\sqrt[٤]{٢}}$ $\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$= (\frac{١٦}{٢})^{\frac{١}{٤}}$ $\frac{س^{ن}}{ص^{ن}} = (\frac{س}{ص})^{ن}$ لكل ص ≠ ٠

$= ٨^{\frac{١}{٤}}$ اقسم

$= \sqrt[٤]{٨}$ $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

$= ٢$ بسّط

طريقة ثانية:

$\frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٧}} = \sqrt{\frac{١٦}{٢٧}}$ $\sqrt[ن]{\frac{س}{ص}} = \frac{\sqrt[ن]{س}}{\sqrt[ن]{ص}}$ ، حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt{\frac{٨}{٢٧}}$ اقسم

$= \sqrt{\frac{٢}{٣}}$ اكتب ٨ على صورة مكعب كامل

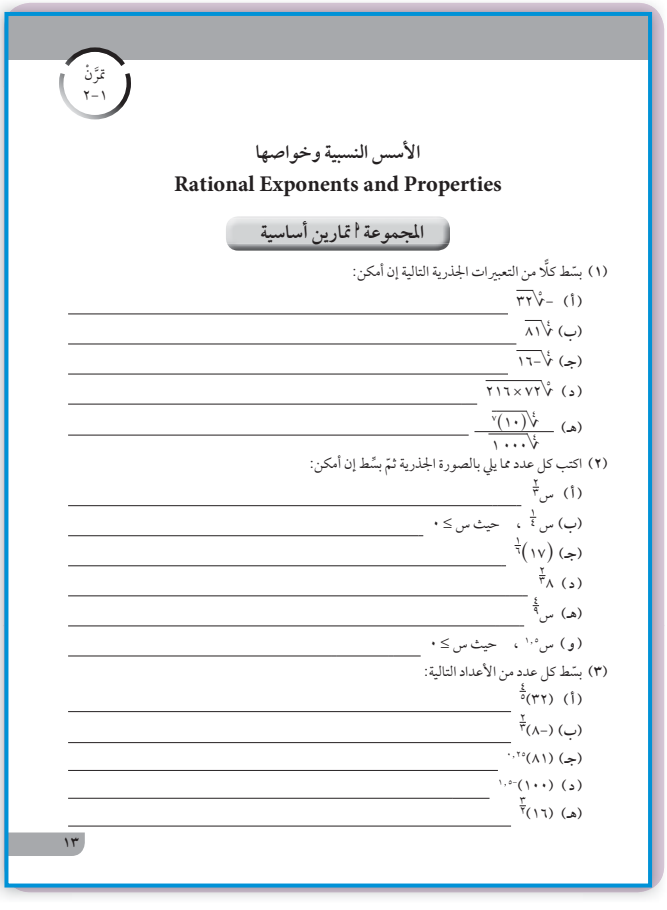
$= ٢$ $\sqrt{س^{٣}} = س$

$\therefore \frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٧}} = ٢$

حاول أن تحل

٨ أوجد الناتج في كل مما يلي:

١ $\sqrt{٩} \times \sqrt{٢٧}$ جـ) $\frac{\sqrt{٢٤٣}}{\sqrt{٣}}$



تمرّن ١-٢

الأسس النسبية وخواصها

Rational Exponents and Properties

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن:

(أ) $-\sqrt[٥]{٣٢}$

(ب) $\sqrt[٤]{٨١}$

(جـ) $\sqrt[٤]{-١٦}$

(د) $\sqrt[٧]{٢١٦ \times ٧٢}$

(هـ) $\frac{\sqrt[٧]{(١٠)^{٧}}}{\sqrt[٧]{١٠٠٠}}$

(٢) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{٣}{٤}}$

(ب) $س^{\frac{١}{٤}}$ ، حيث س ≤ ٠

(جـ) $(١٧)^{\frac{١}{٦}}$

(د) $٨^{\frac{٢}{٣}}$

(هـ) $س^{\frac{٤}{٥}}$

(و) $س^{١,٥}$ ، حيث س ≤ ٠

(٣) بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

(أ) $(٣٢)^{\frac{٤}{٥}}$

(ب) $(-٨)^{\frac{٢}{٣}}$

(جـ) $(٨١)^{٠,٢٥}$

(د) $(١٠٠)^{-١,٥}$

(هـ) $(١٦)^{\frac{٣}{٤}}$

٢ (أ) $\sqrt[٤]{١٦} = ٢$ (ب) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٣$

(جـ) $\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = \sqrt[٣]{٧^{٣}} = \sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$

٣ $\sqrt[٣]{٢٥٦} = \sqrt[٤]{٦٤} \times ٤ = ٢٥٦$

٤ (أ) $\sqrt[٨]{ص^{٣}}$ (ب) $\sqrt[٥]{س^{٢}}$ $\left(\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{١٠} = ٠,٤\right)$

(جـ) $س^{\frac{٢}{٣}}$ ، $ص^{\frac{٣}{٢}}$

٥ $ن = \frac{(٤,٩)^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times (١,٧)^{٠,٥}} \simeq ٠,٢٧$

السرعة الدورانية هي ٠,٢٧ دورة بالثانية.

٦ (أ) ٥ (ب) $\sqrt[٣]{٧} = \sqrt[٣]{٤٩}$

(جـ) $\sqrt{٢٣}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٦}} = \frac{\sqrt{٦}}{٦}$

(هـ) ١

٧ (أ) $\sqrt{٥} = \sqrt[٣]{٥}$

(ب) $\sqrt[٤]{١٦} = \sqrt[٤]{(٣٢)} = ٨$

(جـ) $\sqrt[٥]{٣٢} = \sqrt[٥]{(٤٢)} = ١٦$

٨ (أ) ٣ (ب) $\sqrt[٤]{٣} = \sqrt[٣]{٣}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt[٤]{٠,٠٠٨١}$ (ب) $\sqrt{س^{٢٤}}$

(جـ) $\sqrt[٤]{٣٢} + \sqrt[٤]{١٦٢}$ (د) $\sqrt[٤]{\frac{١}{١٦}}$

(هـ) $\frac{\sqrt{٢٧ س^{٣}}}{\sqrt{٨}}$ (و) $\sqrt[٥]{٣٢ \times ٢٤٣}$

(٢) اكتب كل تعبير أتي مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{١}{٤}}$، حيث $س \leq ٠$ (ب) $ص^{\frac{٣}{٥}}$

(جـ) $س^{٣,٥}$ ، حيث $س \leq ٠$ (د) $\frac{١}{(١٦)^{-\frac{٣}{٤}}}$

(هـ) $(٢٧)^{\frac{١}{٤}}$ (و) $(٣٢)^{٠,٢}$

(ز) $(٩)^{٢,٥}$

(٣) اكتب كل تعبير جذري مما يلي بالصورة الأسية:

(أ) $\sqrt{(٥س)^{٧}}$ ، حيث $س \leq ٠$ (ب) $(\sqrt{٥س})^{٧}$ ، حيث $س \leq ٠$

(جـ) $\sqrt[٥]{(٢٤٣)^{٤}}$ (د) $\sqrt{٠,٠١ س^{١٨}}$

(٤) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الأسية:

(أ) $\sqrt{٣}$

(ب) $\sqrt[٥]{س^{٢}}$

(جـ) $\sqrt{٧ س^{٣} ص^{٢}}$ حيث $س \leq ٠$ ، $ص \leq ٠$

(د) $\sqrt{٥ س^{٢}}$

(هـ) $\sqrt{٨١ س^{٣}}$

(٥) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt{(-٢٧)^{٤}}$

(ب) $\sqrt[٥]{-٢٤٣}$

(جـ) $\left(\frac{٢}{٣٥}\right)^{٠}$

(د) $٨^{\frac{٢}{٤}} \times ٨^{\frac{١٢}{٤}}$

(هـ) $س^{\frac{٣}{٥}} \times س^{\frac{٩}{١٠}}$ حيث $س \leq ٠$

(و) $\frac{س^{\frac{٣}{٢}} \times ص^{\frac{١}{٢}}}{س^{\frac{١}{٢}} \times ص^{\frac{١}{٤}}}$ حيث $س > ٠$ ، $ص > ٠$

(ز) $\sqrt[١٠]{١٠٢٤} - \sqrt[٦]{٢} \sqrt[٣]{٢}$

(حـ) $\frac{٨^{\frac{٣}{٤}} \times (٢٧)^{\frac{١}{٥}}}{(١٦)^{\frac{٥}{٤}} \times ٩^{\frac{٥}{٤}}}$

(٦) **علم الأحياء**: التعبير $٠,٠٣٦ م^{\frac{٣}{٤}}$ يستخدم لدراسة السوائل.

أوجد قيمة هذا التعبير إذا كان

$م = ٠,٠٢٥ \times ١٠^{٨}$.

(٤) بسّط كلًّا من التعبيرات التالية:

(أ) $\frac{س^{\frac{٢}{٣}} \times ص}{س^{\frac{١}{٣}} \times ص^{\frac{٣}{٤}}}$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص > ٠$

(ب) $\left[\left(س^{-\frac{١}{٣}}\right)^{\frac{١}{٣}}\right]^{٢}$

(جـ) $\frac{\sqrt[٣]{٩^{٢}} \times \sqrt{٦٤}}{(٥٤)^{-\frac{١}{٣}}}$

(٥) **تحليل الخطأ**: أوجد الخطأ في الحل التالي: $٣ \times \left(٢ + ٣^{\frac{٢}{٣}}\right) = ٣ \times ٢ + ٣ \times ٣^{\frac{٣}{٣}} = ٦ + ٩^{\frac{٣}{٣}} = ٣٣$.

المرشد لحل المسائل

إجابة «مسألة إضافية»

س: عرض قطعة الأرض.

٣س: طول قطعة الأرض.

(٣س)(س) = ٢٧٠٠

$س^{٢} = \frac{٢٧٠٠}{٣}$

$س^{٢} = ٩٠٠$

س = ± ٣٠

س = – ٣٠ مرفوضة

∴ العرض = ٣٠

الطول = ٣ س

= ٣ × ٣٠

= ٩٠

أي عرض قطعة الأرض يساوي ٣٠ مترًا

وطول قطعة الأرض يساوي ٩٠ مترًا.

المرشد لحل المسائل

بهدف تعزيز حب رياضة كرة القدم لدى الناشئة، أقام أحد النوادي ملعبًا لتدريبهم.

استخدم المعادلة:

ع = ٧٤√س لمعرفة طول سور الملعب ع، بمعلومية مساحة الملعب س.

١ تبلغ مساحة الملعب الحالية ١٥٠٠ متر مربع.
فما طول السور اللازم لإحاطته؟

ب قررت إدارة النادي زيادة مساحة الملعب لتصبح ٤ أمثال ما كانت عليه محافظة على شكلها.
فما طول السور الإضافي؟

الحل:

١ لمعرفة طول السور، أعوض عن س بـ ١٥٠٠ في المعادلة ع = ٧٤√س.

ع = ٧٤√١٥٠٠ ≃ ١٥٤,٩٢

يبلغ طول السور حوالى ١٥٥ مترًا.

ب مساحة الملعب بعد الزيادة = ٤ × ١٥٠٠ = ٦٠٠٠ متر مربع.

باستخدام المعادلة ع = ٧٤√س ، نحصل على:

ع = ٧٤√٦٠٠٠ ≃ ٣٠٩,٨

أي حوالى ٣١٠ أمتار.

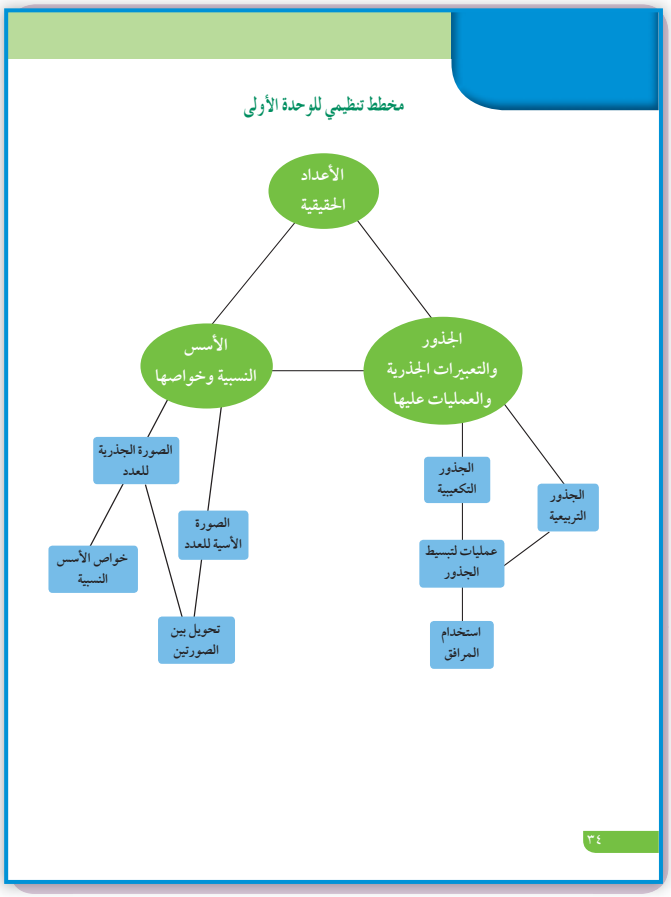
طول السور الإضافي: ٣١٠ – ١٥٥ = ١٥٥ مترًا.

ملاحظة: عندما أصبحت مساحة الملعب ٤ أمثال ما كانت عليه في السابق، أصبح طول السور الحالي مثلي طول السور السابق.

مسألة إضافية

أوجد أبعاد قطعة أرض مستطيلة الشكل، يساوي طولها ثلاثة أمثال عرضها، ومساحتها ٢٧٠٠ متر مربع.

٣٣



مخطط تنظيمي للوحدة الأولى

٣٤

ملخص

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.
- خواص الجذور التربيعية (س ≥ ٠، ص ≥ ٠):

$\sqrt{س^٢} = |س| = س$

$(\sqrt{س})^٢ = س$

$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$

$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- خواص الجذور التكعيبية:

$\sqrt[٣]{س^٣} = س$

$(\sqrt[٣]{س})^٣ = س$

$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- $\sqrt{س} - \sqrt{ص}$ ، $\sqrt{س} + \sqrt{ص}$ مقداران مترافقان

$\sqrt{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}}$ ، $\sqrt[٣]{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٣}}$ ، $\sqrt[٣]{س^٢} = س^{\frac{٢}{٣}}$

- خواص الأسس النسبية:

ليكن م، ن عددين نسبيين و$أ$، ب عددين حقيقيين حيث $أ^م$، $أ^ن$، $ب^ن$ أعداد حقيقية.

$ب^م \times ب^ن = ب^{م+ن}$

$(ب^م)^ن = ب^{م \times ن}$

$(أ \times ب)^ن = أ^ن \times ب^ن$

$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^ن}$ ، ب ≠ ٠

$\frac{ب^م}{ب^ن} = ب^{م-ن}$ ، ب ≠ ٠

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^ن = \frac{أ^ن}{ب^ن}$ ، ب ≠ ٠

(د) $-٥\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥}$ _____

(هـ) $٣\sqrt{٣}س^٢ \times ٤\sqrt{س}$ _____

(و) $٨\sqrt{س^٥} \div ٢\sqrt{س^٢}$ ، حيث س ≠ ٠ _____

(ز) $٨\sqrt{٧} \times ٢\sqrt{٧} - ٧٥\sqrt{٢} + ١٢\sqrt{٥}$ _____

(حـ) $\frac{٣\sqrt{٧}}{١ - ٣\sqrt{٧}} - \frac{٣\sqrt{٧}}{١ + ٣\sqrt{٧}}$ _____

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٣) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) $(-٨)^{\frac{٢}{٣}} = ٤$	(أ)	(ب)
(٢) $(٠,٩)^{\frac{١}{٢}} = ٠,٣$	(أ)	(ب)
(٣) $(٢)^{\frac{١}{٢}} \times (٤)^{\frac{١}{٨}} = (٤)^{\frac{٣}{٨}}$	(أ)	(ب)
(٤) $(\sqrt{٨١})^{\circ} = ٣^{\circ}$	(أ)	(ب)
(٥) $٧^{\frac{٣}{٤}} \times ٧^{\frac{٩}{٤}} = ٧^{\frac{٣}{٢}}$	(أ)	(ب)
(٦) $٩^{\frac{-٢}{٣}} \times (٢٧)^{\frac{١}{٣}} = ٣^{-١}$	(أ)	(ب)
(٧) إذا كانت س = $٢^{\frac{-٣}{٢}}$ ، ص = $(١٦)^{\frac{٣}{٤}}$ فإن ص × $س^٢$ = ١	(أ)	(ب)
(٨) $\frac{\sqrt{٨١}س^٤ص^٥}{(٣س)^{\frac{١}{٣}} \times (-ص)^{\frac{٢}{٣}}} = ٣س$ ص حيث س ≠ ٠، ص ≠ ٠	(أ)	(ب)
(٩) العددان $٣٢\sqrt{٧}$ ، $٢\sqrt{٧}$ مترافقان.	(أ)	(ب)
(١٠) العددان $(٨ - ٣٢\sqrt{٣})$ ، $(٣\sqrt{٧} + ٤)$ مترافقان.	(أ)	(ب)
(١١) ناتج $(س^٩ ص^{١٢})^{\frac{١}{٣}} \times \sqrt{(-س)^٤ ص^٢}$ يساوي $س^٥ ص^٥$.	(أ)	(ب)
(١٢) $\sqrt{(-٢)^٢} = -٢$	(أ)	(ب)
(١٣) إذا كانت س = $\sqrt{٧}^{-٢}$ ، ص = $(٤٩)^{\frac{١}{٣}}$ فإن س = $ص^{-١}$	(أ)	(ب)

اختبار الوحدة الأولى

أسئلة المقال

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $٧\sqrt{٤٩س^{٣٢}}$ _____

(ب) $٧\sqrt{١٦,٠س^{١٢}}$ _____

(جـ) $٧\sqrt{٨} \times ٧\sqrt{٢٧}$ _____

(د) $\frac{٧\sqrt{٧٢}}{٧\sqrt{١٨}}$ _____

(هـ) $٧\sqrt{٥٤} \times ٧\sqrt{٤}$ _____

(و) $٧\sqrt{٣٢} \times (٧\sqrt{٨} + ٧\sqrt{٧٣}) \times ٧\sqrt{٢٤}$ _____

(٢) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{-٢}{٣\sqrt{٢}}$ _____

(ب) $\frac{٧}{٣\sqrt{٥} - ١}$ _____

(جـ) $\frac{-٢ + ٣\sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢} - ٣}$ _____

(د) $\frac{٣ - ٥\sqrt{٢}}{(٢ + ٥\sqrt{٧})(٢ - ٥\sqrt{٧})}$ _____

(٣) بسّط كل تعبير من التعابير التالية:

(أ) $(-٣٢)^{\frac{٣}{٥}}$ _____

(ب) $(٢٥)^{\frac{١}{٢}} \times ٥^٢$ _____

(جـ) $٨^{\frac{١}{٣}} \times (١٨)^{\frac{١}{٢}}$ _____

(٤) اكتب كل تعبير مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{٣}{٨}}$ ، حيث س ≤ ٠ _____

(ب) $ص^{\frac{٢}{٥}}$ _____

(جـ) $(٨ص^{-٦})^{\frac{٢}{٣}}$ _____

في البنود (١٤-١٩) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل دائرة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(١٤) العدد $٧\sqrt{٤}$ مرافق لـ:

(أ) $٧\sqrt{٤}^٢$ (ب) $٧\sqrt{٤}^{٧}$ (جـ) $٢\sqrt{٧}$ (د) $٤\sqrt{٧}$

(١٥) مرافق العدد $(٣ - ٣\sqrt{٢})$ يمكن أن يكون:

(أ) $(٣ + ٣\sqrt{٢})^٢$ (ب) $٢١ + ٣\sqrt{١٢}$ (جـ) $٣ + ٣\sqrt{٢}$ (د) $٧ + ٣\sqrt{٤}$

(١٦) ناتج $٧\sqrt{١٨}س^٦ص^٨$ هو:

(أ) $٢\sqrt{٧٣}|ص|^٤$ (ب) $-٩س^٣ص^٤$ (جـ) $-٣س^٣ص^٤ \sqrt{٢}٧$ (د) $٦س^٣ص^٤$

(١٧) ناتج $أ^{\frac{٢}{٣}} \times (أ ب)^{\frac{٢}{٣}} \times ب^{\frac{٢}{٣}}$ ، حيث $أ > ٠$، $ب > ٠$ هو:

(أ) $(أ ب)^٢ \sqrt{ب}$ (ب) $(أ ب)^{\frac{٧}{٣}}$ (جـ) $أ ب^{\frac{٧}{٣}}$ (د) $ب \sqrt{٧}أ^٢ ب$

(١٨) إذا كانت س = $٢\sqrt{٧٢}$ ، ص = $٩^{\frac{١}{٤}}$ فإن س ص =

(أ) ١٨ (ب) ٦ (جـ) $٣\sqrt{١٨}$ (د) $-٣\sqrt{٣}$

(١٩) ناتج $\left(\frac{٣٢}{ب}\right)^{\frac{١}{٥}} \times \left(\frac{ب}{جـ}\right)^{\frac{٣}{٥}} \times (جـ^٣ \times أ^{-١})^{\frac{٣}{٥}}$ ، حيث $أ > ٠$ ، $ب > ٠$ ، $جـ > ٠$ تساوي:

(أ) $ب جـ^٢$ (ب) $أ ب^٢ جـ$ (جـ) $ب^٢ جـ^{\frac{٣}{٢}}$ (د) $(ب جـ)^٢$

تمارين إثرائية

(١) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[٧]{٦٤٠٠٠}$

(ب) $\sqrt[٧]{-٨ \times ٣٤٣}$

(جـ) $\sqrt[٤]{٠,٠٠١٦}$

(د) $\sqrt[٤]{٦٥٦١}$

(هـ) $\sqrt{٤(٣ - \sqrt{٧٢})^{٢}}$

(و) $\dfrac{٨^{\frac{١}{٣}} \times (٢٧)^{\frac{١}{٣}}}{(٥٤)^{\frac{١}{٣}} \times (١٠)^{-٢}}$

(ز) $\dfrac{(١٢)^{-٣} \times (١٨)^{٢}}{٣^{٥} \times ٦^{-٢}}$

(٢) بسّط كلًّا من التعابير التالية:

(أ) $س^{\frac{١}{٣}} \times س^{\frac{٢}{٣}}$ ، حيث $س \geq ٠$

(ب) $\left(س^{-\frac{٢}{٥}} \times ص^{\frac{٣}{١٠}}\right)^{٢٠}$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص > ٠$

(جـ) $\dfrac{\sqrt[٤]{٦٤ ص^{٧}}}{\sqrt[٤]{٢ ص^{٢}}}$ ، حيث $ص > ٠$

(د) $\dfrac{\sqrt[٧]{س^{٤}} \times \sqrt[٧]{س^{٣}}}{\sqrt[٧]{س^{٢}}}$ ، حيث $س \neq ٠$

(٣) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\dfrac{١}{١ + \sqrt{٢}}$

(ب) $\dfrac{٢ - \sqrt{٣}}{٣ - \sqrt{٣}}$

(جـ) $\dfrac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}$

(د) $\dfrac{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}{٤ + \sqrt{٣}}$

(٤) **خطأ تحليلي**: أوجد الخطأ. $\sqrt{٢٤} = \sqrt{(-٤) \times (-٦)} = \sqrt{-٤} \times \sqrt{-٦} = -\sqrt{٢٢-}$.

(٥) أثبت أن: $(٢٧)^{-\frac{٢}{٣}} = (٨١)^{-\frac{١}{٢}}$

(٦) إذا كان $(١٦)^{٠,٢٥} \times س = -١$ فأوجد قيمة س

(٧) إذا كان $س = \sqrt{٤ - ٢\sqrt{٣}} + \sqrt{٤ + ٢\sqrt{٣}}$

(أ) احسب $س^{٢}$.

(ب) أثبت أن س تساوي $\sqrt{٣}٢$.

(٨) إذا كان $س = \dfrac{\sqrt{٣}٢}{١ - \sqrt{٢}}$ ، فأوجد قيمة $\dfrac{(س - ٤)^{٢}}{٨} \times (س + ٤)$.

* (٩) أوجد قيمة س بحيث يكون $\left[(٣ - \sqrt{٢}٧) \times س\right]$ عددًا نسبيًّا.

(١٠) بسط التعبير التالي: $\left(\sqrt{٢}س^{٣} ص^{٦}\right)^{٢}$

الوحدة الثانية: العينات

Samples

٢ – ١: المجتمع الإحصائي

- جمع البيانات.
- أنواع البيانات وطرائق جمعها.

٢ – ٢: أنواع العينات

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

٢ – ٣: تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

مقدمة الوحدة

الوحدة الثانية

العينات
Samples

مشروع الوحدة: داء الكوليسترول

١ مقدمة المشروع: الكوليسترول، أو داء العصر كما يحب الكثيرون أن يسموه، ينتجه الكبد في جسم الإنسان كما أنه موجود بكميات كبيرة في المأكولات ذات المصدر الحيواني مثل: صفار البيض، الكبد، الكلية، النخاعات، الروبيان، اللحوم الحمراء، الحليب الكامل الدسم ومشتقاته... وقد أثبتت الدراسات أن ٢٠٪ من الكوليسترول ينتج من الطعام و٨٠٪ منه ينتجه الكبد في جسم الإنسان.

٢ الهدف: سوف تقوم بدراسة حول داء الكوليسترول: أعراض ارتفاعه وانخفاضه، تأثيره على حياة الإنسان. طرائق الوقاية لتفادي أخطاره. تأثير الوراثة والأطعمة في تصنيعه. النسبة المئوية لعدد الأشخاص المصابين بداء الكوليسترول. تكوين جدول بكميات الكوليسترول عند عينة من الأشخاص.

٣ اللوازم: آلة حاسبة - أوراق جدولة الانتشار.

٤ أسئلة حول التطبيق:

حدد المكان الذي سوف تقوم بزيارته: مستشفى أو مختبر أو عيادة طبيب.

نظم استمارة بالأسئلة التي تريد طرحها:

أ ما أعراض ارتفاع الكوليسترول؟

ب ما العوامل المؤثرة على الكوليسترول؟ الغذاء، عوامل الوراثة، الوزن، النشاط والحركة، العمر والجنس، ...

ج كيف تستطيع خفض الكوليسترول؟

ما دور الأدوية في توازن أنواع الكوليسترول: (المفيد) HDL، (الضار) LDL؟ وما المعدل الطبيعي لكل منهما؟

د ما الأمراض الناتجة عن ارتفاع الكوليسترول؟

هـ ما نسبة الوفيات الناتجة عن داء الكوليسترول؟ وما تأثيره؟

كون جدولًا يتضمن كمية الكوليسترول (ملليجرام بالديسيلتر الواحد) لعدد من الأشخاص في المكان الذي اخترته للمعاينة. اسأل العينة التي اخترتها عن نسبة الأشخاص المصابين بالكوليسترول إلى العدد الإجمالي للمعاينات، وعن تأثير النشاطات الرياضية على تعديل نسبة الكوليسترول.

٥ التقرير: اكتب تقريرًا مفصلًا يتضمن الإجابات التي حصلت عليها من العينة (العينات) التي زرتها والجداول التي كونتها والنسب المئوية للأشخاص المصابين به. كما يجب أن يتضمن التقرير اقتراحاتك ونصائحك.

دروس الوحدة

٢-١ المجتمع الإحصائي	٢-٢ أنواع العينات	٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٢-١-أ) جمع البيانات	(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة	
(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها	(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية	
	(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة	

٣٦

في مجال الإحصاء، العينة هي جزء من المجتمع الإحصائي، وغالبًا ما يكون عدد المجتمع الإحصائي كبيرًا، ما يجعل التعداد أو الحصر الشامل لكل القيم في المجتمع الإحصائي غير عملي. فيتم جمع العينات وتتم دراستها وإجراء الإحصاء عليها بحيث يتم أخذ الاستدلالات أو الاستقراء من العينات. نلاحظ وجود مزايا رئيسية منها: تكلفة أخذ العينات أقل، جمع البيانات يتم بشكل أسرع، بما أن مجموعة البيانات أصغر فمن الممكن أن نضمن تجانس البيانات ودقتها وجودتها.

في مجال الأعمال التجارية، والبحوث الطبية، والدراسات الاجتماعية يستخدم على نطاق واسع أخذ العينات العشوائية لجمع المعلومات عن أفراد المجتمع الإحصائي.

تنشط شركات الإحصاء خلال المواسم الانتخابية لتحديد أحجام المتنافسين، وذلك عن طريق أخذ عينات عشوائية من ناخبي الدوائر الانتخابية لأنه يتعذر استطلاع رأي كل الناخبين بحيث يمكن معرفة التوجه العام للناخبين مع هامش خطأ بسيط.

وسوف نتطرق إلى ثلاثة أنواع من العينات العشوائية:

(أ) العينة العشوائية البسيطة.

(ب) العينة العشوائية الطبقية.

(جـ) العينة العشوائية المنتظمة.

مشروع الوحدة

يوفر هذا المشروع فرصة أمام الطلاب للتعرف إلى ما يسمى داء العصر ألا وهو الكوليسترول، وذلك عن طريق القيام باستطلاع ودراسة مفصلة عن أسبابه، والعوامل المؤثرة في انتشاره وارتفاعه، ونسب انتشاره بين الجنسين، والعوارض الناتجة عنه.

اطلب إلى الطلاب:

- تحديد المجتمع الإحصائي الذي سوف يتم استطلاعه، وأخذ المعطيات الدقيقة لإتمام الدراسة.
- تنظيم قائمة بالأسئلة التي تغطي كل جوانب الدراسة وأهدافها.
- إنشاء جدول يتضمن كل النتائج التي سترد في استمارات الأسئلة.

اطلب إلى الطلاب مقارنة نتائجهم بإحصاءات موجودة على شبكة الإنترنت من مختلف أنحاء العالم، وذلك لمعرفة الفوارق ونسبة انتشار هذا المرض بين منطقة وأخرى وبين شعب وآخر، شارحًا لهم أن الفرق بين تلك النسب يعود إلى اختلاف عادات الشعوب وطرق عيشهم على مختلف المستويات.

التقرير

اعرض تقريرك أمام زملائك في غرفة الصف. ناقش معهم كل النتائج التي توصلت إليها، ثم أعد النظر في بعضها إذا رأيت ذلك مناسبًا وضروريًّا.

سلّم التقييم

٤.	الجداول دقيقة وواضحة – النتائج صحيحة – التقرير مفصل وواضح – الاقتراحات والنصائح سليمة وعلمية.
٣.	معظم الجداول دقيقة وواضحة – النتائج بمعظمها صحيحة – التقرير مفصل مع بعض الغموض – الاقتراحات والنصائح سليمة.
٢.	بعض الجداول دقيقة – النتائج مقبولة – التقرير مفصل مع بعض الإرباكات والأخطاء – الاقتراحات والنصائح يلزمها نقاش وإثبات.
١.	معظم عناصر المشروع غير كافية وناقصة.

٢ـ١: المجتمع الإحصائي

١ الأهداف

- يُعرّف المجتمع الإحصائي.
- يُعرّف المجتمعات المنتهية وغير المنتهية.
- يُعرّف المتغير.
- يُعرّف الحصر الشامل.
- يُعرّف المعاينة.
- يتعرف أنواع البيانات وطرائق جمعها.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

المجتمع الإحصائي – المجتمعات المنتهية – المجتمعات غير المنتهية – المتغير – الحصر الشامل.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – جهاز إسقاط (Data show) – حاسوب.

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) هل استطلاع الرأي يشمل دائمًا المجتمع بأكمله؟

(ب) ما هي الوسائل التي يمكن اتباعها خلال إجراء استطلاع ما حول عدد مشاهدي أحد البرامج التلفزيونية؟

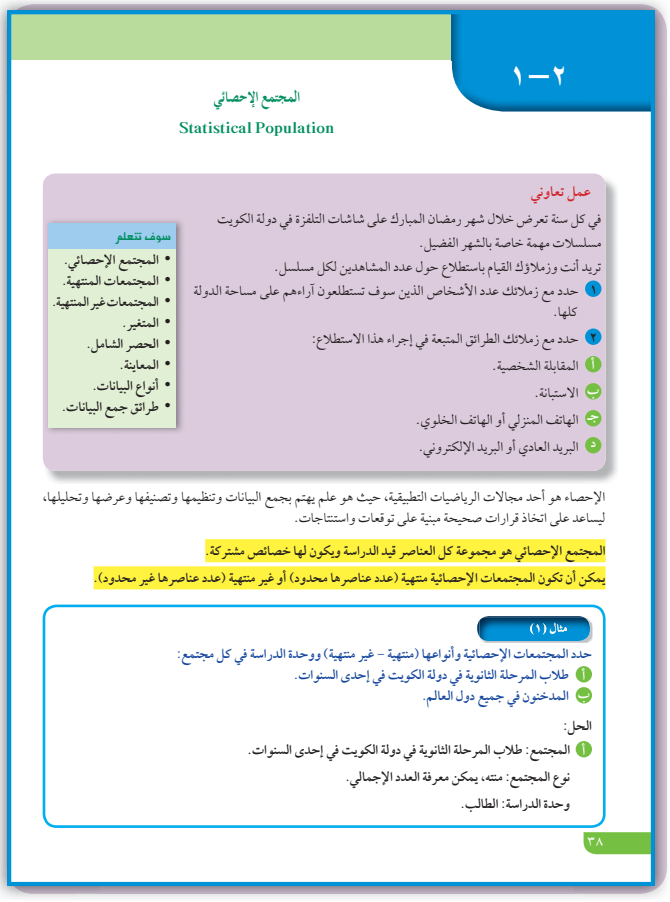
(جـ) هل هناك إمكانية توجيه دراسة إحصائية معينة بهدف الحصول على نتيجة مسبقة؟

٥ التدريس

لإتمام أي دراسة إحصائية أو إجراء أي استطلاع رأي، يجب تحديد المجتمع الإحصائي الذي سوف يتم استطلاعه،وتحديد هدف الدراسة أو المواضيع التي يراد معرفتها لدى أفراد هذا المجتمع، وتحديد الأسئلة الواجب طرحها لتحقيق الهدف المنشود والذي يعطي صورة واضحة عن الواقع، مما يؤدي إلى اتخاذ قرارت أو إجراءات تتعلق بنتيجة أي دراسة إحصائية.

في المثالين (١)، (٢)

يتم التطرق إلى تحديد طبيعة المجتمعات الإحصائية أي إذا كانت منتهية أو غير منتهية.



١–٢

المجتمع الإحصائي

Statistical Population

عمل تعاوني

في كل سنة تعرض خلال شهر رمضان المبارك على شاشات التلفزة في دولة الكويت مسلسلات مهمة خاصة بالشهر الفضيل.

تريد أنت وزملاؤك القيام باستطلاع حول عدد المشاهدين لكل مسلسل.

١ حدد مع زملائك عدد الأشخاص الذين سوف تستطلعون آراءهم على مساحة الدولة كلها.

٢ حدد مع زملائك الطرائق المتبعة في إجراء هذا الاستطلاع:

أ المقابلة الشخصية.

ب الاستبانة.

ج الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.

د البريد العادي أو البريد الإلكتروني.

سوف تتعلم

- المجتمع الإحصائي.
- المجتمعات المنتهية.
- المجتمعات غير المنتهية.
- المتغير.
- الحصر الشامل.
- المعاينة.
- أنواع البيانات.
- طرائق جمع البيانات.

الإحصاء هو أحد مجالات الرياضيات التطبيقية، حيث هو علم يهتم بجمع البيانات وتنظيمها وتصنيفها وعرضها وتحليلها، ليساعد على اتخاذ قرارات صحيحة مبنية على توقعات واستنتاجات.

المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.

يمكن أن تكون المجتمعات الإحصائية منتهية (عدد عناصرها محدود) أو غير منتهية (عدد عناصرها غير محدود).

مثال (١)

حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

ب المدخنون في جميع دول العالم.

الحل:

أ المجتمع: طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

نوع المجتمع: منته، يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: الطالب.

٣٨

ب المجتمع: المدخنون في جميع دول العالم.

نوع المجتمع: غير منته، لا يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: المدخن.

حاول أن تحل

١ حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ الطلاب المشاركون في زيارة المركز العلمي في أحد الأيام.

ب زوار حديقة الحيوانات.

المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.

مثال (٢)

اعرض بعض المتغيرات لطلاب صفك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

الحل:

تتنوع الإجابات. إجابات ممكنة:

أ طول القامة لكل طالب بالسنتيمتر.

ب وزن كل طالب بالكيلوجرام.

ج لون العيون لكل طالب.

د لون الشعر لكل طالب.

حاول أن تحل

٢ اعرض بعض المتغيرات الممكنة للكتب الموجودة في مكتبة مدرستك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

٣٩

فإجراء دراسة أو استطلاع رأي على أفراد في مجمع سكني أو على شعب بكامله، بالرغم من أن الأول هو مجتمع منته أمّا الثاني فهو مجتمع غير منته فمن الممكن أن نحصل على نتائج متقاربة.

أمّا في حال المتغير، فهو قد يكون مشتركًا ويعمم على كل المجتمعات أو قد يجوز في مجتمع ولا يجوز في آخر كنوعية العمل في قرية سياحية أو في مدينة صناعية.

في المثال (٣)

يتطرق إلى استخدام الحصر الشامل الذي يطبق على المجتمعات المنتهية ذات الأعداد المحدودة جدًّا، لأنه يعطي نتائج دقيقة، وهامش الخطأ يكاد يكون فيها معدومًا إلّا أن تطبيقها يبقى محدودًا في مختلف الاستطلاعات والدراسات الإحصائية.

في المثال (٤)

على الطلاب معرفة أنه لا يمكن التأكد من جودة كل الكمية التي يريد التاجر شراءها، لذا عليه اختيار عينة عشوائية من هذه الكمية وإجراء الفحوصات اللازمة عليها للتأكد من جودتها ونوعيّتها.

في المثال (٥)

لا يمكن إجراء الدراسة على كل سكان العالم إنما يمكن استخدام المعاينة من خلال عينة من القاطنين في دولة الكويت يمكن أن تعطينا تصورًا قريبًا إلى الواقع عن نسبة الأميين في العالم كله.

في الأمثلة (٦)، (٧)، (٨)، (٩)

توضح هذه الأمثلة للطلاب أنه خلال الدراسة الإحصائية يمكن أن يدرسوا عدة أنواع للمتغير منها:
الكيفية الاسمية، والكيفية المرتبة، والكمية المستمرة، والكمية المتقطعة.

في المثال (١٠)

وضّح للطلاب أنه يمكن استخدام عدّة طرائق لإجراء دراسة إحصائية أو استطلاع ما.

(٢-١-أ) جمع البيانات Collecting Data

عند القيام بدراسة إحصائية يقوم الباحث بتحديد المجتمع محل الدراسة ثم يبدأ بجمع البيانات. وهناك أساليب مختلفة لجمع البيانات تعتمد على نوع الدراسة وخصائص المجتمع وهي:

١- الحصر الشامل:
هي عملية جمع بيانات جميع المفردات من المجتمع محل الدراسة، (غالبًا ما تصعب دراسة مفردات المجتمع ككل لما تحتاجه من نفقات ووقت وجهد كما أن الحصر الشامل لا يصلح في المجتمعات غير المنتهية لاستحالة حصر مفرداتها في قائمة).

٢-المعاينة
هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة.

مثال (٣)

هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ مع ذكر السبب.

أ) دراسة نسبة كمية السكر في الدم عند مريض مصاب بداء السكري.

ب) دراسة حول نسبة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى إلى عدد الطلاب في المرحلة الثانوية في مدرستك.

الحل:

أ) لا يمكن استخدام الحصر الشامل في هذا المجتمع، لأن استخدام كافة كمية الدم الموجودة في جسم المريض سوف يؤدي إلى نهاية حياته. لذا نحتاج إلى جزء من هذا الدم لدراسة كمية السكر.

ب) يمكن استخدام الحصر الشامل هنا، لأن عدد الطلاب في المرحلة الثانوية يسمح بدراسة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى وبالتالي يمكن كتابة النسبة.

حاول أن تحل

٣ اكتب مثالًا عن:

أ) دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

ب) دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

٤٠

مثال (٤)

تقوم إحدى الشركات بإنتاج عبوات من عصير البرتقال وتوزيعها على الأسواق الاستهلاكية. يريد أحد التجار شراء كمية كبيرة من هذا العصير. كيف يتأكد من جودة نوعيته؟

الحل:

يختار التاجر عددًا من العبوات ويحللها في المختبر وعلى ضوء النتائج التي يتوصل إليها يقرر ما إذا كانت نوعية هذا العصير جيدة أم لا.

حاول أن تحل

٤ ماذا تفعل إذا أردت معرفة أطوال قامات طلاب المرحلة الثانوية في جميع مدارس دولة الكويت؟

مثال (٥)

تريد دراسة نسبة الأميّين في العالم إلى عدد السكان في إحدى السنوات. ماذا تفعل؟

الحل:

المجتمع الإحصائي هنا كبير جدًّا، لذا يجب أن نختار عينة تمثل جزءًا مهمًا منه، ثم نتوقع النسبة المطلوبة.

حاول أن تحل

٥ ماذا تفعل لتعرف من هو الممثل الأكثر شعبية في دولة الكويت هذا العام؟

(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها Types and methodes of Data Collection

تتنوع البيانات بحسب الهدف الذي تتوجه إليه دراسة المفردات في المجتمعات الإحصائية وتنقسم إلى نوعين.

أولًا: البيانات الكيفية Qualitative Data

البيانات الكيفية هي بيانات نعبر عنها من خلال أسماء أو صفات لتحديد حالة ما للمتغير ويوجد نوعان من البيانات الكيفية:

أ) البيانات الكيفية الاسمية: التي تعطي صفة أو عنوانًا للمتغير مثل لون الشعر - لون العيون - الجنسية - نوع الجوال - الاسم ...

ب) البيانات الكيفية المرتبة: تحدد بمواصفات تراعي ترتيبًا معينًا مثل تقديرات الطلاب في مادة ما (ممتاز - جيدجدًّا - جيد - مقبول - ضعيف).

٤١

٦ الربط

إن الدراسات الإحصائية واستطلاعات الرأي هي على علاقة وثيقة بالواقع لا بل هي تحويل الواقع إلى أرقام يبنى عليها لاتخاذ قرارات وإقامة مشاريع وتغيير أنماط.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

قد يواجه الطلاب صعوبة في تحديد طبيعة المجتمعات ولا سيما تلك غير المنتهية، مثلًا إجراء دراسة أو استطلاع على شعب بلد ما، علمًا أن عدد سكان أي بلد هو عدد نهائي، إنما إمكانيات إجراء دراسة باستخدام الحصر الشامل لهذا الشعب تحتاج إلى إمكانيات (أو قدرات) ضخمة والكثير من الوقت ولا أحد يستطيع تحمل تكلفتها. كما ويمكن الوقوع في خطأ تحديد المتغيّر بحيث يؤدي إلى ضرب هدف الدراسة الإحصائية.

٨ التقييم

تساعد فقرات «حاول أن تحل» المعلم على تكوين فكرة عن مدى استيعاب الطلاب مفاهيم هذا الدرس ومهاراته.

اختبار سريع

عند دراسة وسائل النقل التي يستخدمها طلاب المرحلة الثانوية في إحدى المدارس أثناء قدومهم إليها وذهابهم منها. أجب عن الأسئلة التالية:

١ ما هو المجتمع الذي تتم دراسته؟

هو مجتمع طلاب المرحلة الثانوية لإحدى المدارس وهو مجتمع منته.

٢ ما هو المتغير في هذه الدراسة؟

المتغير هو وسيلة النقل المستخدمة من قبل الطلاب للقدوم إلى المدرسة أو الذهاب منها.

٣ إذا قمت باستطلاع الصف الحادي عشر فقط من طلاب المرحلة الثانوية. فهل يعتبر هذا حصرًا شاملًا؟

كلا، ليكون حصرًا شاملًا يجب أن يشمل كل طلاب المرحلة الثانوية وليس فقط طلاب الصف الحادي عشر.

ثانيًا: البيانات الكمية Quantitative Data

البيانات الكمية هي بيانات نعبر عن مفرداتها بقيم عددية وهي نوعان:

١ البيانات الكمية المستمرة (متصلة) : وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا حقيقيًا مثل: الأطوال – الأوزان – الحجوم – المساحات ...

البيانات الكمية المتقطعة (منفصلة): وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا صحيحًا مثل عدد طوابق الأبنية– عدد درجات السلم– عدد الأشقاء...

مثال (٦)

تم تسجيل ألوان الشعر لعشرة طلاب في الصف الحادي عشر فجاءت كما يلي:
بني، أسود، بني، أشقر، أسود، أسود، بني، كستنائي، أسود، بني.
ما نوع هذه البيانات؟
الحل:
كيفية إسمية.

حاول أن تحل

٦ عند طرح سؤال على خمسة عشرة طالبًا من الصف الحادي عشر أدبي عن توقعاتهم لمستقبلهم في مجالات العمل أتت إجاباتهم على الشكل التالي: ضابط، محاسب، محام، معلم، ضابط، معلم، محاسب، محام، تاجر، محاسب، محاسب، معلم، لاعب كرة، محاسب، ضابط. ما نوع هذه البيانات؟

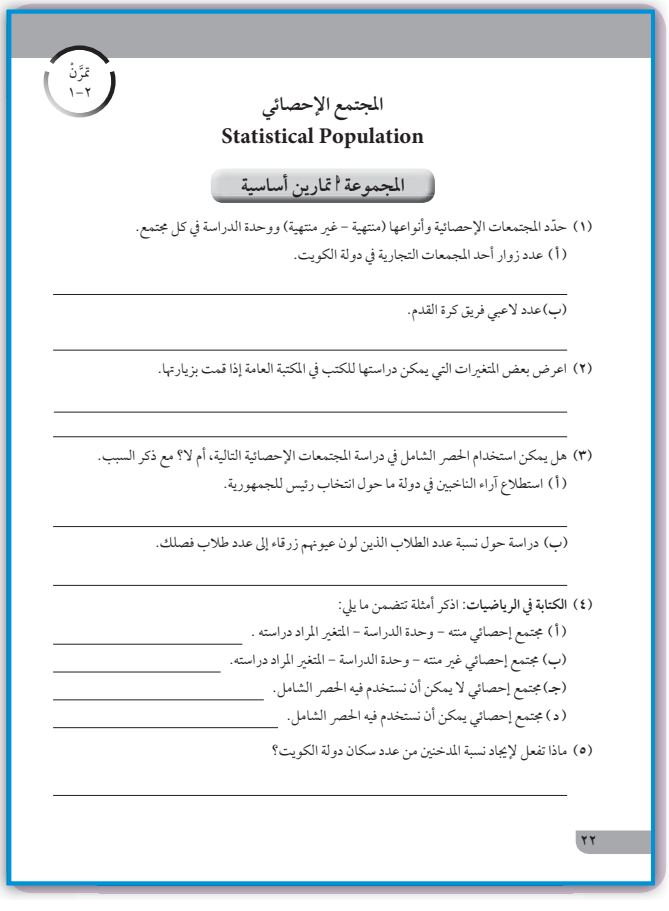
مثال (٧)

أقيمت دورة للألعاب الأولمبية في بكين عاصمة الصين سنة ٢٠٠٨م، وكان ترتيب الدول بحسب العدد الإجمالي للميداليات كما يلي: الصين، الولايات المتحدة الأميركية، روسيا، بريطانيا، ألمانيا، أستراليا. ما نوع هذه البيانات؟
الحل:
كيفية مرتبة.

حاول أن تحل

٧ تريد إجراء استطلاع حول رحلة إلى المدينة الترفيهية فقمت بتوزيع استمارة على الطلاب كتب عليها:
(موافق – غير موافق– سأجيب لاحقًا – لا إجابة)
ما نوع هذه البيانات؟ اشرح.

٤٢



تمرّن ١-٢

المجتمع الإحصائي
Statistical Population

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) حدّد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع.
(أ) عدد زوار أحد المجمعات التجارية في دولة الكويت.

(ب) عدد لاعبي فريق كرة القدم.

(٢) اعرض بعض المتغيرات التي يمكن دراستها للكتب في المكتبة العامة إذا قمت بزيارتها.

(٣) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.
(أ) استطلاع آراء الناخبين في دولة ما حول انتخاب رئيس للجمهورية.

(ب) دراسة حول نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم زرقاء إلى عدد طلاب فصلك.

(٤) **الكتابة في الرياضيات:** اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:
(أ) مجتمع إحصائي منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته .
(ب) مجتمع إحصائي غير منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته.
(جـ) مجتمع إحصائي لا يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.
(د) مجتمع إحصائي يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(٥) ماذا نفعل لإيجاد نسبة المدخنين من عدد سكان دولة الكويت؟

٢٢

٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١ (أ) منتهية، طالب.

(ب) غير منتهية، زائر.

٢ قد تتنوع الإجابات.

مثال على المتغيرات:

- الكتب العلمية
- القصص
- التاريخ
- كتب الرياضيات
- القواميس

(٦) تريد معرفة نوع العصير المفضل عند الذكور والإناث في الدولة. فما الطريقة التي سوف تستخدمها؟ اشرح إجابتك.

(٧) يهتم أحد الأندية بمعرفة مستوى الخدمة الطبية المقدمة لزوار النادي بهدف تحسينها.

(أ) ما هو المجتمع؟

(ب) ما هي العينة؟

(جـ) كيف سيتم جمع البيانات؟

في التمارين (٨-١٢)، اذكر ما نوع البيانات التي تصف كلًّا من الحالات التالية:

(٨) عدد التذاكر المباعة لإحدى المسرحيات.

(٩) أنواع منتجات معجون الأسنان المباعة للمستهلك.

(١٠) عدد أنواع السيارات المعروضة في الصالات للبيع.

(١١) البرنامج التلفزيوني المفضل لديك.

(١٢) أوزان الطلاب في مدرستك.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) حدّد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية - غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع.

(أ) عدد المواليد في العالم.

(ب) عدد زوار المركز العلمي في يوم واحد.

(٢) اعرض بعض المتغيرات التي يمكن أن تقوم بدراستها إذا قمت بزيارة حديقة للحيوانات.

مثال (٨)

كانت درجات الطلاب في الصف الحادي عشر في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:
١٢، ١٣,٥، ١٧، ١٦,٥، ٨,٥، ٩، ١٠، ١٠، ١٠,٥، ١٢، ١٤,٥، ٧، ٩,٥، ١٥، ١٥,٥، ١١، ١٣,١١,٥، ١٥,٥، ١٣,٥. ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية مستمرة.

حاول أن تحل

٨ تم تسجيل درجات حرارة خمسة أطفال في إحدى المستشفيات فكانت كالتالي:
٣٦,٥، ٣٨، ٣٧,٨، ٣٩، ٣٧,٥.
ما نوع هذه البيانات؟

مثال (٩)

في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، حققت بعض الدول الأهداف التالية: ألمانيا (٥)، هولندا (٥)، اليابان (٤)، الكاميرون (٢)، إيطاليا (٤)، البرازيل (٥)، إسبانيا (٤).
ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية متقطعة.

حاول أن تحل

٩ في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، كانت نقاط بعض الدول كما يلي: فرنسا (١)، الأرجنتين (٩)، الجزائر (١)، غانا (٤)، البرتغال (٥).
ما نوع هذه البيانات؟

(٣) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.

(أ) دراسة أنواع السمك الموجودة في أحد المحيطات.

(ب) دراسة نسبة عدد المعلمين إلى عدد المتعلمين في مدرستك.

(٤) **الكتابة في الرياضيات:** اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته - وحدة الدراسة - المتغير المراد دراسته.

(جـ) مجتمع إحصائي لا يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(د) مجتمع إحصائي يمكن أن نستخدم فيه الحصر الشامل.

(٥) ماذا تفعل إذا أردت معرفة نسبة مبيع سلعة جديدة في دولة الكويت؟ اشرح إجابتك.

(٦) ماذا تفعل لمعرفة الوجبة المفضلة عند الذكور والإناث في دولة الكويت؟ اشرح.

في التمارين (٧ - ١٠)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلًّا من الحالات التالية:

(٧) عدد الأسهم المتداولة في البورصة خلال أسبوع.

(٨) أطوال قامات السكان في الدولة.

(٩) عدد البرامج الموجودة في حاسوب.

(١٠) فريق كرة القدم المفضل لديك.

(١١) تهتم شركات التأمين بمعرفة التكلفة الصحية لزبائنها سنويًّا وذلك لتحديد ثمن بطاقة التأمين.

(أ) ما هو المجتمع؟

(ب) ما هي العينة؟

(جـ) كيف سيتم جمع البيانات؟

طرائق جمع البيانات

Methods of Data Collecting

عند جمع البيانات يستخدم الإحصائيون طرائق متعددة وذلك بحسب ما هو متوفر لديهم وما هو أسهل. من هذه الطرائق:

- الملاحظة أو المشاهدة.
- الاستبانة.
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني.
- الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.
- المقابلة الشخصية.
- الوثائق والسجلات.
- الأبحاث التاريخية والأرشيف.
- قواعد البيانات.

مثال (١٠)

١ أرادت إحدى شركات بيع السيارات التعرف إلى آراء الزبائن في خدمات الشركة بعد البيع. كيف سيتم ذلك؟

ب أراد المدير المالي في إحدى المؤسسات الوقوف على آراء الموظفين بعد نسبة الزيادة التي أعطاها لهم. كيف سيتم ذلك؟

الحل:

١ الاتصال بالزبائن بواسطة الهاتف المنزلي أو بواسطة الهاتف الخلوي أو البريد الإلكتروني.

ب بواسطة استبانة تكتب عليها بعض الأسئلة ذات الصلة أو بالمقابلة المباشرة مع كل موظف.

حاول أن تحل

١٠ يريد أحد الفنادق معرفة آراء النزلاء من مختلف أنحاء العالم بالخدمة التي يوفرها لهم أثناء إقامتهم. فما هي أفضل طريقة تراها في هذا الاستطلاع؟

٤٤

٣ (أ) يمكن استخدام الحصر الشامل في مجتمع إحصائي محدود العدد، كطلاب صف أو سكان مبنى.

(ب) لا يمكن استخدام الحصر الشامل في مجتمع إحصائي ذي أعداد كبيرة كسكان إحدى المدن الكبرى، لأن استطلاع سكان مدينة فردًا فردًا أمر شبه مستحيل خاصة إذا كان عدد سكانها بالملايين نسمة.

٤ يمكن أن أختار بعض المدارس عشوائيًّا وأوجد المتوسط الحسابي لأطوال طلاب المرحلة الثانوية في هذه المدارس.

٥ نختار عينة تمثل هذا المجتمع.

٦ كيفية إسمية.

٧ كيفية مرتبة، لأن على الطالب الاختيار بمواصفات تراعي ترتيبًا معينًا.

٨ كمية مستمرة.

٩ كمية متقطعة.

١٠ استمارة أو بريد إلكتروني.

٢ـ٢: أنواع العينات

١ الأهداف

- يُعرّف العينة العشوائية البسيطة.
- يُعرّف العينة العشوائية الطبقية.
- يُعرّف العينة العشوائية المنتظمة.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

العينة العشوائية البسيطة – العينة العشوائية الطبقية–العينة العشوائية المنتظمة.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – جهاز إسقاط(Data show) – حاسوب.

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) هل هناك إمكانية لإجراء استطلاع رأي على الشعب الكويتي باستخدام الحصر الشامل؟ إذا كانت الإجابة نعم، ففسّر كيف. أما إذا كانت لا، ففسّر كيف يمكن إجراء هذا الاستطلاع.

(ب) اعرض بعض المتغيرات التي يمكن دراستها في غرفة الصف.

٥ التدريس

اشرح للطلاب أن إجراء دراسات واستطلاعات على مجتمعات إحصائية غير منتهية لا يمكن أن يتم عمليًّا إلا عن طريق إجراء الدراسة على جزء محدد بحيث يكون عدده منتهيًا، وهذا ما يعرف بالعينة التي تجرى حولها الدراسة أي بالمعاينة.

كما أنه يمكن استخدام المعاينة لإجراء الدراسات في المجتمعات المنتهية ذات الأعداد الكبيرة، وذلك توفيرًا للمال والوقت.

٢–٢

أنواع العينات

Samples Types

دعنا نفكر ونناقش

تتكون أسرة إحدى المستشفيات من ١٠٠ إداريًا، ١٥٠ طبيبًا، ٢٥٠ ممرضًا.

١ أراد مدير المستشفى اختيار ٢٥ ممرضًا للالتحاق ببرنامج تدريبي، وضّح كيفية اختيار الممرضين دون تحيز.

٢ يساعد مدير المستشفى فريق عمل مكون من ١٠ أعضاء من مختلف فئات العاملين. وضّح كيفية اختيارهم بشكل عادل يتناسب مع أعداد كل فئة من العاملين.

سوف تتعلم

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

العينة العشوائية Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية:

(٢–٢–أ) العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كان المجتمع الإحصائي يتضمن عدد ن من المفردات المتجانسة وأردنا دراستها باتجاه معين اعتمادًا على عينة عشوائية عدد مفرداتها م، وإذا كانت كل عينة عشوائية من هذا المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في أن نختارها فيكون لدينا عينة عشوائية بسيطة. في مثل هذه العينة يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها في الظهور.

يوجد طرائق عدة لاختيار العينة العشوائية البسيطة، إما باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو آلات حاسبة متخصصة أو برامج إحصائية، على سبيل المثال برنامج Microsoft Excel.

مثال (١)

في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد ٨٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٨٠.
المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٧ طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.

٤٥

الحل:

بما أن حجم المجتمع ٨٠ فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًّا إلى الأسفل نجد الأعداد التالية: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٩٦، ٣٧، ٨٦، ٤١.

ولكن يوجد عددان ٩٦، ٨٦ لا يوجد مقابل لهما في ترقيم الطلاب لذا يبقى لدينا: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١.

فنكمل لنجد العددين الآخرين على ألا يكون تكرارًا لما سبق فنجد: ٢، ٣٥.

وبذلك يصبح لدينا الطلاب بحسب الترقيم التالي: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١، ٢، ٣٥.

ملاحظة
يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد.

حاول أن تحل

١ في مثال (١) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس. فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

مثال (٢)

في أحد الأندية الكبيرة في دولة الكويت كان عدد العمال ٢٠٠ عامل مرقمين من ٢٠١ إلى ٤٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ عمال لدراسة المستوى الفني للعمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الخامس والعمود الرابع.

الحل:

٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١، ٢١٥، ٢٦٧، ٣١٨، ٢٧١، ٣٦٨، ٢٨٨

فيكون العمال حاملي الأعداد السابقة يشكلون عينة عشوائية بسيطة.

حاول أن تحل

٢ في أحد المصانع في دولة الكويت كان عدد الموظفين ٣٠٠ موظف مرقمين من ٦٠١ إلى ٩٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ٦ موظفين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العاشر والعمود الرابع عشر.

٤٦

في المثال (١)

اشرح للطلاب بما أن حجم المجتمع ٨٠ فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًّا.

في المثال (٢)

نفس الخطوات المتبعة في المثال (١).

في المثالين (٣)، (٤)

علينا أولًا إيجاد كسر المعاينة (٠,٠٥) لاحتساب حجم عينة كل طبقة. فمثلًا عدد الإداريين = ١٠٠

∴ حجم العينة = ٠,٠٥ × ١٠٠ = ٥ وبالتالي نختار ٥ إداريين. ويتم اتباع الأسلوب نفسه لإيجاد حجم بقية الطبقات.

في المثال (٥)

اشرح للطلاب أن اختيار العينة العشوائية المنتظمة يتم أولًا بتحديد طول الفترة، وذلك بقسمة حجم المجتمع على حجم العينة. في هذه الحالة طول الفترة ٦٠ لذا يتم اختيار أول عدد مؤلف من أول رقمين إلى اليسار من الصف الثامن والعمود العاشر ألا يزيد عن ٦٠، وبالتالي تتم إضافة ٦٠ على هذا العدد والأعداد الناتجة لنحصل على العينة العشوائية المنتظمة المؤلفة من ١٥ عاملًا.

في المثال (٦)

نفس الخطوات المتبعة في المثال (٥).

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

يمكن تقسيم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها البعض، ثم نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية.

تستخدم العينة العشوائية الطبقية عادة في حالة إمكان تقسيم المجتمع الإحصائي إلى طبقات مختلفة غير متقاطعة مع بعضها البعض وكل طبقة متجانسة من حيث المفردات التي تؤلفها.

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

حجم العينة من أي طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

مثال (٣)

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٨٠ فردًا من أصل ١٦٠٠ موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

إداريون	تقنيون وفنيون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠٠	٣٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{٨٠}{١٦٠٠} = ٠,٠٥$$

لإيجاد حجم العينة الطبقية نأخذ القاعدة:

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.

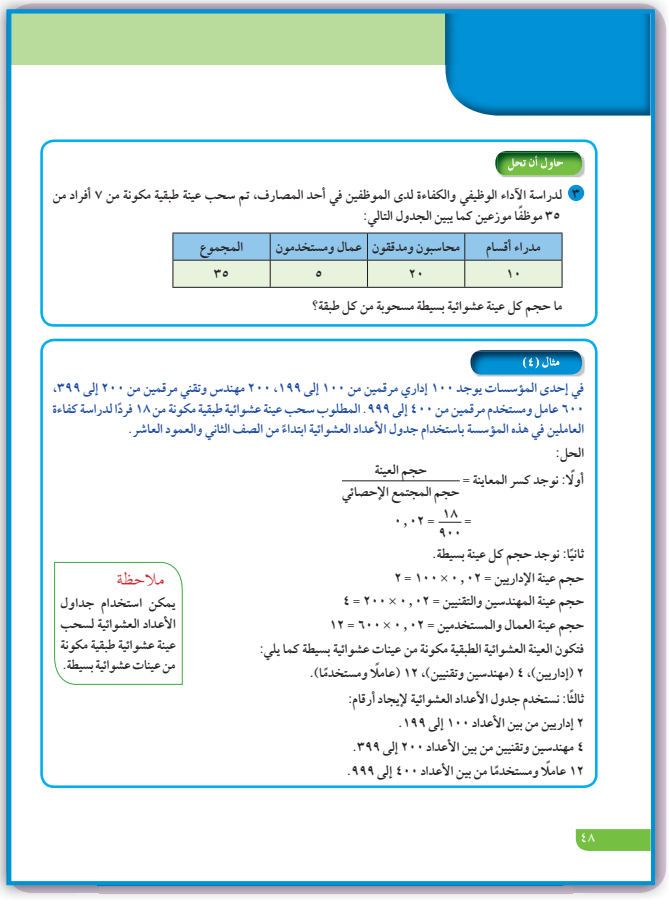
نوجد إذًا حجم العينة لكل طبقة في المؤسسة:

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٥ × ١٠٠ = ٥

حجم عينة التقنيين والفنيين = ٠,٠٥ × ٣٠٠ = ١٥

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٥ × ١٢٠٠ = ٦٠

وبالتالي تكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من: ٥ (إداريين)، ١٥ (تقنيًا وفنيًا)، ٦٠ (عاملًا ومستخدمًا).



حاول أن تحل

٣ لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٧ أفراد من ٣٥ موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

مدراء أقسام	محاسبون ومدققون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠	٢٠	٥	٣٥

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

مثال (٤)

في إحدى المؤسسات يوجد ١٠٠ إداري مرقمين من ١٠٠ إلى ١٩٩، ٢٠٠ مهندس وتقني مرقمين من ٢٠٠ إلى ٣٩٩، ٦٠٠ عامل ومستخدم مرقمين من ٤٠٠ إلى ٩٩٩. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ١٨ فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود العاشر.

الحل:

أولًا: نوجد كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$

$$= \frac{١٨}{٩٠٠} = ٠,٠٢$$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٢ × ١٠٠ = ٢

حجم عينة المهندسين والتقنيين = ٠,٠٢ × ٢٠٠ = ٤

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٢ × ٦٠٠ = ١٢

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

٢ (إداريين)، ٤ (مهندسين وتقنيين)، ١٢ (عاملًا ومستخدمًا).

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

٢ إداريين من بين الأعداد ١٠٠ إلى ١٩٩.

٤ مهندسين وتقنيين من بين الأعداد ٢٠٠ إلى ٣٩٩.

١٢ عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد ٤٠٠ إلى ٩٩٩.

ملاحظة

يمكن استخدام جداول الأعداد العشوائية لسحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة.

٦ الربط

إن اختيار العينات العشوائية يرتبط بالمجتمعات التي تجرى عليها الدراسة الإحصائية مهما اختلفت طبيعتها، كاختيار منتخبات رياضيّة من مجموعات كبيرة من اللاعبين، واختيار عينات من منتجات صناعيّة لمراقبة النوعيّة والجودة. إذًا فاختيار العينات يرتبط بشكل مباشر بالواقع.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

تكمن الأخطاء في إغفال جزء من الأعداد عند تحديد أعداد من رقمين أو ثلاثة أو أربعة بحيث يتم شطب الأعداد المؤلفة من عدد من الأرقام بنسبة أقل مما هو مطلوب. لذا يجب ترقيم الأفراد أو المجموعات بدءًا من عدد يساوي عدد أرقامه أرقام الأعداد التي سوف تتألف منها العينة، بحيث يكون لكل أعداد أفراد المجموعة التي تختار منها العينة فرصة الظهور نفسها. كما في المثال (٤)، فقد بدأنا بالعد من ١٠٠ لأننا سوف نختار أعدادًا مؤلفة من ثلاثة أرقام من جدول الأعداد العشوائية.

٨ التقييم

تساعد فقرات «حاول أن تحل» المعلم على إدراك مدى استيعاب الطلاب وفهمهم المفاهيم والمهارات الموجودة في هذا الدرس.

اختبار سريع

لدينا لائحة مؤلفة من ٧٠ أسرة موجودة في مجمّع سياحي مرقمة من ١١ إلى ٨٠. نريد سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ أسر باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الثالث والعمود الرابع ليقدم لها المجمع بعض النشاطات الترفيهيّة مجانًا وذلك ضمن خطته التسويقية.

نختار أول عشرة أعداد مؤلفة من أول رقمين إلى جهة اليسار بدءًا من العمود الرابع والصف الثالث.

أرقام الأسر الرابحة: ٣٨، ١٥، ٧٨، ٥٩، ٦١، ٢٤، ٧٧، ٧٠، ٤٤، ٦٩.

- الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني، والعمود العاشر ثم نتحرك نزولًا. فنجد الأعداد ١١٩، ١٠٤.
- المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني والعمود العاشر ثم نتحرك نزولًا. فنجد الأعداد: ٣١٧، ٢٤٤، ٣١٣، ٣٤٦.
- العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثاني والعمود العاشر، ثم نتحرك نزولًا. فنجد الأعداد: ٩٠٩، ٦٧٢، ٧١٥، ٤٢٥، ٧٦٣، ٥٣٥، ٥٨٩، ٧٠١، ٨٤٩، ٧٤٧، ٨٥٠، ٧٦٨.

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:

- للإداريين: ١١٩، ١٠٤.
- للمهندسين والتقنيين: ٣١٧، ٢٤٤، ٣١٣، ٣٤٦.
- للعمال والمستخدمين: ٩٠٩، ٦٧٢، ٧١٥، ٤٢٥، ٧٦٣، ٥٣٥، ٥٨٩، ٧٠١، ٨٤٩، ٧٤٧، ٨٥٠، ٧٦٨.

حاول أن تحل

٤ في مثال (٤) إذا أراد صاحب المؤسسة سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٩ أفراد:

أ أوجد كسر المعاينة.

ب أوجد حجم العينات العشوائية البسيطة المكونة لهذه العينة العشوائية الطبقية.

ج استخدم الصف الثالث والعمود السابع، لتجد الترقيم المناسب في كل عينة بسيطة.

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

من أكثر العينات العشوائية استخدامًا العينة العشوائية المنتظمة، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.

تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية المتجانسة حيث:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

يمكن سحب المفردة الأولى في العينة باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو عن طريق المختبر الإحصائي.

مثال (٥)

في أحد المصانع حيث عدد العمال ٩٠٠ مرقمين من ١ إلى ٩٠٠، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٥، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

الحل:

نوجد: طول الفترة $= \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٩٠٠}{١٥} = ٦٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد ٦٠.

نجد العدد ٣١ على التقاطع بين الصف الثامن والعمود العاشر.

فتكون الأعداد كما يلي:

٣١
٣١ + ٦٠ = ٩١
٩١ + ٦٠ = ١٥١
١٥١ + ٦٠ = ٢١١
٢١١ + ٦٠ = ٢٧١
٢٧١ + ٦٠ = ٣٣١
٣٣١ + ٦٠ = ٣٩١
٣٩١ + ٦٠ = ٤٥١
٤٥١ + ٦٠ = ٥١١
٥١١ + ٦٠ = ٥٧١
٥٧١ + ٦٠ = ٦٣١
٦٣١ + ٦٠ = ٦٩١
٦٩١ + ٦٠ = ٧٥١
٧٥١ + ٦٠ = ٨١١
٨١١ + ٦٠ = ٨٧١

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣١، ٩١، ١٥١، ٢١١، ٢٧١، ٣٣١، ٣٩١، ٤٥١، ٥١١، ٥٧١، ٦٣١، ٦٩١، ٧٥١، ٨١١، ٨٧١.

حاول أن تحل

٥ في مثال (٥) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها ١٠، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الخامس عشر والعمود السابع؟

٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١ ٥٨، ١٢، ٤٩، ٠١، ٤٦، ٦٤، ١٧.

٢ حاملو الأعداد: ٦٨٣، ٧٥٧، ٨٦٠، ٨١٥، ٨٢٩، ٦٦٥.

٣ كسر المعاينة = ٢ , ٠، عدد المدراء ٢، عدد المحاسبين والمدققين ٤، عدد العمال والمستخدمين ١.

تمرّن ٢-٢

أنواع العينات
Samples Types

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد ٥٠ طالبًا مرشحًا لتمثيل المؤسسة في مسابقة لمادة العلوم بحيث تم ترقيم الطلاب من ١ إلى ٥٠. المطلوب سحب عينة عشوائيّة بسيطة حجمها ٦ طلاب باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

(٢) مؤسسة للطباعة والنشر يتوزع العاملون فيها وعددهم ٦٠، كما يبين الجدول أدناه:

مدراء	مستشارون	مدققون	مصممون	مسؤولو طباعة	المجموع
٥	١٠	٢٥	١٠	١٠	٦٠
١١ إلى ١٥	١٦ إلى ٢٥	٢٦ إلى ٥٠	٥١ إلى ٦٠	٦١ إلى ٧٠	الترقيم

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ١٢ شخصًا تمثل جميع العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود الرابع.

٢٥

(٣) في أحد المصانع للمعلبات الغذائية حيث عدد العمال ٦٠٠ يعملون على كافة الآلات في المصنع مرقمين من ١ إلى ٦٠٠ أراد مدير المصنع دراسة كيفية تحسين جودة منتجاته بهدف زيادة المبيع. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود الرابع.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في أحد الفنادق الكبرى الّتي تحوي ٢٥ طباخًا مرقمين من ١ إلى ٢٥. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ طباخين لإرسالهم في بعثة تدريبية باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود السابع.

٢٦

٤ (أ) كسر المعاينة = ٠,٠١

(ب) ١ إداري، ٢ مهندس وتقني، ٦ عمال ومستخدمين.

(جـ) الذين يحملون الأعداد ١٨٢ (إداريًّا)، ٢٩٦، ٣١٣ (مهندسًا وتقنيًّا)، ٤٩٧، ٧٧٩، ٦٠٩، ٧٩٨، ٥٤٨، ٥٣٢ (عاملًا ومستخدمًا).

٥ طول الفترة = ٩٠ يتقاطع العمود السابع والصف الخامس عشر عند العدد ٥٠ الذي هو أصغر من ٩٠ ونضيف على التوالي ٩٠ فنحصل على الأعداد العشرة التالية من خلال العينة العشوائية المنتظمة:

١٤٠، ٢٣٠، ٣٢٠، ٤١٠، ٥٠٠، ٥٩٠، ٦٨٠، ٧٧٠، ٨٦٠ إضافة إلى العدد ٥٠.

٦ طول الفترة = $\frac{١٤٠}{٧}$ = ٢٠

العدد الأول: ١٥

والأعداد الستة الباقية: ٣٥، ٥٥، ٧٥، ٩٥، ١١٥، ١٣٥

مثال (٦)

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت ٧٠٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٧٠٠، أراد مدير المدرسة إرسال ١٠ طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالانقراض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل:

نوجد: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٧٠٠}{١٠} = ٧٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلّف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية بحيث لا يزيد عن طول الفترة (٧٠) ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث فنجد العدد ٣٨.

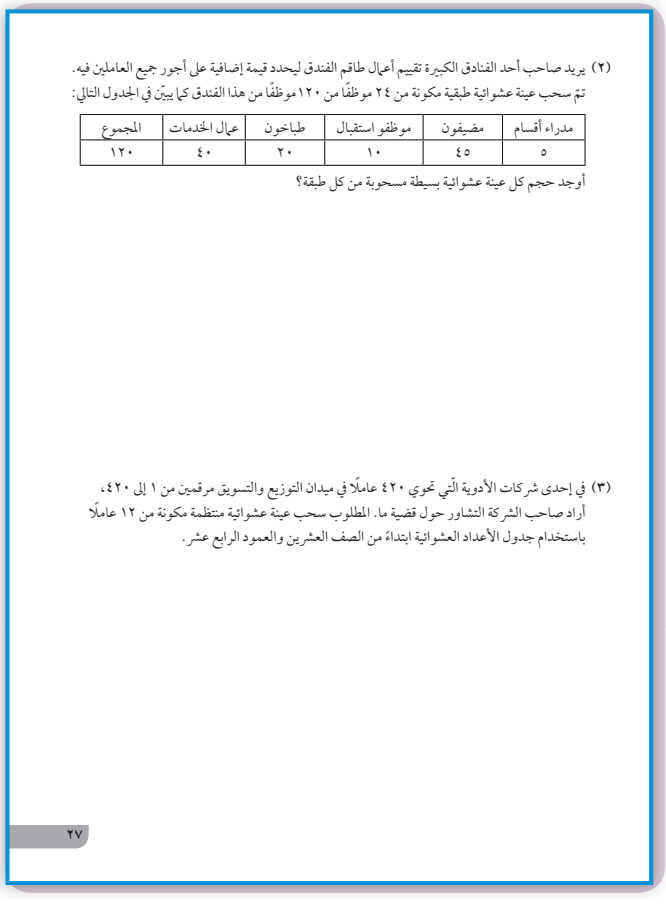
٣٨
١٠٨ = ٧٠ + ٣٨
١٧٨ = ٧٠ + ١٠٨
٢٤٨ = ٧٠ + ١٧٨
٣١٨ = ٧٠ + ٢٤٨
٣٨٨ = ٧٠ + ٣١٨
٤٥٨ = ٧٠ + ٣٨٨
٥٢٨ = ٧٠ + ٤٥٨
٥٩٨ = ٧٠ + ٥٢٨
٦٦٨ = ٧٠ + ٥٩٨

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:
٣٨، ١٠٨، ١٧٨، ٢٤٨، ٣١٨، ٣٨٨، ٤٥٨، ٥٢٨، ٥٩٨، ٦٦٨.

حاول أن تحل

٦ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس يبلغ ١٤٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ١٤٠. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها ٧ لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم هدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود التاسع.

٥١



(٢) يريد صاحب أحد الفنادق الكبيرة تقييم أعمال طاقم الفندق ليحدد قيمة إضافية على أجور جميع العاملين فيه. تمّ سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٤ موظفًا من ١٢٠ موظفًا من هذا الفندق كما يبيّن في الجدول التالي:

مدراء أقسام	مضيفون	موظفو استقبال	طباخون	عمال الخدمات	المجموع
٥	٤٥	١٠	٢٠	٤٠	١٢٠

أوجد حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

(٣) في إحدى شركات الأدوية التي تحوي ٤٢٠ عاملًا في ميدان التوزيع والتسويق مرقمين من ١ إلى ٤٢٠، أراد صاحب الشركة التشاور حول قضية ما. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ١٢ عاملًا باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العشرين والعمود الرابع عشر.

٢٧

٢-٣: تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

١ الأهداف

يتعلّم استخدام الحاسوب لتكوين:

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

برنامج إحصائي – العينة العشوائية البسيطة – العينة العشوائية الطبقية – العينة العشوائية المنتظمة.

٣ الأدوات والوسائل

الحاسوب – برنامج Excel – جهاز إسقاط (Data show).

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب تجهيز الحواسيب ببرنامج Excel واسألهم عن كيفية تشغيله ومدى معرفتهم به.

ثم اسألهم أيضًا تعريف: العينة العشوائية البسيطة، العينة العشوائية الطبقية، العينة العشوائية المنتظمة. وناقش معهم الحالات التي تستخدم فيها كل عينة.

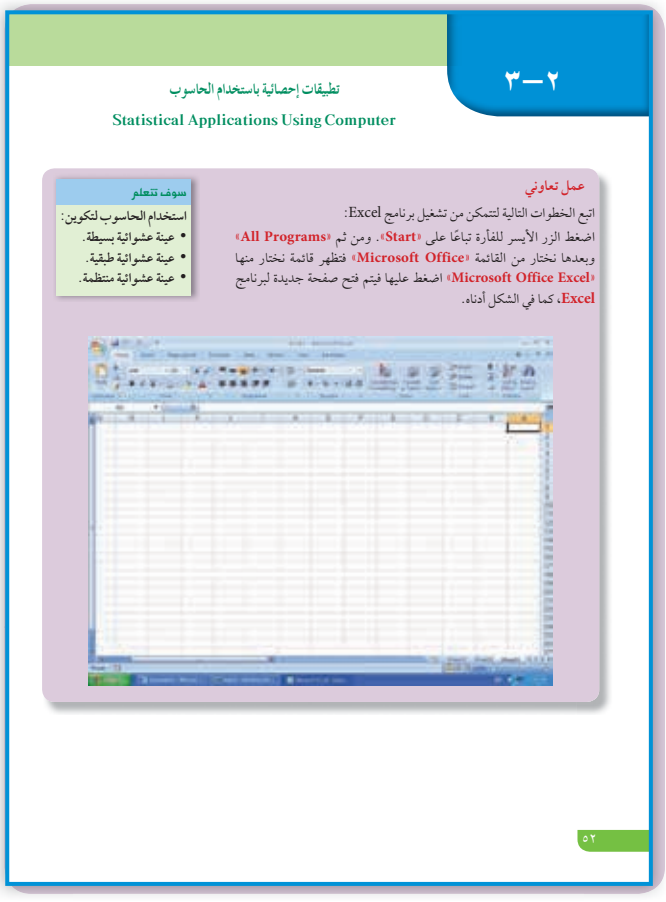
٥ التدريس

إن استخدام الحاسوب يساعد الطلاب على حل المسائل المتعلقة بالعينات العشوائية البسيطة، الطبقية، المنتظمة.

في الأمثلة (١)، (٢)، (٣)

نستخدم برنامج «Excel» لتحديد العينات العشوائية على أنواعها وذلك باتباع الخطوات المحددة في كل مثال ليتوافق مع طبيعة العينة المطلوبة.

وهنا على الطلاب الالتزام بالخطوات الواردة في كل مثال كما هي، للإجابة عن الأسئلة المطلوبة.



٢-٣

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

Statistical Applications Using Computer

سوف تتعلم

استخدام الحاسوب لتكوين:

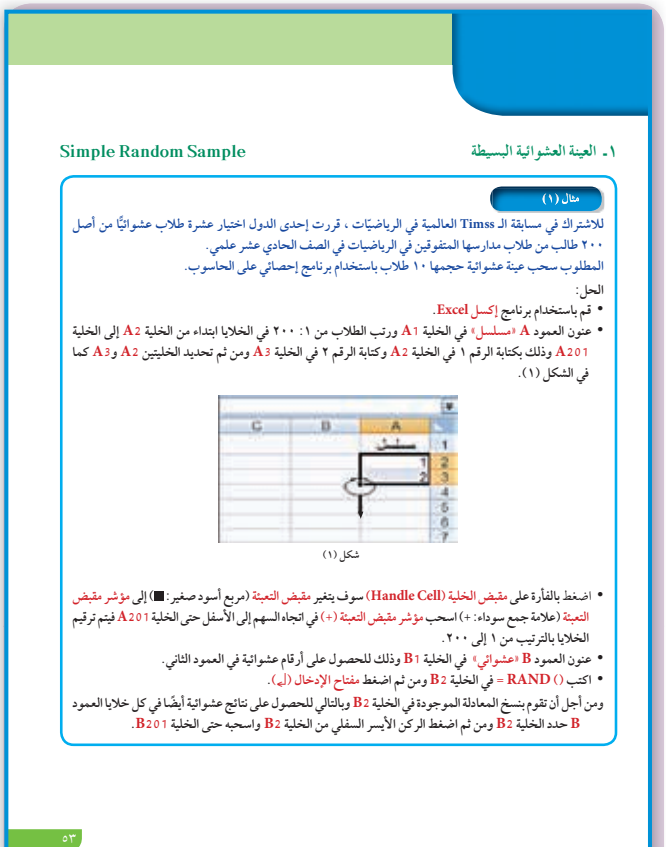
- عينة عشوائية بسيطة.
- عينة عشوائية طبقية.
- عينة عشوائية منتظمة.

عمل تعاوني

اتبع الخطوات التالية لتتمكن من تشغيل برنامج Excel:

اضغط الزر الأيسر للفأرة تباعًا على «Start». ومن ثم «All Programs» وبعدها نختار من القائمة «Microsoft Office» فتظهر قائمة نختار منها «Microsoft Office Excel» اضغط عليها فيتم فتح صفحة جديدة لبرنامج Excel، كما في الشكل أدناه.

٥٢



١- العينة العشوائية البسيطة

Simple Random Sample

مثال (١)

للاشتراك في مسابقة الـ Timss العالمية في الرياضيّات، قررت إحدى الدول اختيار عشرة طلاب عشوائيًّا من أصل ٢٠٠ طالب من طلاب مدارسها المتفوقين في الرياضيات في الصف الحادي عشر علمي.

المطلوب سحب عينة عشوائية حجمها ١٠ طلاب باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الطلاب من ١: ٢٠٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A201 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 و A3 كما في الشكل (١).

شكل (١)

- اضغط بالفأرة على مقبض الخلية (Handle Cell) سوف يتغير مقبض التعبئة (مربع أسود صغير: ■) إلى مؤشر مقبض التعبئة (علامة جمع سوداء: +) اسحب مؤشر مقبض التعبئة (+) في اتجاه السهم إلى الأسفل حتى الخلية A201 فيتم ترقيم الخلايا بالترتيب من ١ إلى ٢٠٠.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (↵).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي للحصول على نتائج عشوائية أيضًا في كل خلايا العمود B حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B201.

٥٣

٦ الربط

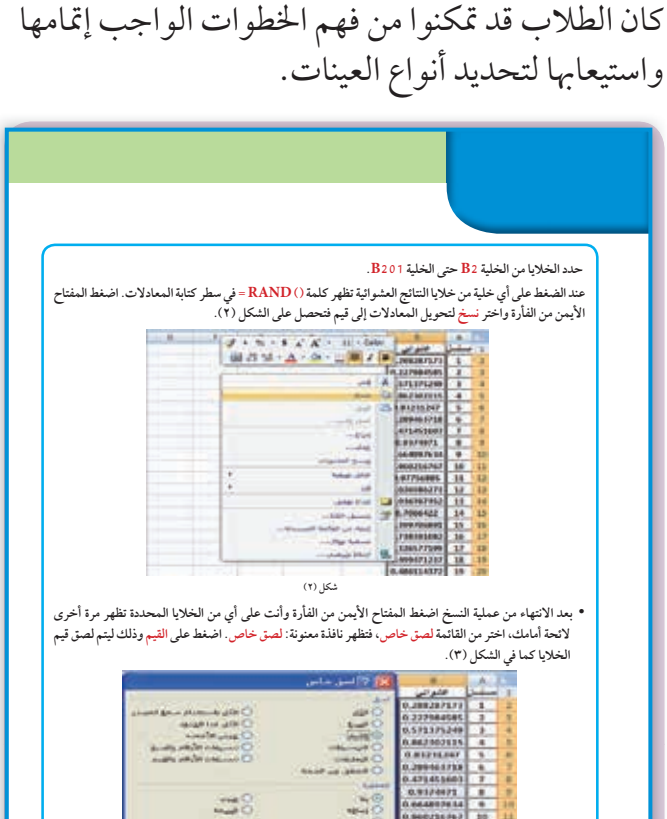
إن العينات العشوائية تحاكي في معظم الأحيان مواقف من الحياة اليومية، إذ لديها ارتباط وثيق بكل ما هو واقعي.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

إن العمود المخصص للأعداد العشوائية يتغير عند الضغط على أي خلية فيعطي أرقامًا جديدة، وبالتالي يجب إتمام فقرة لصق خاص بعد اختيار الأرقام العشوائية وذلك لتثبيت هذه القيم. وهنا نلفت الانتباه إلى أن حل أي مسألة من قبل الطلاب باستخدام البرنامج الإحصائي «Excel» سوف يعطي إجابات مختلفة وذلك لأن الأعداد عشوائية، وبالتالي ترتيب العينات على أنواعها لن يكون هو نفسه، على عكس استخدام جدول الأعداد العشوائية مع التحديد المسبق للعمود والصف.

٨ التقييم

تساعد فقرات «حاول أن تحل» المعلم على تحديد ما إذا كان الطلاب قد تمكنوا من فهم الخطوات الواجب إتمامها واستيعابها لتحديد أنواع العينات.



حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B201.

عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة =RAND() في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٢).

شكل (٢)

- بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة تظهر مرة أخرى لائحة أمامك، اختر من القائمة لصق خاص، فتظهر نافذة معنونة: لصق خاص. اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٣).

شكل (٣)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B201.
- حدد خلايا الأرقام المتسلسلة للمجتمع (الطلاب) وخلايا الأرقام العشوائية غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B201.
- قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًا بناء على قيم الأرقام العشوائية وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي:
- اضغط على بيانات ثم فرز بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال «اختيار تحتوي البيانات على رؤوس» ومن ثم عشوائي في خانة «فرز حسب» وتحديد طريقة الترتيب تصاعديًا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (٤).

شكل (٤)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًا كما في الشكل (٥). تمثل الأعداد العشرة الأولى في العمود A1 (مسلسل) العينة المختارة. أي أن العينة تقابل الأرقام: ٧٣، ٧٦، ١٢، ٢٥، ٦٩، ٢٩، ٧٠، ٩٠، ٣٥، ١٠٠.

حاول أن تحل

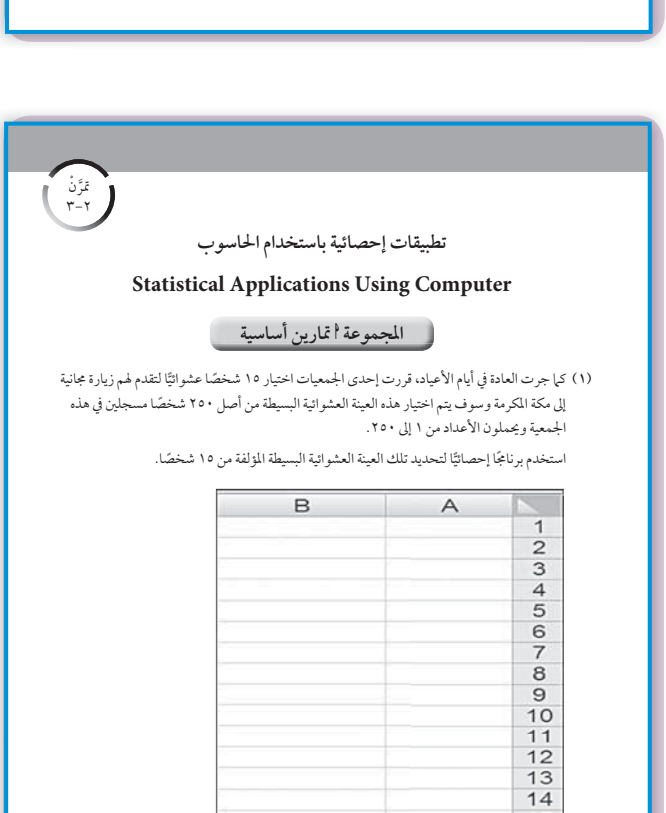
١ اعتمد الأسلوب نفسه لاختيار عينة من ٢٠ طالبًا متفوقًا من أصل ٤٥٠ طالبًا في مواد العلوم.

ملاحظة

كل النتائج المعتمدة على الوظيفة =RAND() سوف تتغير في كل مرة نقوم بها بتكوين العمود المعنون عشوائي، وبالتالي فإن البيانات في العمود المعنون مسلسل سوف تتغير أيضًا.

عشوائي	مسلسل	
0.015422845	73	1
0.02080723	76	2
0.026586278	12	3
0.027678263	25	4
0.065611546	69	5
0.080251585	29	6
0.083330071	70	7
0.105089482	90	8
0.119454441	35	9
0.12184632	100	10

شكل (٥)



تمرّن ٢-٣

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

Statistical Applications Using Computer

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) كما جرت العادة في أيام الأعياد، قررت إحدى الجمعيات اختيار ١٥ شخصًا عشوائيًا لتقدم لهم زيارة مجانية إلى مكة المكرمة وسوف يتم اختيار هذه العينة العشوائية البسيطة من أصل ٢٥٠ شخصًا مسجلين في هذه الجمعية ويحملون الأعداد من ١ إلى ٢٥٠.

استخدم برنامجًا إحصائيًا لتحديد تلك العينة العشوائية البسيطة المؤلفة من ١٥ شخصًا.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

اختبار سريع

تقوم إحدى شركات تقديم الطعام بالتعامل مع ٣٠ صالة مخصصة للحفلات والاستقبال. يريد صاحب هذه الشركة معرفة رأي زبائنه بالنسبة إلى نوعية الخدمة وقيمتها. لذا قرر اختيار ٤ زبائن، عشوائيًّا وذلك عن طريق استخدام برنامج «Excel».

تتنوع الإجابات مثلًا: بعد اتباع كل الخطوات لتحديد العينة العشوائية البسيطة المؤلفة من أربعة زبائن، نجد التالي:

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	20	0.059106792
3	10	0.061612459
4	17	0.07763735
5	27	0.094234818

إذًا الزبائن أصحاب الأرقام التالية: ٢٠، ١٠، ١٧، ٢٧ هم العينة التي سوف يقوم باستطلاعها صاحب شركة تقديم الطعام.

مثال (٢)

إن عدد اللاعبين المحترفين في أندية الدرجة الأولى في إحدى دورات كرة القدم العالمية هو ٤٦٠ لاعب كرة قدم مقسمين على الشكل التالي:
٦٠ حارس مرمى مرقمين من ١ إلى ٦٠، ٨٠ مهاجمًا مرقمين من ٦١ إلى ١٤٠، ١٨٠ خط وسط مرقمين من ١٤١ إلى ٣٢٠، ١٤٠ مدافعًا مرقمين من ٣٢١ إلى ٤٦٠.
المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ٢٣ لاعبًا من الفئات المختلفة لتكوين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

الفريق الكامل ٢٣ لاعبًا

كسر المعاينة = $\frac{٢٣}{٤٦٠}$ = ٠,٠٥

حارس مرمى	هجوم	وسط	دفاع
٦٠ × ٠,٠٥ = ٣	٨٠ × ٠,٠٥ = ٤	١٨٠ × ٠,٠٥ = ٩	١٤٠ × ٠,٠٥ = ٧

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- اسحب عينة عشوائية بسيطة من كل فئة من اللاعبين (حارس مرمى، هجوم، وسط، دفاع). السحب يجب أن يكون لمرة واحدة كي لا يكون هناك فرصة لاختيار أي فرد أكثر من مرة.

أولًا: تجهيز البيانات الخاصة بأرقام المجتمع

- عنون العمود A في الخلية A1 «حارس مرمى» ورتبهم من ١:٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A61 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 و A3. اضغط بالفأرة على مقبض الخلية واسحب مؤشر مقبض التعبئة إلى الأسفل حتى الخلية A61 لترقيم الخلايا عشوائيًّا.
- عنون العمود B «عشوائي حارس مرمى» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة لحراس المرمى في العمود الثاني.
- عنون العمود C «هجوم» في الخلية C1 ورتبهم من ١:٦١ في الخلايا ابتداء من الخلية C2 إلى الخلية C81.
- عنون العمود D «عشوائي هجوم» في الخلية D1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الهجوم في العمود الرابع.
- عنون العمود E «وسط» في الخلية E1 ورتبهم من ١:٣٢٠ في الخلايا ابتداء من الخلية E2 إلى الخلية E181.

- عنون العمود F «عشوائي وسط» في الخلية F1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الوسط في العمود السادس.
- عنون العمود G «دفاع» في الخلية G1 ورتبهم من ٣٢١ إلى ٤٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية G2 إلى الخلية G141.
- عنون العمود H «عشوائي دفاع» في الخلية H1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الدفاع في العمود الثامن.
- انظر الشكل (٦).

شكل (٦)

ثانيًا : سحب العينات

1. سحب عينة حراس المرمى

- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (له).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B61.

- حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B61.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٧).

(٢) في إحدى مسابقات اكتشاف المواهب الرياضية وصل عدد المشتركين بعد التصفيات الأولية إلى ١٨٠ متسابقًا لديهم مستوى متقارب ويحملون الأعداد من ١ إلى ١٨٠، لذا قررت اللجنة المنظمة سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠ متسابقًا لتتبارى في ما بينها. اسحب عينة عشوائية منتظمة من ٢٠ متسابقًا.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

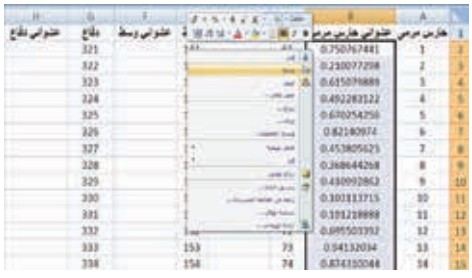
٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١ إجابة ممكنة:

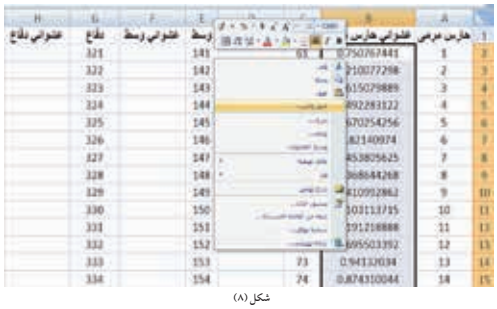
	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	339	0.002746034
3	329	0.00287788
4	51	0.004658797
5	147	0.015293536
6	396	0.016745454
7	315	0.016845919
8	61	0.017313893
9	291	0.019427023
10	182	0.020492819
11	55	0.028238417
12	435	0.028959716
13	208	0.034981375
14	102	0.040527958
15	360	0.041432062
16	343	0.041922814
17	112	0.042942841
18	43	0.04361357
19	294	0.050156558
20	88	0.053825371
21	122	0.057173731

وبالتالي أرقام الطلاب المعتمدين، لمسابقة العلوم هي: ٣٣٩، ٣٢٩، ٥١، ١٤٧، ٣٩٦، ٣١٥، ٦١، ٢٩١، ١٨٢، ٥٥، ٤٣٥، ٢٠٨، ١٠٢، ٣٦٠، ٣٤٣، ١١٢، ٤٣، ٢٩٤، ٨٨، ١٢٢.



شكل (٧)

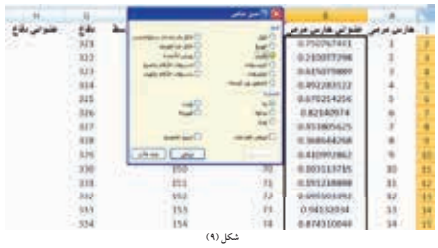
• بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة مرة أخرى، فتظهر نافذة اختر لصق خاص كما في الشكل (٨).



شكل (٨)

٥٨

• اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٩).

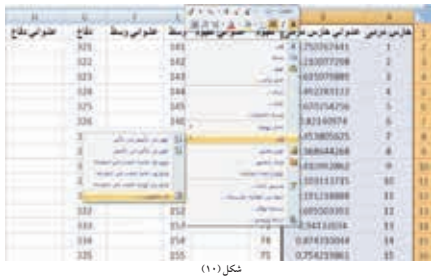


شكل (٩)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B61.

حدد خلايا أرقام حراس المرمى وخلايا الأرقام العشوائية لحرّاس المرمى غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B61.

قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًا بناء على قيم الأرقام العشوائية لحراس المرمى وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي: اضغط على بيانات ثم فرز ثم فرز مخصص كما في الشكل (١٠).



شكل (١٠)

٥٩

٢ كسر المعاينة: = $\frac{١٢}{٣٠٠}$ = ٠,٠٤

عدد صانعي الألعاب: ٢، عدد جناح هداف: ٥، عدد جناح ارتكاز: ٣، عدد لاعبي الارتكاز: ٢

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	صانع العاب	عنواني صانع العاب	جناح هداف	عنواني جناح هداف	جناح ارتكاز	عنواني جناح ارتكاز	ارتكاز	عنواني ارتكاز
2	26	0.020221108	91	0.019283623	193	0.002370356	297	0.0547954
3	10	0.046311445	120	0.025581811	212	0.008792919	252	0.0731252
4	2	0.071027367	142	0.030337624	195	0.022888476	206	0.0763988
5	27	0.097880843	54	0.034303699	223	0.056846044	272	0.131619
6	40	0.09826421	141	0.034351515	250	0.079724812	281	0.1460888

جدول أرقام اللاعبين المختارين عشوائيًّا لتشكيل الفريق:

مسلسل	صانع ألعاب	جناح هداف	جناح ارتكاز	ارتكاز
١	٢٦	٩١	١٩٣	٢٩٧
٢	١٠	١٢٠	٢١٢	٢٥٢
٣		١٤٢	١٩٥	
٤		٥٤		
٥		١٤١		

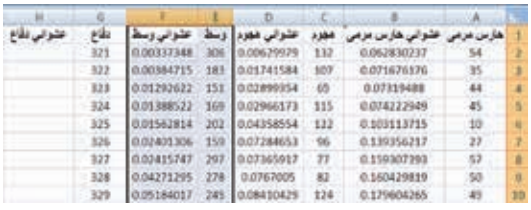
ب سحب عينة لاعبي الهجوم

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين الثالث والرابع من الخلية C1 إلى الخلية D81 حتى تحصل على الشكل (١٣)

شكل (١٣)

ج سحب عينة لاعبي الوسط

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين الخامس والسادس من الخلية E1 إلى الخلية F181 حتى تحصل على الشكل (١٤)

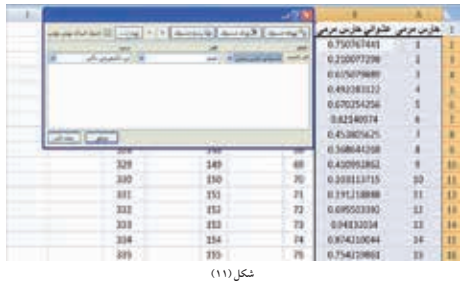


شكل (١٤)

٦١

- بعد اختيار فرز مخصص تظهر نافذة فرز كما في الشكل (١٠) بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال اختيار تحتوي البيانات على رؤوس.

اختر عشوائيًّا حارس مرمى في خانة فرز حسب وحدد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (١١).



شكل (١١)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين A وB بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (١٢).

شكل (١٢)

- تمثل الأعداد الستة الأولى في العمود A1 حارس المرمى العينة المختارة. أي أن العينة تقابل الأرقام: ٥٤، ٣٥، ٤٤.

٦٠

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) إن موظفي أحد المتاجر الكبرى البالغ عددهم ٨٨٠ موظفًا، يؤلفون مجتمعًا موزعًا على ٨ أقسام كالتالي:

١ – المواد الغذائية: ٢٤٠ مرقمين من ١ إلى ٢٤٠.

٢ – مواد التنظيف: ٨٠ مرقمين من ٢٤١ إلى ٣٢٠.

٣ – الأدوات المنزلية والديكور: ١٠٠ مرقمين من ٣٢١ إلى ٤٢٠.

٤ – الأدوات الكهربائية والإلكترونية: ٦٠ مرقمين من ٤٢١ إلى ٤٨٠.

٥ – الملابس: ١٤٠ مرقمين من ٤٨١ إلى ٦٢٠.

٦ – الأحذية: ٤٠ مرقمين من ٦٢١ إلى ٦٦٠.

٧ – العطور والتجميل: ١٢٠ مرقمين من ٦٦١ إلى ٧٨٠.

٨ – المعدات والملابس الرياضية: ١٠٠ مرقمين من ٧٨١ إلى ٨٨٠.

المطلوب إيجاد عينة عشوائية طبقية مؤلفة من ٤٤ موظفًا تمثل جميع الأقسام في المتجر عن طريق استخدام برنامجًا إحصائيًّا.

٣٠

٣ طول الفترة = $\frac{٤٠٠}{٢٥}$ = ١٦

وبالتالي، يكون اختيار العينة العشوائية المنتظمة كما يلي:
المتسابق رقم ١٠ ونضيف تباعًا ١٦ لنحصل على أرقام المتسابقين الـ ٢٥، فنحصل على أرقام المتسابقين الـ ٢٥ ونحصل بالتالي على القائمة التالية:

١٠	٢٩٨
٢٦	٣١٤
٤٢	٣٣٠
٥٨	٣٤٦
٧٤	٣٦٢
٩٠	٣٧٨
١٠٦	٣٩٤
١٢٢	
١٣٨	
١٥٤	
١٧٠	
١٨٦	
٢٠٢	
٢١٨	
٢٣٤	
٢٥٠	
٢٦٦	
٢٨٢	

٥ سحب عينة لاعبي الدفاع

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين السابع والثامن من الخلية G1 إلى الخلية H141 حتى تحصل على الشكل (١٥)

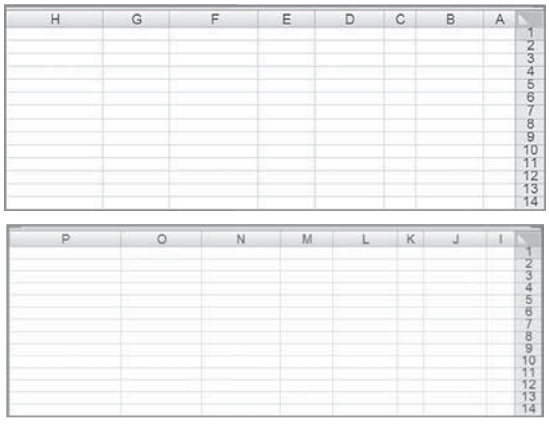
شكل (١٥)

وبذلك نكون قد حصلنا على أرقام العينة الطبقية من الطبقات الأربع كما يلي:

مسلسل	حراس مرمى	لاعبي هجوم	لاعبي وسط	لاعبي دفاع
١	٥٤	١٣٢	٣٠٦	٣٣٨
٢	٣٥	١٠٧	١٨٣	٣٨٩
٣	٤٦	٦٥	١٥١	٣٣٧
٤		١١٥	١٦٩	٣٧٠
٥			٢٠٢	٣٨٦
٦			١٥٩	٣٢١
٧			٢٩٧	٤٢٢
٨			٢٧٨	
٩			٢٤٥	

حاول أن تحل

٦ إن عدد اللاعبين المحترفين في أندية كرة السلة في إحدى الدول هو ٣٠٠ لاعب مقسمين على الشكل التالي:
٥٠ صانع ألعاب مرقمين من ١ إلى ٥٠، ١٢٥ جناح هدّاف مرقمين من ٥١ إلى ١٧٥، ٧٥ جناح ارتكاز مرقمين من ١٧٦ إلى ٢٥٠، ٥٠ ارتكاز مرقمين من ٢٥١ إلى ٣٠٠.
المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ١٢ لاعبًا من الفئات المختلفة لتكوين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي.



	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	10	0.01262486
3	8	0.065193996
4	9	0.196031234
5	1	0.274512599
6	11	0.289285602
7	13	0.370616537
8	12	0.403793349
9	15	0.478964709
10	6	0.569255922
11	4	0.643578448
12	3	0.660372795
13	16	0.68647194
14	2	0.715568576
15	14	0.729411927
16	7	0.749820486
17	5	0.981312375

بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة مرة أخرى تظهر قائمة اختر منها لصق خاص، فتظهر نافذة معنونة: لصق خاص اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (١٧).

شكل (١٧)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B13.
- حدد خلايا الأرقام المتسلسلة للمجتمع (السيارات الرياضية) وخلايا الأرقام العشوائية غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B13.
- قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي:
- اضغط على بيانات ثم فرز ثم فرز مخصص تظهر نافذة كما في الشكل (١٨) بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال اختيار تحتوي البيانات على رؤوس.
- تختار عشوائي في خانة فرز حسب وتحدد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (١٨).

٣ـ العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

مثال (٣) الرياضة

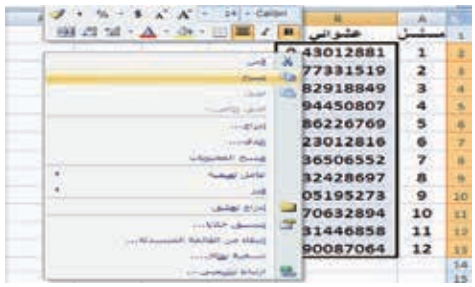
إذا كان عدد السيارات في إحدى الشركات ٢٤٠ سيارة. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠ سيارة. لإجراء سباق في ما بينها وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

الحل:

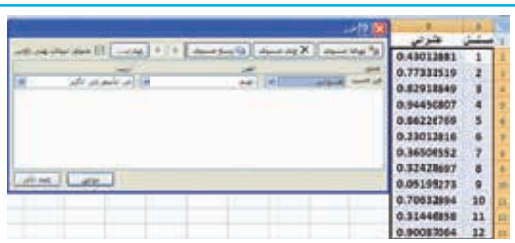
طول الفترة = $\frac{٢٤٠}{٢٠}$ = ١٢.

أي نريد اختيار رقم واحد عشوائيٌّ من بين الأرقام من ١ إلى ١٢ لاستخدامه في بناء العينة العشوائية المنتظمة.

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الأعداد من ١:١٢ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A13.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (لِه).
- ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B13.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (١٦).



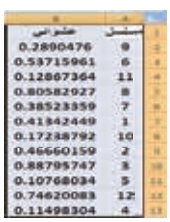
شكل (١٦)



شكل (١٨)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (١٩).

الرقم الأول في العمود مسلسل يمثل نقطة البداية. أكمل العينة بانتظام وذلك بتكرار إضافة العدد ١٢ لتحصل على العينة المكونة من السيارات ذات الأرقام التالية: ٩، ٢١، ٣٣، ٤٥، ٥٧، ٦٩، ٨١، ٩٣، ١٠٥، ١١٧، ١٢٩، ١٤١، ١٥٣، ١٦٥، ١٧٧، ١٨٩، ٢٠١، ٢١٣، ٢٢٥، ٢٣٧.



شكل (١٩)

حاول أن تحل

٣ عندما تنخفض سرعة إدخال النص عبر الحاسوب الـ ١٠٠ كلمة بالدقيقة يعتبر المعدل جيدًا. بهدف طباعة كتاب مؤلف من حوالي مليون كلمة بأسرع وقت ممكن، المطلوب اختيار من أصل ٤٠٠ مدخل نصوص عبر الحاسوب. عينة عشوائيّة حجمها ٢٥ شخصًا لإيجاد الأسرع في ما بينهم وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

المرشد لحل المسائل

إجابة «مسألة إضافية»

طول الفترة = $\frac{٢٠٠}{٢٠}$ = ١٠

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول حيث إنه لم يتم التحديد.

أرقام الموظفين:

٢، ١٢، ٢٢، ٣٢، ٤٢، ٥٢، ٦٢، ٧٢، ٨٢، ٩٢، ١٠٢، ١١٢، ١٢٢، ١٣٢، ١٤٢، ١٥٢، ١٦٢، ١٧٢، ١٨٢، ١٩٢.

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية

ملخص

- المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.
- المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.
- الحصر الشامل هي عملية جمع بيانات جميع المفردات من المجتمع محل الدراسة.
- العينة العشوائية هي جزء من المجتمع محل الدراسة يتم اختيارها بحيث يكون لكل فرد من المجتمع فرصة مساوية ليكون ضمن العينة.
- البيانات الكمية تتناول الكم مثل الأطوال والأوزان.
- البيانات الكيفية تتناول الكيف مثل الألوان والتقديرات.
- العينة العشوائية البسيطة هي عينة عشوائية من المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في الظهور.
- العينة العشوائية الطبقية تتكون من عينات عشوائية بسيطة لا تتقاطع مع بعضها البعض.
- العينة العشوائية المنتظمة يتم فيها تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.
- كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$.
- حجم العينة البسيطة في العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.
- طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$.

المرشد لحل المسائل

في مؤسسة لحياكة الملابس القطنية يوجد ٢٥ إداريًا مرقمين من ١٠١ إلى ١٢٥، ٧٥ تقنيًا وفنيًا مرقمين من ٢٠١ إلى ٢٧٥، ٤٠٠ عامل مرقمين من ٣٠١ إلى ٧٠٠.

أراد صاحب المؤسسة اختيار ٢٠ شخصًا من هذه المؤسسة لإرسالهم في دورة تدريبية على أن تتضمن هذه المجموعة إداريين وفنيين وتقنيين وعمالًا.

كيف يمكنك مساعدة صاحب هذه المؤسسة على اختيار عناصر هذه المجموعة؟

ملاحظة:

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية حيث إنه لم يتم التحديد.

الحل:

لدينا إداريين، فنيين، تقنيين، عمال لذا يتوجب تكوين عينة طبقية منتظمة.

عدد العاملين في المؤسسة = ٥٠٠

عدد أعضاء المجموعة = ٢٠

نجد كسر المعاينة: $\frac{٢٠}{٥٠٠}$ = ٠,٠٤ ومنه نحصل على:

عدد الإداريين = ٢٥ × ٠,٠٤ = ١

عدد الفنيين والتقنيين = ٧٥ × ٠,٠٤ = ٣

عدد العمال = ٤٠٠ × ٠,٠٤ = ١٦

أي أن العينة العشوائية الطبقية ستكون مكونة من ١(إداري)، ٣(فني وتقني) ومن ١٦(عاملًا).

– يمكن اختيار الإداري باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول والتحرك نزولًا فنحصل على العدد ١٢١.

– يمكن اختيار الفنيين والتقنيين باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ثم نتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٢٠١، ٢٠٩، ٢٢٧.

– يمكن اختيار العمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ونتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٥٩٢، ٦٧٢، ٤٦٢، ٦٦٠، ٤٦٨، ٥٩٠، ٦٣٠، ٥٤٣، ٤١٢، ٦٦٥، ٣١٥، ٣٦٠، ٣٥٩، ٤١٤، ٦٥٧، ٦٢٠.

مسألة إضافية

في أحد المصارف الكبرى يوجد ٢٠٠ موظف مرقمين من ١ إلى ٢٠٠ موزعين في كل الفروع العاملة في الدولة. أرادت الإدارة العامة في المصرف تشكيل عينة عشوائية منتظمة من ٢٠ موظفًا لدراسة أساليب العمل الفضلى المتعلقة بكيفية التعامل مع الزبائن. ساعد الإدارة على تشكيل هذه العينة العشوائية المنتظمة.

اختبار الوحدة الثانية

أسئلة المقال

(١) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.

(أ) دراسة أنواع الطيور في إحدى غابات أفريقيا.

(ب) دراسة أنواع الطيور في حديقة الحيوانات.

(٢) **الكتابة في الرياضيات:** اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته.

في التمارين (٣–٥)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلًّا من الحالات التالية:

(٣) استهلاك زيت الوقود في دولة الكويت حيث الكمية مقدرة بآلاف البراميل يوميًا.

(٤) مجموعة الأعداد الحقيقية.

(٥) ألوان الثياب التي يرتديها طلاب الثانوي في المدرسة.

(٦) أثناء دخول الحضور إلى أحد المسارح لمشاهدة مسرحية معينة، وزع المسؤول عن هذه المسرحية بطاقات مرقمة من ١٠١ إلى ٤٤٠ بحيث نال كل شخص بطاقة واحدة. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ أشخاص للأخذ بآرائهم بعد انتهاء العرض باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود السادس.

(٧) في شركة عالمية لإنتاج السيارات وبيعها يوجد ٥٠٠ تقني صناعي مرقمين من ١ إلى ٥٠٠، ١٠٠ عامل صيانة مرقمين من ٥٠١ إلى ٦٠٠، ٢٠٠ موظف مبيعات مرقمين من ٦٠١ إلى ٨٠٠. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٤ موظفًا لدراسة تأثير الأزمة العالمية على سوق المبيع باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

(٨) في إحدى المدارس التي تحوي ٤٨ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٤٨. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ٦ طلاب باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثاني والعمود الأوّل.

البنود الموضوعية

في البنود (١-٥) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة

(١) المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي. (أ) (ب)

(٢) البيانات الكمية المستمرة لا تأخذ قيم كسرية. (أ) (ب)

(٣) تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية غير المتجانسة. (أ) (ب)

(٤) حجم المجتمع الإحصائي = طول الفترة / حجم العينة. (أ) (ب)

(٥) يمكن سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية (أ) (ب)

في البنود (٦-١٠)، لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل دائرة الرمز الدال على الاختيار الصحيح.

(٦) المتغير المتقطع فيما يلي هو:

(أ) طول القامة (ب) عدد الأخوة (ج) وزن الطالب (د) عمر الطالب

(٧) درجة الحرارة في أيّام الأسبوع هو متغيّر

(أ) كيفي إسمي (ب) كمي مستمر (ج) كيفي مرتب (د) كمي متقطع

(٨) عدد أفراد العائلة هو متغيّر

(أ) كيفي إسمي (ب) كمي مستمر (ج) كيفي مرتب (د) كمي متقطع

(٩) إذا كان حجم المجتمع الإحصائي يساوي ١٠٠٠ وكسر المعاينة يساوي ٠,٠٨ فإن حجم العينة يساوي

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (ج) ٨٠ (د) ١٨

(١٠) إذا كان طول الفترة يساوي ٣٠ وحجم العينة يساوي ٢ فإن حجم المجتمع الإحصائي يساوي

(أ) ٦٠٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٠٠ (د) ٨٠

(٩) في إحدى المدارس الكبرى المؤلفة من ٢٤٠٠ طالب مقسمين على ثلاثة أقسام كالتالي:
يتألف القسم الابتدائي من ١٠٢٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ١٠٢٠ والقسم المتوسط من ٨٤٠ طالبًا مرقمين من ١٠٢١ إلى ١٨٦٠ والقسم الثانوي من ٥٤٠ طالبًا مرقمين من ١٨٦١ إلى ٢٤٠٠. استخدم أحد البرامج الإحصائية لتأليف وفد من ٤٠ طالبًا لزيارة المتحف العلمي وذلك من خلال العينة العشوائية الطبقية.

A	B	C	D	E	F	
						1
						2
						3
						4
						5
						6
						7
						8
						9
						10
						11
						12
						13
						14
						15
						16
						17
						18

تمارين إثرائية

في التمارين (١-٣)، اذكر نوع البيانات التي تصف كلًّا من الحالات التالية:

(١) صادرات النفط الخام حيث الكمية تقدر بآلاف البراميل يوميًا.

(٢) نوعية الأطعمة التي يقدمها أحد المطاعم إلى زبائنه.

(٣) نسبة الدهون في الدم عند عدد من الأشخاص.

(٤) هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية، أم لا؟ مع ذكر السبب.

(أ) دراسة أنواع الحشرات في دولة الكويت.

(ب) دراسة نسبة عدد الإناث إلى عدد الذكور العاملين في أحد المصارف في دولة الكويت.

(٥) **الكتابة في الرياضيات:** اذكر أمثلة تتضمن ما يلي:

(أ) مجتمع إحصائي منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته.

(ب) مجتمع إحصائي غير منته – وحدة الدراسة – المتغير المراد دراسته.

(٦) في أحد مصانع غزل النسيج، الذي يحوي ٦٠٠ عامل مرقمين من ١ إلى ٦٠٠ . أراد صاحب المصنع مناقشة عدد من العمال في كيفية تحسين الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٥ عاملًا باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

(٧) أراد مدير عام شركة كبرى لإنتاج مواد الدهان تقييم أداء كافة الموظفين، علمًا أن الشركة تضم ٨٠ مهندسًا تم ترقيمهم من ٢٠١ إلى ٢٨٠، ١٢٠ اختصاصي مختبر تم ترقيمهم من ٣٠١ إلى ٤٢٠، وأخيرًا ٢٢٠ عاملًا تم ترقيمهم من ٥٠١ إلى ٧٢٠. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢١ فردًا تمثل جميع العاملين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السابع والعمود الأوّل.

D	C	B	A	
				1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13
				14
				15
				16
				17
				18
				19

H	G	F	E	
				1
				2
				3
				4
				5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13
				14
				15
				16
				17
				18
				19

(٨) أراد معلم في أصول تعليم القرآن الكريم تشكيل مجموعات في الصفوف الثانوية لإحدى المدارس التي تحوي ١٤٤ طالبًا مرقمين من١ إلى ١٤٤ . المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة مكونة من ١٦ طالبًا باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود الثالث.

(٩) يتألف فريق العمل في إحدى الشركات من ٣٦٠ موظفًا وهم من الجنسين أي ذكور وإناث ويعملون إما بدوام كامل أو بدوام جزئي كما هو مبيّن في الجدول التالي:

ذكور/ دوام كامل	١٨٠ مرقمين من ١ إلى ١٨٠
ذكور/ دوام جزئي	٣٦ مرقمين من ١٨١ إلى ٢١٦
إناث/ دوام كامل	١٨ مرقمين من ٢١٧ إلى ٢٣٤
إناث/ دوام جزئي	١٢٦ مرقمين من ٢٣٥ إلى ٣٦٠

المطلوب أخذ عينة طبقية حجمها ٤٠ موظفًا، وفقًا للفئات أعلاه باستخدام برنامج إحصائي.

الوحدة الثالثة: أساليب عرض البيانات Ways to Display Data

٣ – ١: عرض وتمثيل البيانات

- الجدول التكراري النسبي والمئوي.
- التمثيل البياني للبيانات.
- تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية.
- المدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري.
- المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.
- الخط المنكسر

٣ – ٢: تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

مقدمة الوحدة

عند حدوث كوارث طبيعية أو غير طبيعية، مثل الزلازل والعواصف والفيضانات وانفجار البراكين والانهيارات الأرضية والحروب المدمرة، قد تتأثر مصادر تزويد مياه الخدمة والشرب. لذا كان من المهم جدًّا اللجوء إلى تخزين المياه، وهذا أمر في غاية الأهمية خاصة إذا علمت أن كل شخص يحتاج، على الأقل، إلى ثلاثة ليترات من المياه يوميًّا للشرب فقط هذا عدا عن حاجته إليها للاستخدام المنزلي والطبخ وغيرهما...

تظهر لنا المصادر والمعلومات التاريخية أن الإنسان منذ وجوده على سطح الأرض وحتى الآن ينشئ جميع حضاراته حول الأنهار من منابعها إلى مصباتها، على سبيل المثال: جمهورية مصر العربية التي هي «هبة النيل»، وبلاد ما بين النهرين «دجلة والفرات».

أقيمت في دول كثيرة سدود لتخزين المياه واستثمارها في أوقات الشح، واستخدامها في مجالات توليد الطاقة بكل أشكالها، حتى إن بعض الدول التي تفتقد إلى الموارد النفطيّة أو الغاز الطبيعي تكتفي بتوريد المياه إلى دول أخرى. ومن المعروف أيضًا أن المياه تغطي ثلاثة أرباع سطح الأرض، وأن ٣٪ فقط منها هي عذبة، أي يفترض أنها صالحة للشرب، والباقي أي ٩٧٪ هي مياه مالحة وغير صالحة للشرب.

وقد أظهرت الدراسات أن تلوث الأنهار والمياه يزداد يومًا بعد يوم، وتواجه المدن مشكلة كبيرة في توزيع المياه، إذ إن محطات التصفية وتنقية المياه وتكريرها قادرة باستخدام التقنيات الحديثة، على معالجة بعض جوانب التلوث لتصبح المياه صالحة للشرب، ولكن معظم المدن التي بنيت فيها شبكات توزيع المياه إلى المنازل، والمؤسسات منذ أكثر من خمسين عامًا قد أصابتها أضرار جسيمة بسبب الصدأ. فأصبحت قابلة لتسرب المياه منها ودخول الأوساخ والجراثيم إليها، لذا فهي تستخدم الآن للتنظيف وري المزروعات.

ومن هنا جاءت الحاجة إلى تعبئة المياه في عبوات بلاستيكية سعتها ما بين ربع وعشرين ليترًا، وبدأت خدمات التوصيل إلى المنازل، مما أدى إلى زيادة المنافسات بين الشركات.

الوحدة الثالثة

أساليب عرض البيانات

Ways to Display Data

مشروع الوحدة: دراسة جودة التعبئة

١ مقدمة المشروع: تحتاج شركات تعبئة المياه الصالحة للشرب، أو شركات تعبئة عبوات العصير المعدة سلفًا... إلى أجهزة وآلات لتقوم بهذه المهمات. ولكن المستهلك يلاحظ دائمًا أن عبوات المياه الموجودة في الأسواق تختلف من حيث الكمية التي تحويها.

٢ الهدف: في هذا المشروع، سوف تختار عينة عشوائية من عبوات المياه فئة ٥٠ مليلترًا الموجودة في الأسواق لتقيس كمية المياه الموجودة في كل عبوة بعد أن تحدد سلفًا شروط الجودة للجهاز الذي قام بتعبئة هذه العبوات.

٣ اللوازم: آلة حاسبة - ورق رسم بياني.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ما هو المجتمع التجاري الذي سوف تقوم بزيارته؟

ب ما اسم شركة المياه التي قامت بتعبئة هذه العبوات؟

ج كم عبوة من فئة ٥٠ مليلترًا سوف تختار لدراسة كمية المياه الموجودة فيها؟

د ما هي الشروط التي وضعتها للتحقق من جودة التعبئة؟

هـ نظم بياناتك في قائمة.

و هل ستستخدم المتوسط الحسابي، أم الوسيط لاتخاذ القرار المناسب؟

٥ التقرير: اكتب تقريرًا مفصلًا عن النتائج التي توصلت إليها. اعرض اقتراحاتك على زملائك، ناقش معهم النتائج التي توصلوا إليها. أعد النظر بأي نقطة غير واضحة. قدم اقتراحات مشتركة مع زملائك إلى شركات التعبئة إذا قررتم ذلك.

دروس الوحدة

٣-١ عرض وتمثيل البيانات	٣-٢ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي	
(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات	
(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية	
(٣-١-ب-٢) المدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري	
(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل	
(٣-١-ب-٤) الخط المتكسر	

٦٨

مشروع الوحدة

الحصول على الماء مجانًا هو حق من حقوق الإنسان البديهية والأساسية وهو شرط أساسي وطبيعي لحياة آمنة وكريمة. وقد قيل إنه: «هِبةٌ من الله لكل مخلوق على سطح الأرض».

يوفر هذا المشروع فرصة أمام الطلاب لمعالجة واحدة من أهم المشاكل التي تواجه الإنسان منذ القدم وحتى اليوم. فمنذ أن وجد الإنسان دارت حروب طاحنة بين الشعوب للسيطرة على مساقط المياه ومجاريها ومنابعها ولا تزال حتى يومنا الحاضر. والأهم من كل ذلك أن هذه المياه قد أصبحت سلعة تجارية تباع للمستهلك تحت أسماء متعددة ومتنوعة والكل يدعي الجودة والنوعية... ولكن...

شجع الطلاب على دراسة عبوات مياه من عدة شركات للمقارنة بينها واتخاذ القرارات الصائبة، ثم اعرض أمامهم عدة عبوات مملوءة بالمياه ليتأكدوا من أن كل عبوة تحتوي على كمية من المياه تختلف عن الأخرى.

أسئلة حول التطبيق

ناقش مع الطلاب كل الأسئلة قبل الانطلاق في الخطوات التنفيذية للمشروع.

التقرير

اكتب تقريرًا مفصلًا وواضحًا يعكس الجهد والبحث الذي قمتم به لإنجاز هذا المشروع.

اعرض اقتراحاتك وآراءك وأفكارك بحيث تساهم في إيجاد حلول مفيدة للمستهلك. ناقش مع زملائك في غرفة الصف محتوى هذا التقرير، ثم أعد النظر بالنقاط التي تجد أن هناك داعيًا لذلك.

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعلمت التمثيلات البيانية.
- تعلمت التكرار المتجمع الصاعد.
- تعلمت التكرار المتجمع النازل.
- تعلمت إيجاد الوسيط بيانيًا.

أضف إلى معلوماتك

تعتبر مشكلة توفير المياه من أهم المشاكل التي تواجه الدول في عصرنا الحاضر. ولقد تزايد الضغط في أيامنا على مياه الشرب بصفة خاصة. فلقد تكاثرت شركات التعبئة مما أوجد تنافسًا في سوق الاستهلاك. ولكن المشكلة الكبرى هي عدم الدقة في التعبئة أو عدم الجودة في نوعية المياه المعبأة.

وليكن معلومًا أنه عند إنشاء مصنع مياه للشرب، يجب أن تتوفر الشروط التالية: الموقع المناسب للوضع – محطة لتحلية المياه (إذا كانت ضرورية) – نظام تعقيم بالأوزون – جهاز لنفخ العبوات من جميع الأحجام – جهاز لطباعة تاريخ التعبئة وانتهاء صلاحية الاستعمال – جهاز للقفل الدائري حول فوهة العبوة – ماكينة لتغليف العبوات – خطوط سير العبوات – خزانات للمياه – مختبر للتحليل.

ماذا سوف تتعلم؟

- عرض وتنظيم البيانات في جداول تكرارية.
- إيجاد التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- استخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.
- استخدام المنحنيات التكرارية المتجمعة لعرض البيانات.
- استخدام التمثيل البياني بالدائرة لعرض البيانات الكيفية.
- استخدام الخط المنكسر والمدرج التكراري والمضلع والمنحنى التكراري لعرض البيانات.
- استخدام الحاسوب في تطبيقات إحصائية.

المصطلحات الأساسية

البيانات الكيفية – البيانات الكمية – التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار – المنحنى التكراري– التكرار المتجمع الصاعد – التكرار المتجمع النازل – المنحنيات التكرارية المتجمعة – المضلع التكراري – المضلعات التكرارية المتجمعة – التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية – الخط المنكسر.

٦٩

سلّم التقييم

٤.	الدراسة مفصلة وكافية – النتائج والاقتراحات دقيقة – التقرير يعبر بوضوح وبموضوعية عن كل خطوات العمل.
٣.	معظم عناصر الدارسة مفصلة – النتائج والاقتراحات واقعية – التقرير يعبر بموضوعية عن كل خطوات العمل مع ثغرات طفيفة.
٢.	بعض عناصر الدراسة مفصلة – النتائج والاقتراحات معقولة – التقرير يحتاج إلى إيضاح أكثر.
١.	معظم عناصر المشروع غير كافية أو ناقصة.

٣-١: عرض وتمثيل البيانات

١ الأهداف

- يوجد التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- يمثّل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- يمثّل البيانات بالمدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري والخط المنكسر.
- ينظم البيانات في جداول مستخدمًا التكرار المتجمع النازل والتكرار المتجمع الصاعد.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار – قطاعات دائرية – مدرج تكراري – منحنى تكراري – مضلع تكراري – مضلعات تكرارية متجمعة – الخط المنكسر.

٣ الأدوات والوسائل

آلة حاسبة – جهاز إسقاط (Data show) – حاسوب – ورق رسم بياني – منقلة – مسطرة.

٤ التمهيد

اطلب إلى الطلاب الإجابة عن الأسئلة التالية:

(أ) متى نستخدم العينة العشوائية البسيطة؟

(ب) متى نستخدم العينة العشوائية الطبقية؟

(جـ) متى نستخدم العينة العشوائية المنتظمة؟

(د) هل يمكن استخدام الحصر الشامل؟ كيف؟

٥ التدريس

يعتبر تنظيم البيانات وعرضها مهمة أساسية في عملية الإحصاء، حيث إنها تساعد الإحصائي على متابعة عمله بشكل دقيق وسليم لوصف هذه البيانات، وتحليلها، واتخاذ القرارات الصائبة والمناسبة، ووضع التوقعات الواقعية والمعقولة، ويأتي في مقدمة هذه الأعمال عملية فرز البيانات، وذلك باستخدام علامات التكرار والتكرار، وهنا لا بد من تنظيم جداول واضحة بدقة وانتباه، بخاصة عندما نتعامل في الجداول مع فترات محددة.

١-٣

عرض وتمثيل البيانات

Display and Data Representation

سوف تتعلم

- التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- تمثيل البيانات بالمدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري والخط المنكسر.
- تنظيم البيانات في جداول باستخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

عمل تعاوني

سجلت إحدى الشركات عدد أشهر عمل الآلات الكهربائية التي تنتجها، فكانت كما يلي:

٥٢ – ٦٣ – ٣٩ – ٧٣ – ٤١ – ٥١ – ٥٩ – ٦٢ – ٧٤ – ٣٨ – ٤٣ – ٥٧ – ٥٥ – ٥٥ – ٦٤ – ٥٥ – ٧٠ – ٤٨ – ٥٦ – ٥٨ – ٦٠ – ٧٤ – ٣٥ – ٤٧ – ٥٩ – ٥٢ – ٦٢ – ٥٥ – ٥٨ – ٧٩ – ٦٦ – ٥٥ – ٦٨ – ٤٥ – ٦٦ – ٥٩ – ٧١ – ٦٨ – ٤٤ – ٥٣ – ٥٤ – ٦٢ – ٦٥ – ٧٥ – ٤٢ – ٥٥ – ٦٧ – ٤٥ – ٥٦ – ٧٠ – ٤٧ – ٥٥ – ٥٨ – ٧٥ – ٦٦ – ٥٠ – ٦٢ – ٦٦ – ٤٩

تعاون أنت وزملائك في إكمال الجدول:

الفئة	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-
علامات التكرار									
التكرار									
التكرار المتجمع الصاعد									
التكرار المتجمع النازل									
نسبة التكرار إلى العدد الكلي									
النسبة المئوية لكل تكرار									

تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات عند فرزها.

التكرار النسبي يساوي ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات قيم البيانات.

النسبة المئوية للتكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠٪.

٧٠

(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي

Frequency Table

يمكن عرض البيانات باستخدام جدول التكرار النسبي والمئوي.

مثال (١)

تراوحت رواتب ٣٥ عاملًا في إحدى المؤسسات بالدينار الكويتي كما يلي:

٢٩٨ – ٣٥٥ – ٣٧٦ – ٣٨٤ – ٤٠٢ – ٣١٧ – ٣٦١ – ٣٧٨ – ٣٨٤ – ٣٣١ – ٣٦٤ – ٣٨٠ – ٣٤٠ – ٣٦٥ – ٣٤٢ – ٣٤٩ – ٣٧٦ – ٣٨٣ – ٣٩٦ – ٤٢٠ – ٣٧٠ – ٣٨٢ – ٣٩٠ – ٤١٢ – ٤٩٨ – ٣٨١ – ٣٨٦ – ٤٠٩ – ٤٧٠ – ٣٨٥ – ٤٠٨ – ٤٣٧ – ٤٠٤ – ٤٢٧ – ٤٤٣.

١ أوجد المدى لهذه البيانات.

إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ١٠ فئات متساوية في الطول، فما هو طول كل فئة؟

كوّن جدولًا تبين عليه: الفئات – علامات التكرار – التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار.

الحل:

١ القيمة الصغرى = ٢٩٨، القيمة العظمى = ٤٩٨.

فيكون المدى: ٤٩٨ – ٢٩٨ = ٢٠٠.

لإيجاد طول كل فئة، نوجد ناتج قسمة المدى على عدد الفئات متساوية الطول: ٢٠٠ ÷ ١٠ = ٢٠

فيكون طول كل فئة يمثل ٢٠ دينارًا.

الجدول:

الفئة	٢٩٨-	٣١٨-	٣٣٨-	٣٥٨-	٣٧٨-	٣٩٨-	٤١٨-	٤٣٨-	٤٥٨-	٤٧٨-	المجموع
علامات التكرار	//	/	////	///	//// /	////	///	/	/	/	
التكرار	٢	١	٤	٦	١١	٥	٣	١	١	١	٣٥
التكرار النسبي	٢/٣٥	١/٣٥	٤/٣٥	٦/٣٥	١١/٣٥	٥/٣٥	٣/٣٥	١/٣٥	١/٣٥	١/٣٥	٣٥/٣٥ = ١
النسبة المئوية للتكرار	٥٫٧١٪	٢٫٨٦٪	١١٫٤٣٪	١٧٫١٤٪	٣١٫٤٣٪	١٤٫٢٨٪	٨٫٥٧٪	٢٫٨٦٪	٢٫٨٦٪	٢٫٨٦٪	١٠٠٪

ملاحظة: مجموع التكرارات النسبية لمجموعة من القيم يساوي ١

مجموع النسب المئوية للتكرار يساوي ١٠٠٪

حاول أن تحل

١ إذا كان طول الفئة في المثال (١) يمثل ٢٥ دينارًا، فما هو عدد الفئات؟

كون جدولًا تبين عليه: الفئات الجديدة – علامات التكرار – التكرار – التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار.

٧١

في المثال (١)

ساعد الطلاب على الربط بين المدى وعدد الفئات وطول كل فئة. أخبرهم أن هذا أمر ضروري جدًّا عند التعامل مع المتغيرات المستمرة حيث يتم تشكيل فئات متساوية الطول.

اشرح جيّدًا فكرة التكرار النسبي، وركز على أنه ناتج قسمة تكرار كل قيمة من البيانات على مجموع تكرارات البيانات، ثم أخبرهم أن ناتج جمع كل التكرارات النسبية يجب أن يساوي ١.

اشرح أيضًا النسبة المئوية لتكرار كل قيمة من قيم البيانات، على أن يكون ناتج جمع كل النسب المئوية يساوي ١٠٠٪.

اطلب إليهم التأكد من هذه النتائج لتكون إجاباتهم ونتائجهم خالية من الأخطاء.

في المثال (٢)

اشرح جيّدًا للطلاب هذا النوع الكيفي من البيانات.

وساعدهم على إيجاد قياس الزاوية المركزية لرسم القطاعات الدائرية، ثم اكتب على السبورة:

ق(الزاوية المركزية) = التكرار النسبي × ٣٦٠°

أو النسبة المئوية × ٣٦٠°

أكّد لهم أنه يجب تحويل النسبة المئوية إلى كسر عشري، فمثلًا: ٢٥٪ = ٠,٢٥.

ساعدهم على استخدام المنقلة لرسم القطاعات الدائرية، شرط أن يكون كل قطاع بحسب قياس زاويته المركزية.

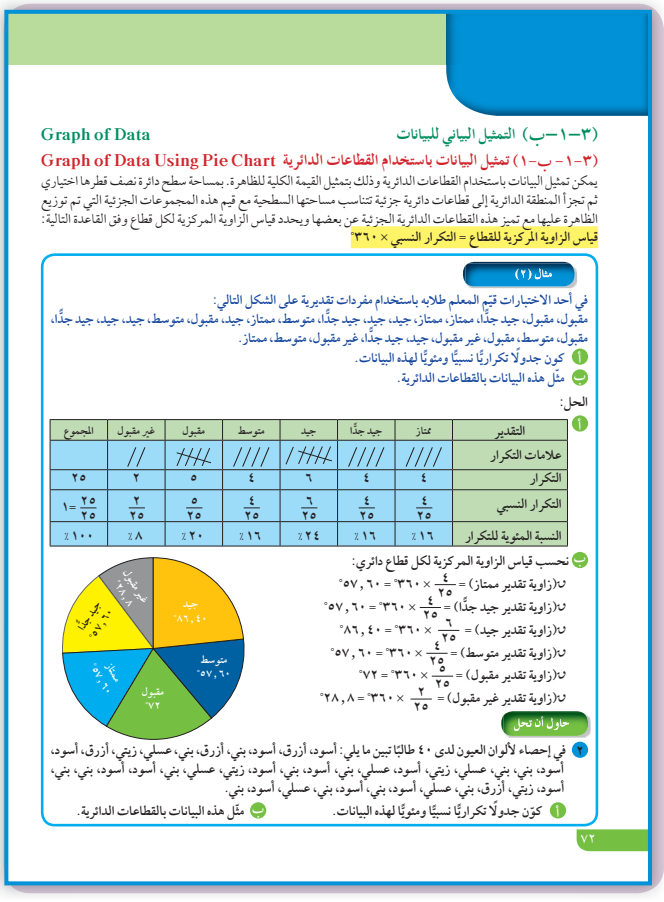
في المثال (٣)

ركز تفكير الطلاب على إيجاد المركز لكل فئة، لأن ذلك مهم جدًّا في رسم المدرج التكراري والمنحنى التكراري.

أخبرهم أن المدرج التكراري مشابه للتمثيل البياني بالأعمدة مع فارق بسيط وهو أن المستطيلات في المدرج التكراري لها أضلاع مشتركة، لأن قواعدها التي تقع على الخط المستقيم الأفقي هي الفئات من البيانات، وجميعها متساوية الطول.

تأكد من أنهم يستخدمون منتصفات القطع المستقيمة لرؤوس المستطيلات عندما يرسمون المنحنيات التكرارية والمضلعات التكرارية للبيانات، حفّزهم على استخدام مراكز الفئات لرسم هذه المنحنيات وأيضًا هذه المضلعات.

أخبرهم أن المدرج التكراري يساعد على إيجاد قيمة تقريبية للمنوال إذا أراد الإحصائي ذلك.



(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات Graph of Data

(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية Graph of Data Using Pie Chart

يمكن تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية وذلك بتمثيل القيمة الكلية للظاهرة. بمساحة سطح دائرة نصف قطرها اختياري ثم تجزأ المنطقة الدائرية إلى قطاعات دائرية جزئية تتناسب مساحتها السطحية مع قيم هذه المجموعات الجزئية التي تم توزيع الظاهرة عليها مع تميز هذه القطاعات الدائرية الجزئية عن بعضها ويحدد قياس الزاوية المركزية لكل قطاع وفق القاعدة التالية:

قياس الزاوية المركزية للقطاع = التكرار النسبي × ٣٦٠°

مثال (٢)

في أحد الاختبارات قيّم المعلم طلابه باستخدام مفردات تقديرية على الشكل التالي:
مقبول، مقبول، جيد جدًّا، ممتاز، ممتاز، جيد، جيد جدًّا، متوسط، ممتاز، جيد، مقبول، متوسط، جيد، جيد جدًّا، مقبول، متوسط، مقبول، غير مقبول، جيد، جيد جدًّا، غير مقبول، متوسط، ممتاز.

١ كون جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل:

١

التقدير	ممتاز	جيد جدًّا	جيد	متوسط	مقبول	غير مقبول	المجموع
علامات التكرار	////	////	/###	////	###	//	
التكرار	٤	٤	٦	٤	٥	٢	٢٥
التكرار النسبي	٤/٢٥	٤/٢٥	٦/٢٥	٤/٢٥	٥/٢٥	٢/٢٥	١ = ٢٥/٢٥
النسبة المئوية للتكرار	١٦٪	١٦٪	٢٤٪	١٦٪	٢٠٪	٨٪	١٠٠٪

ب نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع دائري:

ق(زاوية تقدير ممتاز) = ٤/٢٥ × ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°

ق(زاوية تقدير جيد جدًّا) = ٤/٢٥ × ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°

ق(زاوية تقدير جيد) = ٦/٢٥ × ٣٦٠° = ٨٦,٤٠°

ق(زاوية تقدير متوسط) = ٤/٢٥ × ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°

ق(زاوية تقدير مقبول) = ٥/٢٥ × ٣٦٠° = ٧٢°

ق(زاوية تقدير غير مقبول) = ٢/٢٥ × ٣٦٠° = ٢٨,٨°

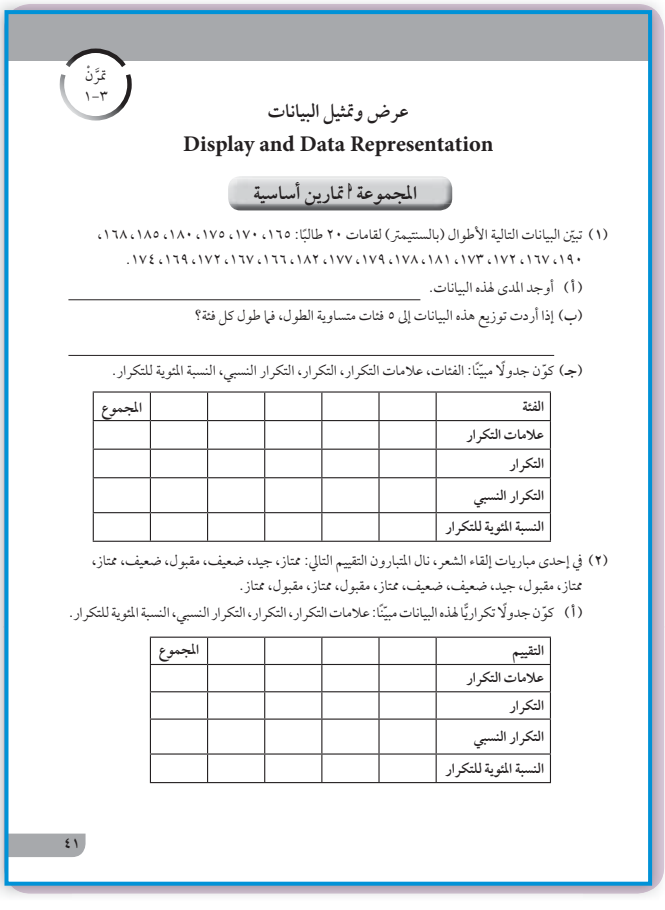
حاول أن تحل

٢ في إحصاء لألوان العيون لدى ٤٠ طالبًا تبين ما يلي: أسود، أزرق، أسود، بني، أزرق، بني، عسلي، زيتي، أزرق، أسود، أسود، بني، بني، عسلي، زيتي، أسود، عسلي، بني، أسود، بني، أسود، زيتي، عسلي، بني، أسود، أسود، بني، بني، أسود، زيتي، أزرق، بني، عسلي، أسود، بني، أسود، بني، عسلي، أسود، بني.

١ كوّن جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

٧٢



عَرْض ١-٣

عرض وتمثيل البيانات

Display and Data Representation

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) تبيّن البيانات التالية الأطوال (بالسنتيمتر) لقامات ٢٠ طالبًا: ١٦٥، ١٧٠، ١٧٥، ١٨٠، ١٨٥، ١٦٨، ١٩٠، ١٦٧، ١٧٢، ١٧٣، ١٨١، ١٧٨، ١٧٩، ١٧٧، ١٨٢، ١٦٦، ١٦٧، ١٧٢، ١٦٩، ١٧٤.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات. _____

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٥ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

_____

(جـ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار						

(٢) في إحدى مباريات إلقاء الشعر، نال المتبارون التقييم التالي: ممتاز، جيد، ضعيف، مقبول، ضعيف، ممتاز، ممتاز، مقبول، جيد، ضعيف، ضعيف، ممتاز، مقبول، ممتاز، مقبول، ممتاز.

(أ) كوّن جدولًا تكراريًّا لهذه البيانات مبيّنًا: علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

التقييم						المجموع
علامات التكرار						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار						

٤١

في المثال (٤)

اشرح لهم أهمية استخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل في عرض البيانات.

أخبرهم أن هذه التكرارات تساعد على إيجاد عدد من قيم البيانات أصغر من، أو أكبر من، بحسب ما يريد الإحصائي، وأن المنحنيات لهذه التكرارات تساعد على إيجاد قيمة تقريبية للوسيط إذا أراد الإحصائي ذلك.

في المثال (٥)

أكّد للطلاب أن استخدام الخط المنكسر في تمثيل البيانات يساعد كثيرًا على توقع نتائج معينة واتخاذ قرارات معقولة وبخاصة في كل ما يتعلق بحركة لها علاقة بمرور الزمن مثل: أوزان المواليد وأطوالهم، حركة الإنتاج والمبيع في المصانع، تطور أسعار الأسهم في البورصات، ...

٦ الربط

إن جميع الأمثلة الموجودة في هذا الدرس ترتبط بالواقع والحياة اليومية، لأن هذا هو مجال العمل الإحصائي.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

عند تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية، قد يخطئ الطلاب في احتساب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع دائري وهذا ناتج من استخدام النسبة المئوية للتكرار حيث أن الكسور العشرية المكافئة تكون تقريبية في حالات كثيرة.

ذكرهم بأن مجموع قياس هذه الزوايا يجب أن يساوي ٣٦٠° وإنه من الأفضل استخدام القاعدة: التكرار النسبي × ٣٦٠° لإيجاد قياس زاوية قطاع دائري.

٨ التقييم

تابع عمل الطلاب في فقرات «حاول أن تحل» لتتأكد من أنهم يتعاملون مع المفاهيم والمهارات الواردة في هذا الدرس بموضوعية وفهم.

اختبار سريع

١ مثّل البيانات في الجدول أدناه بالقطاعات الدائرية:

التكرار	٧	٥	٦	١٢	١٠
التكرار النسبي	$\frac{٧}{٤٠}$	$\frac{٥}{٤٠}$	$\frac{٦}{٤٠}$	$\frac{١٢}{٤٠}$	$\frac{١٠}{٤٠}$
النسبة المئوية	١٧,٥٪	١٢,٥٪	١٥٪	٣٠٪	٢٥٪

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري

Representing Data UsingHistogram , Frequency Curve and Frequency Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري.

مثال (٣)

يبين الجدول التالي نتائج التحليل لتركيز مادة النيترات في ٥٠ وحدة ماء للخدمة المشتركة في المنازل، وذلك خلال شهر واحد (ملجم/ ليتر).

١٥	٥٣	٤٤	٤٥	٣٧	١٧	٤٦	٢٨	٥١	٤٩
٤٧	٥١	٥١	١٩	٤٦	٢٥	١٦	٣٥	٤٠	٣٠
١٩	٢٨	٣٨	٤١	٥٥	٣٣	٢١	١٦	٢٣	٢٤
٢٤	٣٠	٤٩	٢٢	٤٤	١٩	١٧	٣١	٢٩	٣٩
٤٠	٥٠	٣٦	٣٢	٣٤	٢٧	٢٩	٣٢	٤٨	٤٣

١ أوجد المدى لهذه البيانات.

ب إذا أردنا استخدام فئات متساوية، طول كل فئة ٥ ملجم، فما هو عدد الفئات؟

ج كون جدولًا تبين عليه: علامات التكرار – التكرار – مركز الفئة.

د ارسم المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري لهذه الفئات.

الحل:

١ القيمة الصغرى = ١٥، القيمة العظمى = ٥٥

المدى = ٥٥ – ١٥ = ٤٠.

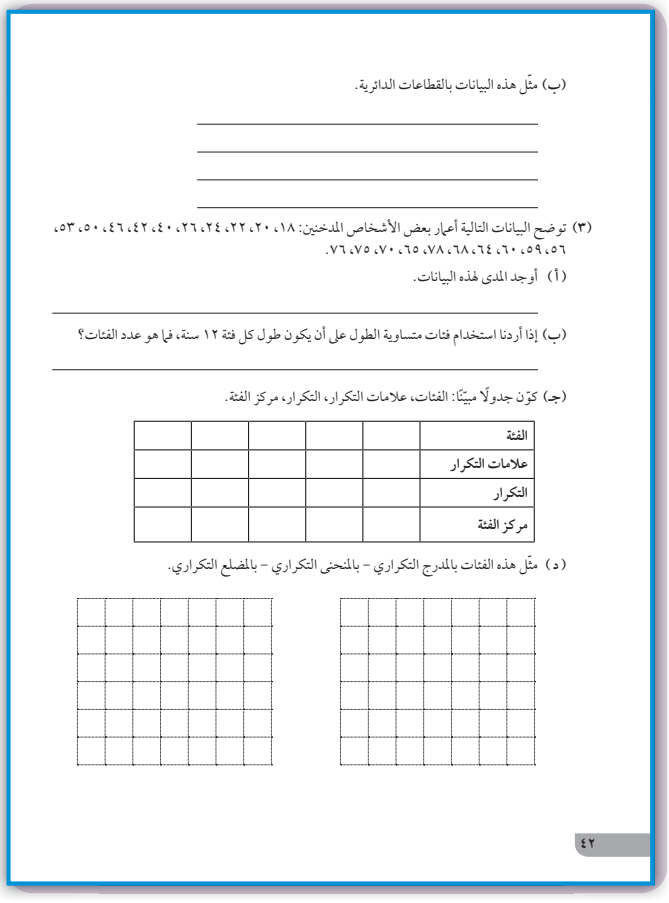
ب عدد الفئات = ٤٠ ÷ ٥ = ٨ عدد الفئات = ٨.

ج الجدول:

الفئة	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	المجموع
علامات التكرار	/// ///	///	/// /	/// //	///	/// /	/// //	///	
التكرار	٨	٥	٦	٧	٥	٦	٧	٦	٥٠
مركز الفئة	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥	٣٢,٥	٣٧,٥	٤٢,٥	٤٧,٥	٥٢,٥	

تذكر:
- الفئة ١٥ – تمثلها [١٥، ٢٠)
- مركز الفئة = $\frac{١٥ + ٢٠}{٢}$ = ١٧,٥

٧٣



(ب) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) توضح البيانات التالية أعمار بعض الأشخاص المدخنين: ١٨، ٢٠، ٢٢، ٢٤، ٢٦، ٤٠، ٤٢، ٤٦، ٥٠، ٥٣، ٥٦، ٥٩، ٦٠، ٦٤، ٦٨، ٧٨، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٧٦.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردنا استخدام فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ١٢ سنة، فما هو عدد الفئات؟

(جـ) كوّن جدولًا مبينًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، مركز الفئة.

الفئة						
علامات التكرار						
التكرار						
مركز الفئة						

(د) مثّل هذه الفئات بالمدرج التكراري – بالمنحنى التكراري – بالمضلع التكراري.

٤٢

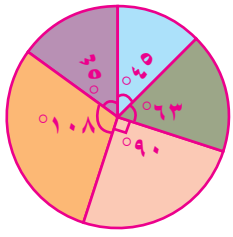
$$\frac{٧}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٦٣^\circ$$

$$\frac{٥}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٤٥^\circ$$

$$\frac{٦}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٥٤^\circ$$

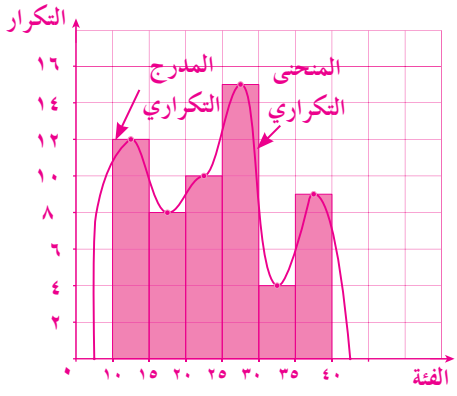
$$\frac{١٢}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ١٠٨^\circ$$

$$\frac{١٠}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٩٠^\circ$$



٢ ارسم مدرجًا تكراريًّا ومنحنى تكراريًّا للبيانات أدناه.

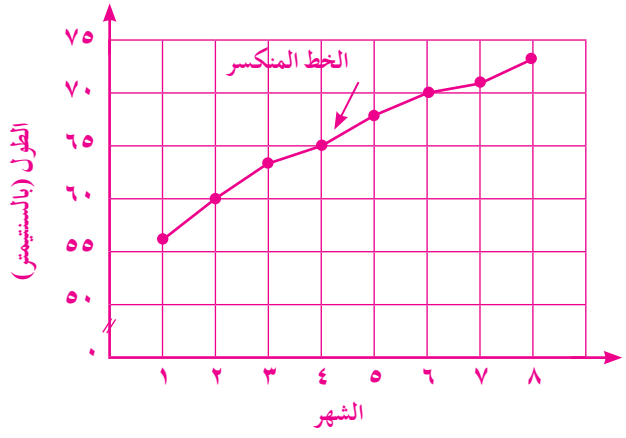
الفئة	−١٠	−١٥	−٢٠	−٢٥	−٣٠	−٣٥
التكرار	١٢	٨	١٠	١٥	٤	٩



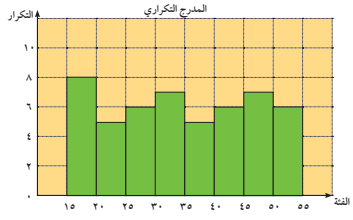
٣ يبيّن الجدول أدناه طول مولود خلال أشهر متتالية:

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الطول (سم)	٥٦	٦٠	٦٣	٦٥	٦٧	٧٠	٧٢	٧٣

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر.

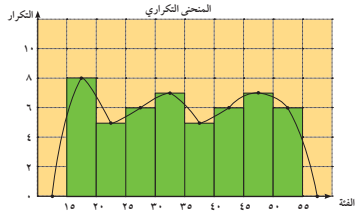


د المدرج التكراري- المنحنى التكراري- المضلع التكراري.



رسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري:

لرسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري، نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل، ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحنى التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا. (كما في الشكل التالي)



(٤) تمثّل البيانات التالية الأوزان (بالكجم) لِـ ٢٦ شخصًا من أعمار مختلفة: ١٠، ١٢، ١١، ١٥، ١٧، ١٩، ١٨، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢١، ٢٢، ٢٥، ٢٨، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٠، ٣٤، ٣٢، ٣٥، ٣٧، ٣٨، ٤٠، ٤٢.

(أ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

الفئة								المجموع
علامات التكرار								
التكرار								
أقل من الحد الأعلى للفئة								
التكرار المتجمع الصاعد								
الحد الأدنى للفئة فأكثر								
التكرار المتجمع النازل								

(ب) ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد، المنحنى التكراري المتجمع النازل.

(جـ) استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

٩ إجابات وحلول

«عمل تعاوني»

الفئة	٣٥–	٤٠–	٤٥–	٥٠–	٥٥–	٦٠–	٦٥–	٧٠–	٧٥–
علامات التكرار	///	////	//// /	//// //	//// //// /	//// //	//// ///	//// /	///
التكرار	٣	٤	٦	٧	١٦	٧	٨	٦	٣
التكرار المتجمع الصاعد	٣	٧	١٣	٢٠	٣٦	٤٣	٥١	٥٧	٦٠
التكرار المتجمع النازل	٦٠	٥٧	٥٣	٤٧	٤٠	٢٤	١٧	٩	٣
نسبة التكرار إلى العدد الكلي	$\frac{٣}{٦٠}$	$\frac{٤}{٦٠}$	$\frac{٦}{٦٠}$	$\frac{٧}{٦٠}$	$\frac{١٦}{٦٠}$	$\frac{٧}{٦٠}$	$\frac{٨}{٦٠}$	$\frac{٦}{٦٠}$	$\frac{٣}{٦٠}$
النسبة المئوية لكل تكرار	٥٪	$٦\frac{٢}{٣}$٪	١٠٪	$١١\frac{٢}{٣}$٪	$٢٦\frac{٢}{٣}$٪	$١١\frac{٢}{٣}$٪	$١٣\frac{١}{٣}$٪	١٠٪	٥٪

«حاول أن تحل»

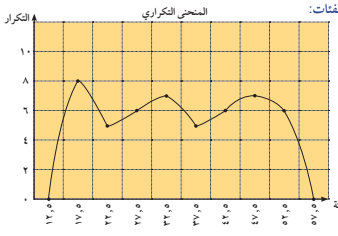
١ (أ) عدد الفئات: ٢٠٠ ÷ ٢٥ = ٨

(ب)

الفئة	٢٩٨–	٣٢٣–	٣٤٨–	٣٧٣–	٣٩٨–	٤٢٣–	٤٤٨–	٤٧٣–
علامات التكرار	//	///	//// /	//// ///	//// /	///	/	/
التكرار	٢	٣	٦	١٣	٦	٣	١	١
التكرار النسبي	$\frac{٢}{٣٥}$	$\frac{٣}{٣٥}$	$\frac{٦}{٣٥}$	$\frac{١٣}{٣٥}$	$\frac{٦}{٣٥}$	$\frac{٣}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$
النسبة المئوية للتكرار	٥,٧٪	٨,٦٪	١٧,١٪	٣٧,١٪	١٧,١٪	٨,٦٪	٢,٩٪	٢,٩٪

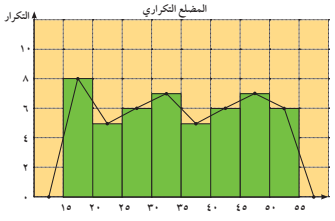
رسم المنحنى التكراري باستخدام مراكز الفئات:

يمكن أيضًا رسم المنحنى التكراري بوصل النقاط الممثلة للأزواج المرتبة التالية:
(١٢,٥، ٠)، (١٧,٥، ٨)، (٢٢,٥، ٥)، (٢٧,٥، ٦)، (٣٢,٥، ٧)، (٣٧,٥، ٥)، (٤٢,٥، ٦)، (٤٧,٥، ٧)، (٥٢,٥، ٥)، (٥٧,٥، ٠).



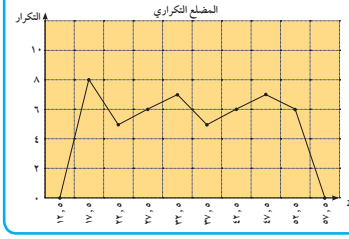
رسم المضلع التكراري من المدرج التكراري:

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري بحيث تتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري، ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة.



رسم المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات:

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري بحيث تتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري باستخدام مراكز الفئات، ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة.



٧٥

(د) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.

(٥) يبيّن الجدول التالي عدد البواخر في حركة شحن البضائع من سنة ١٩٧٦م إلى سنة ١٩٨٤م.

السنة	١٩٧٦	١٩٧٧	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤
عدد البواخر	١٠٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٤٠٠	١٨٠٠	٢٦٠٠	٢٤٠٠	٢٦٠٠	٢٨٠٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر.

ماذا تتوقع بالنسبة إلى حركة البواخر بعد سنة ١٩٨٤م؟

٤٤

٢ (أ)

اللون	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي
علامات التكرار	//// ///	////	//// //// ///	//// ///	////
التكرار	١٣	٤	١٣	٦	٤
التكرار النسبي	$\frac{١٣}{٤٠}$	$\frac{٤}{٤٠}$	$\frac{١٣}{٤٠}$	$\frac{٦}{٤٠}$	$\frac{٤}{٤٠}$
النسبة المئوية للتكرار	٪٣٢,٥	٪١٠	٪٣٢,٥	٪١٥	٪١٠

(ب) $\frac{١٣}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ١١٧^\circ$

$\frac{٤}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٣٦^\circ$

$\frac{١٣}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ١١٧^\circ$

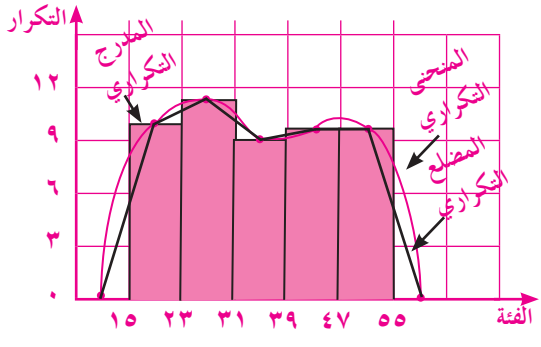
$\frac{٦}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٥٤^\circ$

$\frac{٤}{٤٠} \times ٣٦٠^\circ = ٣٦^\circ$

٣ (أ) عدد الفئات: ٤٠ ÷ ٨ = ٥

الفئة	−١٥	−٢٣	−٣١	−٣٩	−٤٧
علامات التكرار	//// ////	//// //// /	//// //// ////	//// ////	//// ////
التكرار	١٠	١١	٩	١٠	١٠
مركز الفئة	١٩	٢٧	٣٥	٤٣	٥١

(ب)



حاول أن تحل

٣ (١) كون جدولًا مماثلًا، للجدول الوارد في حل المثال (٣)، على أن يكون طول الفئة يساوي ٨ ملجم مبينًا علامات التكرار والتكرار ومركز الفئة.

(ب) ارسم المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري لهذه الفئات.

(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد – المضلع التكراري المتجمع النازل

Increasing Cumulative Polygon and Decreasing Cumulative Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمضلع التكراري المتجمع الصاعد – المضلع التكراري المتجمع النازل.

مثال (٤)

يبين الجدول التالي حركة الاتصالات الهاتفية التي يتلقاها أحد مكاتب الخدمات حيث العمل من الساعة الثامنة صباحًا إلى الساعة السادسة مساء.

فترة تسجيل الاتصالات	−٨:٠٠	−١٠:٠٠	−١٢:٠٠	−١٤:٠٠	−١٦:٠٠
عدد الاتصالات المسجلة (التكرار)	١٥	٤١	٧٥	٦٠	٣٤

(١) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

(ب) ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل.

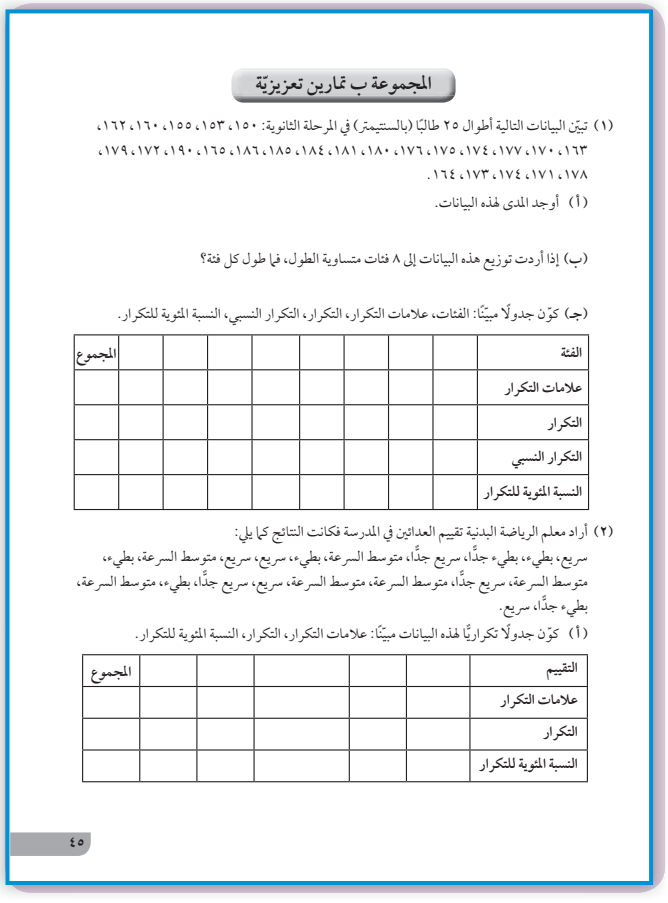
(ج) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.

(د) استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

الحل:

(١)

فترة تسجيل الاتصالات	−٨:٠٠	−١٠:٠٠	−١٢:٠٠	−١٤:٠٠	−١٦:٠٠
عدد الاتصالات المسجلة (التكرار)	١٥	٤١	٧٥	٦٠	٣٤
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ١٠	أقل من ١٢	أقل من ١٤	أقل من ١٦	أقل من ١٨
التكرار المتجمع الصاعد	١٥	٥٦	١٣١	١٩١	٢٢٥
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٨ فأكثر	١٠ فأكثر	١٢ فأكثر	١٤ فأكثر	١٦ فأكثر
التكرار المتجمع النازل	٢٢٥	٢١٠	١٦٩	٩٤	٣٤



المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) تبيّن البيانات التالية أطوال ٢٥ طالبًا (بالسنتيمتر) في المرحلة الثانوية: ١٥٠، ١٥٣، ١٥٥، ١٦٠، ١٦٢، ١٦٣، ١٧٠، ١٧٧، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٨٠، ١٨١، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٦٥، ١٩٠، ١٧٢، ١٧٩، ١٧٨، ١٧١، ١٧٤، ١٧٣، ١٦٤.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٨ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

(جـ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة									المجموع
علامات التكرار									
التكرار									
التكرار النسبي									
النسبة المئوية للتكرار									

(٢) أراد معلم الرياضة البدنية تقييم العدائين في المدرسة فكانت النتائج كما يلي:

سريع، بطيء، بطيء جدًّا، سريع جدًّا، متوسط السرعة، بطيء، سريع، سريع، متوسط السرعة، بطيء، متوسط السرعة، سريع جدًّا، متوسط السرعة، متوسط السرعة، سريع، سريع جدًّا، بطيء، متوسط السرعة، بطيء جدًّا، سريع.

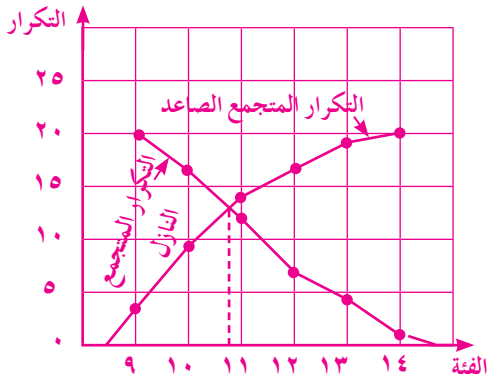
(أ) كوّن جدولًا تكراريًّا لهذه البيانات مبيّنًا: علامات التكرار، التكرار، النسبة المئوية للتكرار.

التقييم							المجموع
علامات التكرار							
التكرار							
النسبة المئوية للتكرار							

٤ (أ)

الفئة	−٩	−١٠	−١١	−١٢	−١٣	−١٤
علامات التكرار	///	////	////	///	//	//
التكرار	٣	٦	٤	٣	٢	٢
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ١٠	أقل من ١١	أقل من ١٢	أقل من ١٣	أقل من ١٤	أقل من ١٥
التكرار المتجمع الصاعد	٣	٩	١٣	١٦	١٨	٢٠
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٩ فأكثر	١٠ فأكثر	١١ فأكثر	١٢ فأكثر	١٣ فأكثر	١٤ فأكثر
التكرار المتجمع النازل	٢٠	١٧	١١	٧	٤	٢

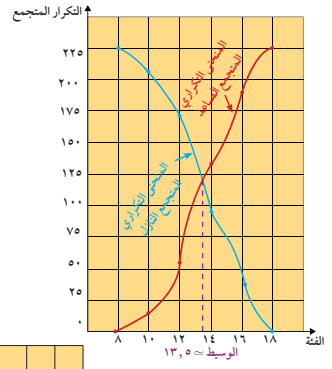
(ب)



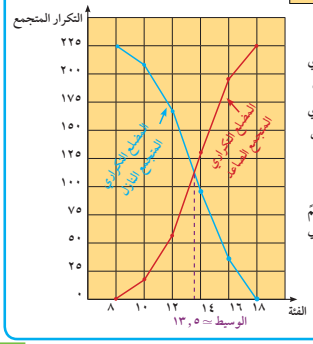
يساوي الوسيط ١١ تقريبًا

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل كما في الشكل.

(ب)



(جـ) يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل بحيث تتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة.



(د) نأخذ من نقطة تقاطع الرسمين البيانيين خطًّا مستقيمًا عموديًّا على الخط الأفقي، فنجد أن قيمة الوسيط هي عند الساعة ١٣:٣٠ تقريبًا.

حاول أن تحل

٤ معدل الدرجات السنوية في مادة الرياضيات لـ ٢٠ طالبًا من الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١١، ٩، ١٢، ١١، ١٤، ١٠، ١٢، ١٠، ٩، ١٣، ١١، ١٠، ١٠، ١٤، ٩، ١٢، ١٠، ١٣، ١١، ١٠.

(أ) كوّن جدولًا تكراريًّا ذا فئات مبيّنًا: علامات التكرار – التكرار – التكرار المتجمع الصاعد – التكرار المتجمع النازل.

(ب) ارسم بيانيًّا المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.

(جـ) استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

(٣-١-ب-٤) تمثيل البيانات باستخدام الخط المنكسر

Representing Data Using Line Graph

يمكن تمثيل البيانات بالخط المنكسر لدراسة مسار ظاهرة معينة خلال فترة زمنية محددة وتوقع نتائج يبنى عليها قرارات.

مثال (٥)

يبين الجدول التالي عائدات دولة ما بالمليون دينار خلال الفترة ١٩٩٨ – ٢٠٠٥م.

السنة	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
العائدات (بالمليون دينار)	٢٥٠٠	٣٢٠٠	٥٣٠٠	٤٣٠٠	٤٠٠٠	٥٥٠٠	٧١٠٠	٨٠٠٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

الحل:

نأخذ على الخط الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى الخط الرأسي فترات متساوية من ملايين الدنانير. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، عائدات).

(ب) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) تبيّن البيانات التالية أعمار بعض الأشخاص الذين قضوا غرقًا في السنوات الماضية: ١٠، ١٨، ٢٠، ٢٣، ٣٠، ٣١، ٣٤، ٣٦، ٤٠، ٤١، ٤٥، ١٥، ١٦، ١٤، ١٧، ٤٦، ٤٨، ٥٠، ٥١، ٥٤، ٦٠، ٦١، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٧٠، ٧٤، ٧٧، ٨٠، ٨٢، ٨٧.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

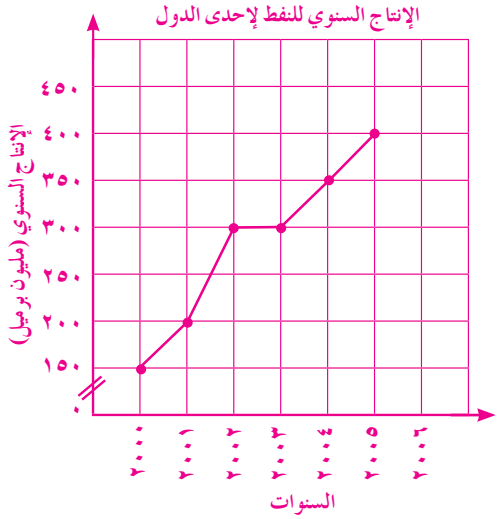
(ب) إذا أردنا استخدام فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ١١ سنة، فما عدد هذه الفئات؟

(جـ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، مركز الفئة.

الفئة								المجموع
علامات التكرار								
التكرار								
مركز الفئة								

(د) مثّل هذه الفئات بالمدرج التكراري – بالمنحنى التكراري – بالمضلع التكراري.

٥



أتوقع أن يكون اتجاه الخط تصاعديًّا نظرًا لزيادة الإنتاج.

مثال (٦)

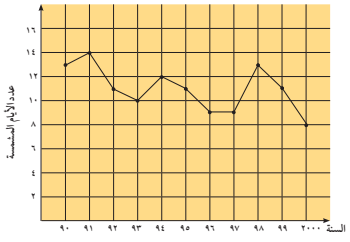
يبين الجدول التالي عدد الأيام المشمسة خلال شهر يوليو في إحدى المدن الباردة لعدة سنوات.

السنة	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠
عدد الأيام المشمسة	١٣	١٤	١١	١٠	١٢	١١	٩	٩	١٣	١١	٨

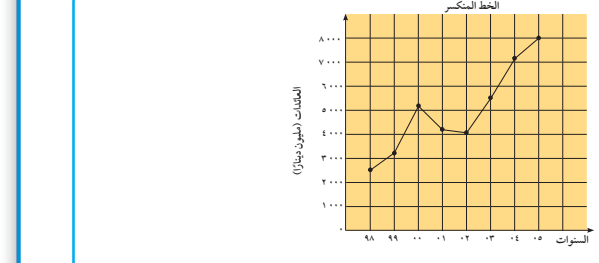
مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تلاحظ؟

الحل:

نأخذ على المحور الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى المحور الرأسي فترات متساوية لعدد الأيام المشمسة. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، أيام).



نلاحظ أن عدد الأيام المشمسة يميل إلى التناقص على مر السنين.



نلاحظ أن عائدات هذه الدولة انخفضت خلال السنتين ٢٠٠١م و٢٠٠٢م، ثم عادت إلى الارتفاع في السنوات التالية. ومن المتوقع أن هذه العائدات سوف تستمر بالارتفاع.

حاول أن تحل

٥ يبين الجدول التالي بيانات إفتراضية عن الإنتاج السنوي للنفط لإحدى الدول من الفترة ٢٠٠٠م إلى ٢٠٠٥م (بالمليون برميل).

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الإنتاج (مليون برميل)	١٥٠	٢٠٠	٣٠٠	٣٠٠	٣٥٠	٤٠٠

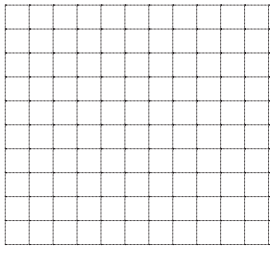
مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

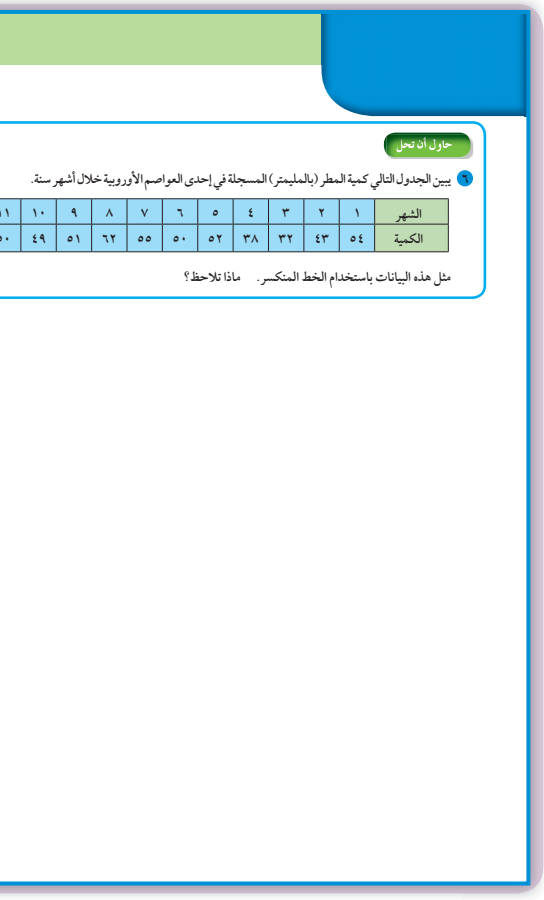
(٤) كانت درجات الطلاب في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة كما يلي: ٤٩، ٥٥، ٥٦، ٥٩، ٦٥، ٦٧، ٦٨، ٦٤، ٦٩، ٧١، ٧٢، ٧٤، ٧٧، ٧٨، ٧٥، ٧٩، ٨٠، ٨٢، ٨٨، ٨٧، ٨٩، ٩٠، ٩٨، ٩٧، ٩٨.

(أ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات حيث إن طول الفئة ٧ درجات، علامات التكرار، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

الفئة							
علامات التكرار							
التكرار							
أقل من الحد الأعلى للفئة							
التكرار المتجمع الصاعد							
الحد الأدنى للفئة فأكثر							
التكرار المتجمع النازل							

(ب) ارسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد، المنحنى التكراري المتجمع النازل. استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.





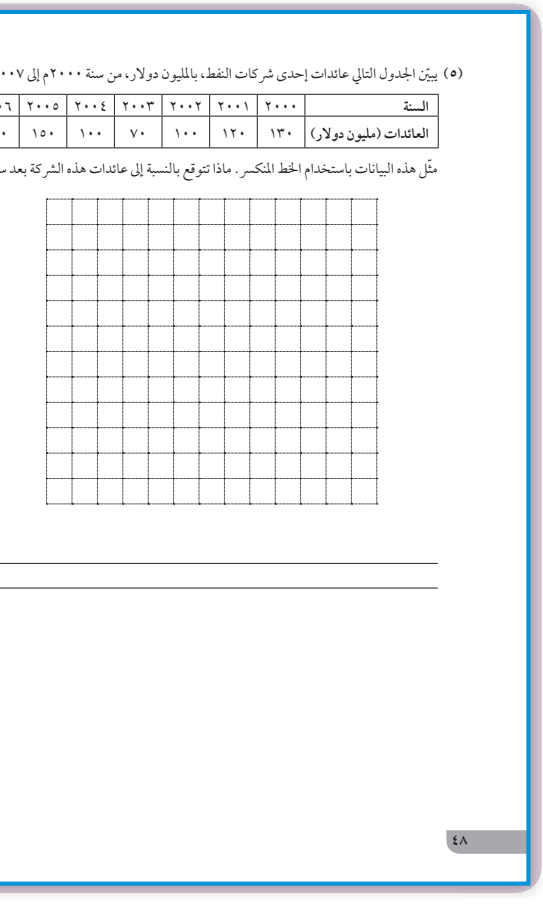
حاول أن تحل

٦ يبين الجدول التالي كمية المطر (بالمليمتر) المسجلة في إحدى العواصم الأوروبية خلال أشهر سنة.

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الكمية	٥٤	٤٣	٣٢	٣٨	٥٢	٥٠	٥٥	٦٢	٥١	٤٩	٥٠	٤٩

مثل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تلاحظ؟

٨١

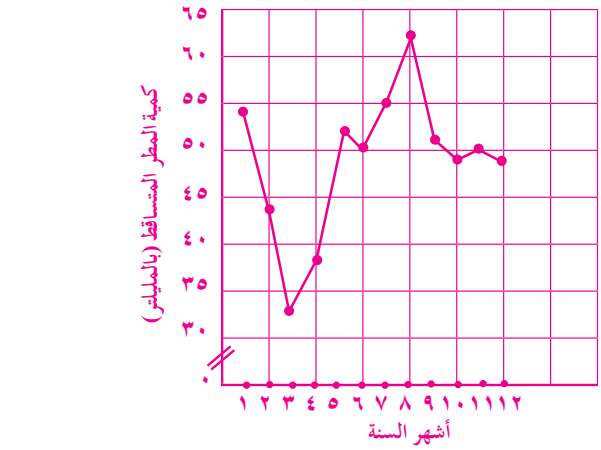


(٥) يبيّن الجدول التالي عائدات إحدى شركات النفط، بالمليون دولار، من سنة ٢٠٠٠م إلى ٢٠٠٧م.

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
العائدات (مليون دولار)	١٣٠	١٢٠	١٠٠	٧٠	١٠٠	١٥٠	١٤٠	١٣٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى عائدات هذه الشركة بعد سنة ٢٠٠٧م؟

٤٨



٦

ألاحظ أنه يوجد تفاوت في تساقط كمية الأمطار بين شهر وآخر.

٣ـ٢: تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

١ الأهداف

يستخدم الحاسوب في تمثيل البيانات:

- بالقطاعات الدائرية.
- بالأعمدة.
- بالخط المنكسر.
- بالمدرج التكراري.

٢ المفردات الأساسية والمفاهيم الجديدة

تمثيل بياني بالقطاعات الدائرية – تمثيل بياني بالأعمدة – مدرج تكراري – تمثيل بياني بالخط المنكسر.

٣ الأدوات والوسائل

الحاسوب – برنامج «Excel».

٤ التمهيد

اسأل الطلّاب عن أنواع التمثيلات البيانية التي تمثل الدراسات الإحصائية، وعن مدى معرفتهم باستخدام الحاسوب في رسم كل تلك التمثيلات وإمكانية استخدامهم أحد البرامج الإحصائية.

٥ التدريس

في البداية، يجب أن نشرح للطلّاب كيفيّة تشغيل برنامج «Excel» لاستخدامه في التمثيلات البيانية المطلوبة.

بعدها، اطلب إليهم الالتزام بالخطوات الواردة لعدم الوقوع في الخطأ.

في المثال (١)

في هذا المثال، يتعلّم الطالب من خلال استخدام برنامج «Excel» تمثيل البيانات المتعلقة بأنواع الهواتف الذكية المحمولة التي تمّ بيعها خلال شهر. وعليه أيضًا أن يلتزم بتنفيذ الخطوات كما وردت في الحل ليتمكن من الوصول إلى تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية.

في المثال (٢)

في هذا المثال، يتعلم الطالب كيفية استخدام البرنامج الإحصائي لصنع جدول تكراري عن طريق إدخال المعطيات والبيانات الموجودة التي تمثل عدد الهواتف وبالتالي عن طريق اتباع الخطوات الواردة في الحل لبرنامج «Excel» ليتم إنشاء جدول تكراري بربط كل عدد الهواتف في الأسر بعدد تكرارها، وهذا ما يظهر في الشكل (١٥).

في المثال (٣)

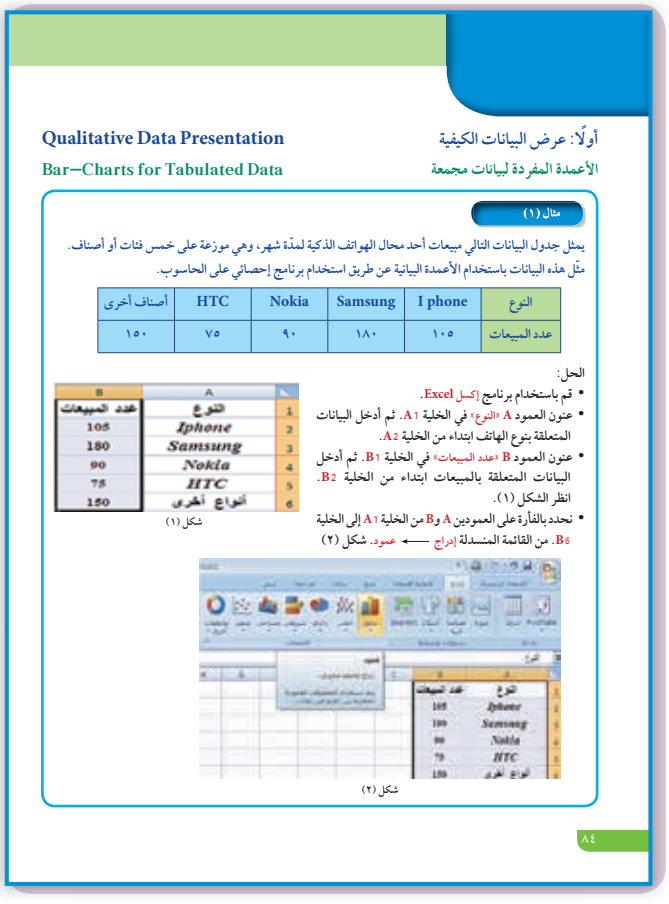
يتعلم الطالب في هذا المثال كيفية استخدام الجدول التكراري الذي تعلم إنشاءه في المثال السابق، ومن خلال اتباع الخطوات الواردة في الحل، يتمكن الطالب من تحويل بيانات الجدول التكراري إلى تمثيل بياني بالقطاعات الدائرية.

في المثال (٤)

يتعلّم الطالب في هذا المثال كيفية تحويل جدول من البيانات إلى تمثيل بياني بالخط المنكسر، ويجب تذكير الطلاب أن هذا النوع من التمثيلات البيانية يكون على متغيرات كميّة مستمرة، بحيث يمكن من خلال التمثيل البياني معرفة كيفية تطور هذا المتغير صعودًا ونزولًا بالنسبة إلى الوقت، حيث يعالج هذا المثال إنتاج النفط عالميًّا على فترة زمنية ممتدة إلى ١١ عامًا. ذكر الطلاب وجوب الالتزام بالخطوات الواجب إجراؤها للحصول على التمثيل البياني بالخط المنكسر.

في المثال (٥)

يتعلم الطالب من هذا المثال تحويل المعطيات إلى جدول تكراري ذي فئات، ومن ثم تحويله عن طريق البرنامج الإحصائي إلى مدرج تكراري. يجب أن تتمتع هذه الفئات بطول الفترة نفسه، ويجب أن تتوزع عليها كل البيانات الواردة. نبّه الطلاب بوجوب اتباع كل الخطوات الواردة في الحل ليتمكنوا من الحصول على الإجابات اللازمة وبشكل دقيق.



أولًا: عرض البيانات الكيفية
الأعمدة المفردة لبيانات مجمعة

Qualitative Data Presentation
Bar–Charts for Tabulated Data

مثال (١)

يمثل جدول البيانات التالي مبيعات أحد محال الهواتف الذكية لمدّة شهر، وهي موزعة على خمس فئات أو أصناف. مثّل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية عن طريق استخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

النوع	I phone	Samsung	Nokia	HTC	أصناف أخرى
عدد المبيعات	١٠٥	١٨٠	٩٠	٧٥	١٥٠

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «النوع» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بنوع الهاتف ابتداء من الخلية A2.
- عنون العمود B «عدد المبيعات» في الخلية B1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بالمبيعات ابتداء من الخلية B2. انظر الشكل (١).
- نحدد بالفأرة على العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B6. من القائمة المنسدلة إدراج ← عمود. شكل (٢)

	A	B
1	النوع	عدد المبيعات
2	Iphone	105
3	Samsung	180
4	Nokia	90
5	HTC	75
6	أنواع أخرى	150

شكل (١)

شكل (٢)

- تظهر نافذة الاختيار، اختر «عمود ثنائي الأبعاد»:

شكل (٣)

حدد بالفأرة على العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B6.

شكل (٤)

اضغط الزر الأيمن للفأرة من أي نقطة على الرسم البياني فتظهر نافذة الاختيار، اختر «تحديد البيانات».

شكل (٥)

اضغط فتظهر نافذة «تحديد مصدر البيانات»، اضغط «موافق».

- اضغط بواسطة الزر الأيسر للفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها.
- اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٦):

شكل (٦)

٦ الربط

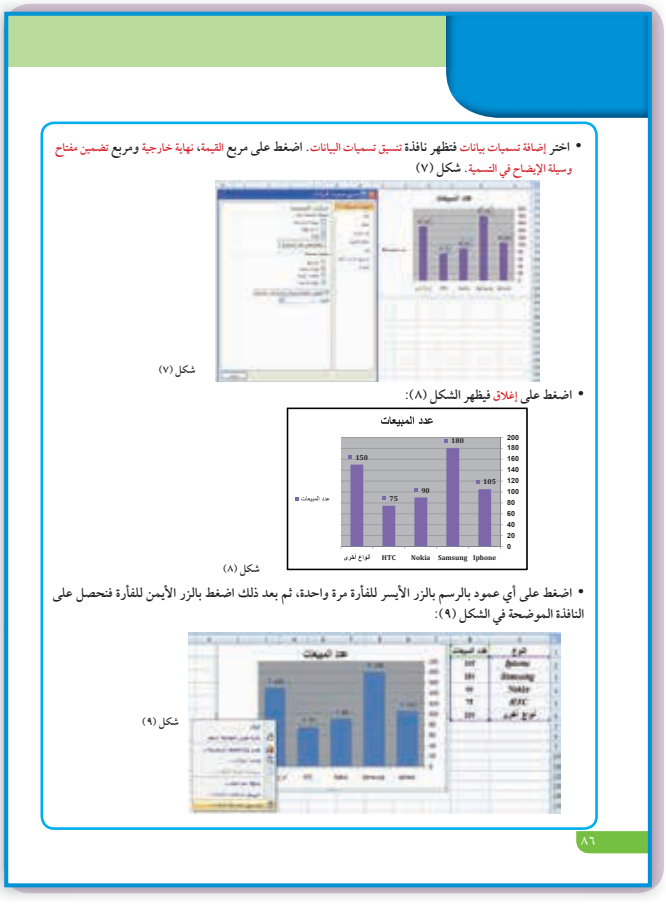
ترتبط كل الأمثلة الواردة في هذا الدرس بشكل مباشر بحركة السوق في عدّة ميادين، إن على مستوى المبيعات أو على مستوى الإنتاج وبطبيعة الأشخاص، من خلال معرفة نسب توزيع ألوان العيون عند شريحة من المجتمع التي يمكن أن تعمم على البيئة أو البلد الذي أجريت عليه هذه الدراسة.

٧ أخطاء متوقعة ومعالجتها

إن الأخطاء المتوقعة في هذا الدرس تكمن في عدم اتباع الخطوات اللازمة لتحقيق الهدف المرجو، وهو التمثيل البياني المطلوب أيًّا يكن نوعه. ومن خلال قراءة بسيطة للتمثيل البياني نتمكن من ملاحظة الخطأ، وتكون المعالجة بإعادة اتباع الخطوات كما وردت في الحل بدقة متناهية.

٨ التقييم

تمكن فقرات «حاول أن تحل» المعلم من معرفة مدى استيعاب الطلاب للخطوات الواردة سابقًا وكيفية تطبيقها، ومعالجة الأخطاء عند ورودها.



• اختر إضافة تسميات بيانات فتظهر نافذة تنسيق تسميات البيانات. اضغط على مربع القيمة، نهاية خارجية ومربع تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية. شكل (٧)

شكل (٧)

• اضغط على إغلاق فيظهر الشكل (٨):

شكل (٨)

• اضغط على أي عمود بالرسم بالزر الأيسر للفأرة مرة واحدة، ثم بعد ذلك اضغط بالزر الأيمن للفأرة فتحصل على النافذة الموضحة في الشكل (٩):

شكل (٩)

٨٦

• اختر تنسيق سلسلة البيانات فتحصل على الشاشة الموضحة في الشكل (١٠)، اختر تعبئة من لائحة خيارات السلسلة، اضغط بالفأرة على المربع تباين الألوان حسب النقطة، ثم اضغط على إغلاق.

شكل (١٠)

• تحصل في النهاية على الشكل (١١):

شكل (١١)

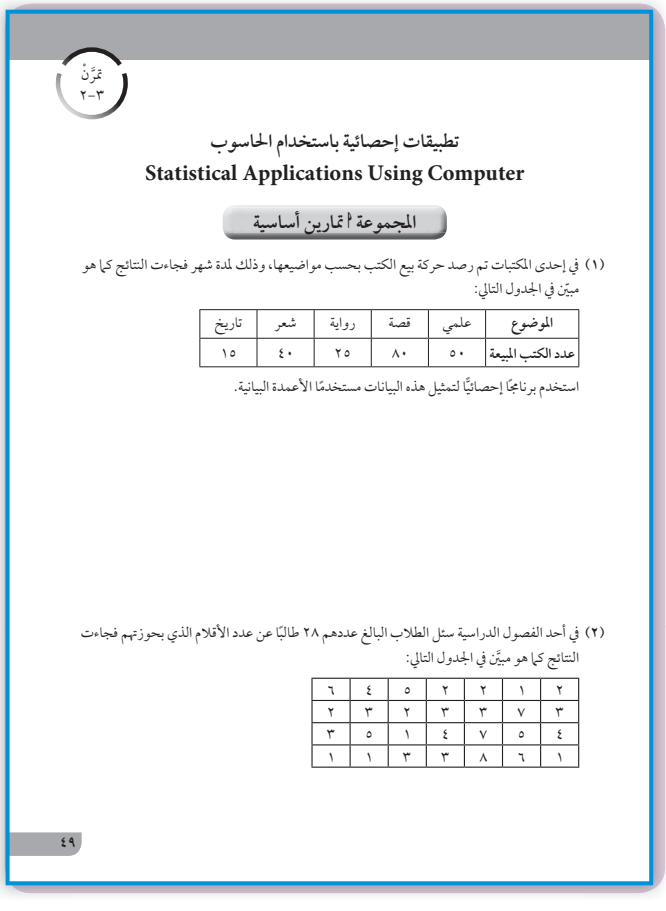
حاول أن تحل

١ تمثل البيانات في الجدول التالي مبيعات الحواسيب اللوحية لأربعة أنواع مختلفة وذلك لمدة شهر.

النوع	Acer	Samsung	Apple	HP
عدد المبيعات	٢٠	٦٠	٧٥	١٥

استخدم برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب لتمثيل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية.

٨٧



تمرّن ٣-٢

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
Statistical Applications Using Computer

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في إحدى المكتبات تم رصد حركة بيع الكتب بحسب مواضيعها، وذلك لمدة شهر فجاءت النتائج كما هو مبيّن في الجدول التالي:

الموضوع	علمي	قصة	رواية	شعر	تاريخ
عدد الكتب المبيعة	٥٠	٨٠	٢٥	٤٠	١٥

استخدم برنامجًا إحصائيًّا لتمثيل هذه البيانات مستخدمًا الأعمدة البيانية.

(٢) في أحد الفصول الدراسية سئل الطلاب البالغ عددهم ٢٨ طالبًا عن عدد الأقلام الذي بحوزتهم فجاءت النتائج كما هو مبيّن في الجدول التالي:

٢	١	٢	٥	٤	٦	
٣	٧	٣	٢	٣	٢	
٤	٥	٧	١	٥	٣	
١	٦	٨	٣	١	١	

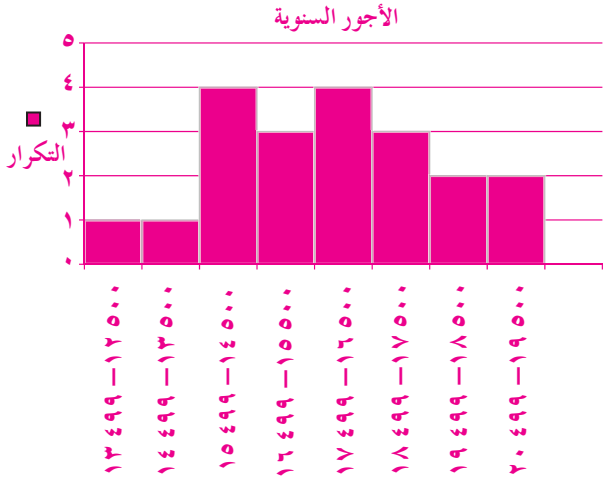
٤٩

اختبار سريع

يمثل الجدول التالي مجموع الأجور السنوية لخريجي إدارة الأعمال مع خبرة تزيد على الثلاث سنوات.

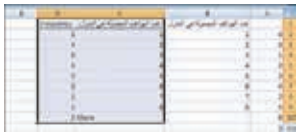
١٩ ٥٠٠	١٦ ٢٥٠	١٤ ٦٢٥	١٦ ٧٥٠	١٢٨١٢,٥	١٣ ٥٠٠	١٧ ٣٧٥	١٤ ٥٠٠	١٨ ٠٠٠	١٩٢١٢,٥
١٨ ٣٧٥	١٩ ٧٥٠	١٨ ٠٠٠	١٧ ٠٠٠	١٥ ٢٥٠	١٦ ٥٠٠	١٦ ١٨٨	١٥ ٣٧٥	١٨ ٨٧٥	١٦ ٠٠٠

أوجد جدولًا تكراريًّا ذا فئات، وارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا.



شكل (١٤)

وأخيرًا اضغط على OK لتحصل على النتائج كما في الشكل (١٤):



شكل (١٥)

- احذف الخلايا C10، D10 وذلك بالضغط بالفأرة عليها ثم اختيار: تحرير ← حذف ← الكل.
- استبدل كلمة «Frequency» بكلمة «التكرار» فيكون شكل المستند كما يلي:

عدد الهواتف المحمولة في المنزل	التكرار
١	١
٢	٤
٣	٦
٤	٦
٥	٣
٦	٢
٧	١
٨	١

حاول أن تحل

٢ جدول البيانات التالي يوضّح عدد السيارات في الأسرة الواحدة. اصنع جدولًا تكراريًّا لهذه البيانات مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

١	٣	٢	٤	١	٤	٥	٦	٣	٢
٦	٤	٣	٦	٤	٣	٤	٣	٤	١
٢	٥	٤	٥	٣	٣	١	٣	٢	٥

ثانيًا: عرض البيانات الكمية

Qualitative Data Presentation

الجدول التكراري المفرد لبيانات متقطعة

Frequency Table for Discrete Data

مثال (٢)

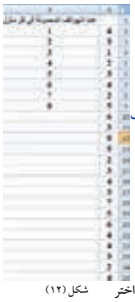
البيانات التالية توضح عدد الهواتف المحمولة من قبل أسر مجموعة من الطلاب:

٤	١	٣	٢	٦	٨	٢	٤	٧	٦	٤	٢
٣	٢	٥	٤	٣	٥	٣	٥	٤	٣	٤	٢

والمطلوب تكوين جدول تكراري لهذه البيانات باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

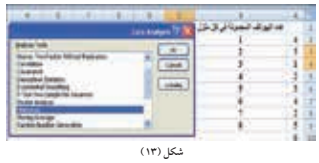
الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- قم بإدخال عدد الهواتف المحمولة في العمود A ابتداء من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- عنون العمود B «عدد الهواتف المحمولة في كل منزل» في الخلية B1، ثم قم بإدخال الأعداد المناظرة لعدد الهواتف المحمولة فيه ابتداء من الخلية B2. فتحصل على الشكل (١٢).



شكل (١٢)

- قم الآن بحساب عدد التكرارات لكل قيمة من القائمة الرئيسية، اختر «بيانات»، ومن ثم اختر «Data Analysis» ومن النافذة المعنونة «Data Analysis» اختر «Histogram».



شكل (١٣)

ثم اضغط على OK فتظهر النافذة المعنونة «Histogram».

- حدد بالفأرة على العمود A من الخلية A1 إلى الخلية A25 فتظهر في خانة Input Range.
- اضغط على مفتاح Tab فتنتقل إلى خانة Bin Range ونحدد بالفأرة على العمود B من الخلية B1 إلى الخلية B9 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على Labels، ثم على Output Range ونحدد بالفأرة على الخلية C1 فتحصل على الشكل (١٣).

(أ) استخدم برنامجًا إحصائيًّا لصنع جدول تكراري لهذه البيانات.

(ب) استخدم الجدول التكراري في السؤال (أ) واصنع تمثيلًا بيانيًّا بالقطاعات الدائرية لعدد الأقلام.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) تمثّل البيانات في الجدول التالي أنواع الأقراص الصلبة التي تزود بها الحواسيب وذلك بحسب سعتها بالجيجابايت. كوّن جدولًا تكراريًّا ذا فئات (تبدأ بـ ٧٥ ويكون طول الفترة ١٧٤) باستخدام الحاسوب، ومن ثم ارسم المدرج التكراري:

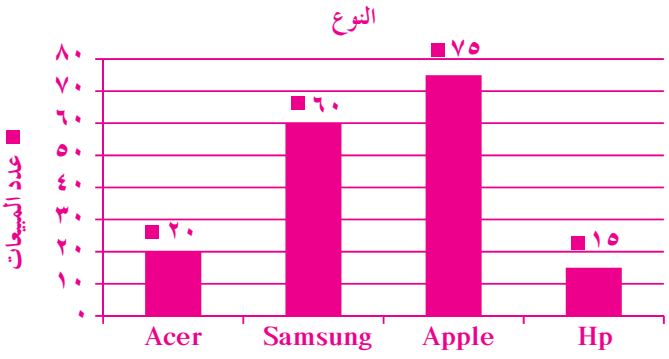
٢٥٠	٣٢٠	٢٥٠	١١٥٠	٥٠٠	١٠٠٠	٦٦٠	١٦٠	٢٥٠	٨٠
٥٠٠	١٦٠	٨٠٠	٦٦٠	١٦٠	٣٢٠	٢٥٠	١١٥٠	٥٠٠	٢٥٠
٨٠	٥٠٠	٣٢٠	٢٥٠	١٠٠٠	٥٠٠	٣٢٠	٢٥٠	٦٦٠	١٦٠
٢٥٠	١٠٠٠	٦٦٠	١٦٠	٣٢٠	١٦٠	١١٥٠	٥٠٠	١٦٠	١٠٠٠
٣٢٠	٢٥٠	١٦٠	٣٢٠	٢٥٠	٨٠٠	١٦٠	٢٥٠	٣٢٠	٦٦٠

٩ إجابات وحلول

«حاول أن تحل»

١

النوع	عدد المبيعات
Acer	٢٠
Samsung	٦٠
Apple	٧٥
HP	١٥



الجدول التكراري والقطاعات الدائرية لبيانات خام

Tabulation and Pie–Chart for Raw Data

مثال (٣)

تم رصد ألوان عيون ٢٤ طالبًا في إحدى الجامعات، فأتت النتائج على الشكل التالي:

أسود	أزرق	بني	أسود	بني	عسلي	بني	أسود	أخضر	أسود	عسلي	بني	عسلي
أخضر	بني	أسود	عسلي	أسود	بني	أزرق	أسود	بني	عسلي	أسود	أزرق	بني

١ اصنع الجدول التكراري المفرد لهذه البيانات.

٢ مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

الحل:

١ قم باستخدام برنامج إكسل Excel.

- عنون العمود A «لون العينين» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بلون العينين ابتداء من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- حوّل المتغير الاسمي (لون العينين) إلى أرقام من أجل أن تسهل التعامل مع التطبيق، وذلك بإعطاء رقم لكل لون.

«أسود = ١» و«بني = ٢» و«عسلي = ٣»

و«أزرق = ٤» و«أخضر = ٥».

- أدخل الأعداد المناظرة للون العينين في العمود B

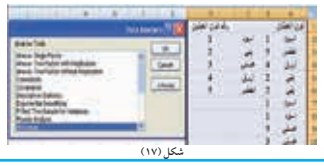
ابتداء من الخلية B2.

شكل (١٦)

أدخل لون العينين في العمود C والأعداد المناظرة في العمود D ابتداء من الخلية C2 و D2 على الترتيب التالي:

أولًا: حساب عدد التكرارات لكل لون:

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة Data Analysis اختر Histogram ثم اضغط على OK:

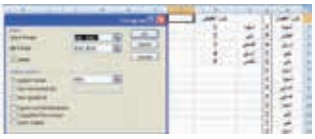


شكل (١٧)

فتظهر النافذة المعنونة Histogram:

تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل Input Range وبالتالي حدد بالفأرة العمود B من الخلية B1 إلى الخلية B25 فتظهر في خانة.

- اضغط على مفتاح Tab فينتقل المؤشر إلى خانة Bin Range. حدد بالفأرة العمود D من الخلية D1 إلى الخلية D6 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على كلمة Labels، ثم على كلمة Output Range فتنتقل إلى المربع Output Range. حدد بالفأرة على الخلية E1 فتحصل على الشكل (١٩):



شكل (١٨)

شكل (١٩)

- اضغط على OK تظهر النتائج كما في الشكل (١٩):
- احذف الخلايا E7، F7 (التي تتضمن More و٥)
- استبدل كلمة Frequency بكلمة التكرار.
- استبدل الخلايا E6:E2 بالخلايا C6:C2 حيث تصبح ألوان العيون مكان رموزها الرقمية، فيتحول شكل المستند كما في الشكل (٢٠):

شكل (٢٠)

ثانيًا: تمثيل بيانات ألوان العيون بالقطاعات الدائرية:

- حدد العمودين E وF من الخلية E1 إلى الخلية F6.
- اخترمن القائمة إدراج ← دائري، كما في الشكل (٢١).

شكل (٢١)

- ضع مؤشر الفأرة على التمثيل الدائري واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر قائمة الاختيار، اختر تحديد البيانات، فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٢٢):

شكل (٢٢)

- اضغط على موافق لتحديد مصدر البيانات وتطابقها.

شكل (٢٣)

- اضغط بالفأرة على التمثيل الدائري لتحديده، ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٢٤). اختر إضافة تسميات بيانات.

٢

D	C	Formula Bar	A	
التكرار	عدد السنوات في الأسرة	عدد السنوات في الأسرة		
4	1	1	1	1
5	2	2	6	2
7	3	3	2	3
7	4	4	3	4
4	5	5	4	5
3	6	6	5	6
0	More		2	7
			3	8
			4	9
			4	10
			6	11
			5	12
			1	13
			4	14
			3	15
			4	16
			3	17
			2	18
			5	19
			4	20
			3	21
			6	22
			3	23
			1	24
			3	25
			4	26
			2	27
			2	28
			1	29
			5	30

مثال (٤)

يمثّل الجدول التالي معدل إنتاج النفط اليومي في الكويت من العام ٢٠٠١ إلى العام ٢٠١١ بملايين براميل النفط.

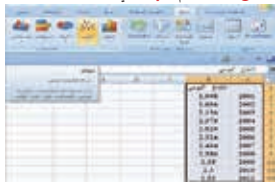
السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
إنتاج النفط بملايين البراميل يوميًا	١,٩٩٨	١,٨٩٤	٢,١٣٦	٢,٣٧٦	٢,٥٢٩	٢,٥٢٤	٢,٤٦٤	٢,٥٨٦	٢,٣٥	٢,٣	٢,٥٣

مثّل هذه البيانات الزمنية بالخط المنكسر مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

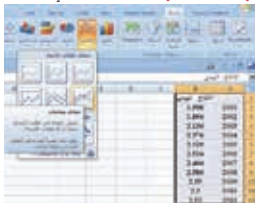
الحل:

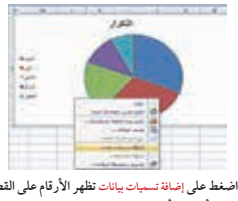
- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- أدخل في العمود A السنوات من الخلية A2 إلى الخلية A12، علمًا أنه لا يوجد عنوان لهذا العمود.
- عنون العمود B «الإنتاج اليومي» في الخلية B1.
  ثم أدخل بيانات الإنتاج اليومي من الخلية B2 إلى الخلية B12.
- حدد بالفأرة العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B12.
- اختر إدراج من القائمة ثم خطي كما في الشكل (٢٩).

شكل (٢٨)


شكل (٢٩)

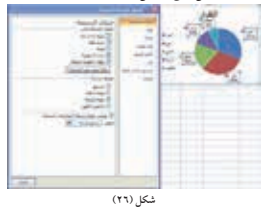
- بعد الضغط على خطي تظهر نافذة معنونة خطي ثنائي الأبعاد، اختر خطي بعلامات كما هو مبين في الشكل (٣٠):

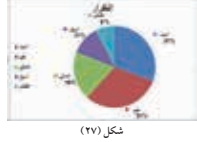

شكل (٣٠)


شكل (٢٤)

- اضغط على إضافة تسميات بيانات تظهر الأرقام على القطاعات الدائرية. تحددها بالضغط عليها بالفأرة ثم بالضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر القائمة التالية. اختر تنسيق تسميات البيانات فتحصل على الشكل (٢٦).

شكل (٢٥)


شكل (٢٦)


شكل (٢٧)

- في قائمة خيارات التسمية اضغط على اسم الفئة، النسبة المئوية، إظهار الخطوط السابقة.
- في موضع التسمية اضغط على نهاية خارجية.
- اضغط على تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية ومن ثم على إغلاق فيظهر التمثيل البياني الدائري النهائي، شكل (٢٧).

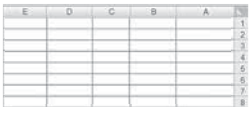
حاول أن تحل

٣ تم تصنيف نتائج ٤٠ طالبًا في الصفوف A، B، C، D، F في إحدى الجامعات كما ورد في الجدول التالي:

C	A	F	D	B	C	B	A	B	A
F	D	B	C	A	B	F	B	C	D
B	A	B	F	D	A	D	B	A	B
B	C	A	B	B	C	B	D	C	F

أ) اصنع جدولًا تكراريًا مفردًا لهذه البيانات مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

ب) مثّل هذه البيانات تمثيلًا بيانيًا دائريًا مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.



(٢) في إحدى شركات سيارات الأجرة، تم تدوين المسافات المقطوعة بالكيلومتر من قبل ٢٨ سائقًا وذلك لمدة شهر، فكان المعدل اليومي كما هو مبيّن في الجدول التالي:

٢٥٠	٣٨٦	٢٣٨	٣٠٥	٣٢٩	٥٢٣	٤٦٤
٢٩٨	٥٦٠	٤٣٥	٢٩٨	٤٣٧	٤١٣	٣٦٩
٣٥٠	١٥٦	٣٧٩	٣٨٤	٣٧٨	١٩٥	٥٦٧
٤٠٣	١٩٩	٤٦٤	٥٣٢	٤٦٧	٢٦٥	٣٥٧

(أ) كوّن جدولًا تكراريًا ذا فئات (تبدأ بـ ١٧٦ ويكون طول الفترة ٤٩) باستخدام الحاسوب.

(ب) ارسم المدرج التكراري لهذه البيانات.

عدد السيارات في الأسرة الواحدة	التكرار
١	٤
٢	٥
٣	٧
٤	٧
٥	٤
٦	٣

٣ (أ)

	A	B	C	D	E	F
1	أصناف النتائج			أصناف النتائج	أصناف النتائج	Frequency
2	A	1	A	1	1	8
3	D	4	B	2	2	14
4	B	2	C	3	3	7
5	F	5	D	4	4	6
6	B	2	F	5	5	5
7	C	3			More	0
8	A	1				
9	C	3				
10	A	1				
11	B	2				
12	B	2				

• بعد الضغط على خطي بعلامات يظهر التمثيل البياني بالخط المنكسر. حدده بالضغط على الفأرة واختر تنسيق من القائمة واضغط على تعبئة الشكل لتحديد لون خلفية التمثيل البياني كما هو مبين في الشكل (٣١). اختر اللون بواسطة الفأرة واضغط عليه لتغيير لون خلفية التمثيل البياني.

شكل (٣١)

• حدد التمثيل البياني واضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة الاختيار كما هو مبين في الشكل (٣٢). اختر تحديد البيانات.

شكل (٣٢)

• وعند الضغط على تحديد البيانات تظهر نافذة تحديد مصدر البيانات كما في الشكل (٣٣) اضغط على موافق لتحديد مصدر كل تلك البيانات.

شكل (٣٣)

• حدد بواسطة الفأرة إحدى النقاط ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة كما في الشكل (٣٤) اختر إضافة تسميات بيانات.

شكل (٣٤)

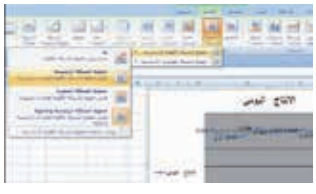
• اضغط على إضافة تسميات بيانات تظهر التسميات، من ثم حدد القيم من خلال الضغط على إحداها بواسطة الفأرة واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٣٥). اختر تنسيق تسميات البيانات.

شكل (٣٥)

• تظهر النافذة الموضحة في الشكل (٣٦)، اضغط على قيمة ثم اضغط في موضع التسمية على يسار ثم إغلاق.

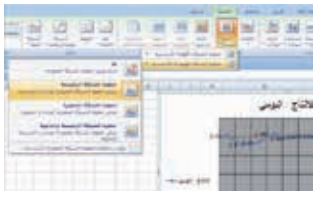
شكل (٣٦)

• لتحديد التخطيط العمودي والأفقي في التمثيل البياني، اختر من القائمة تخطيط ومن ثم خطوط الشبكة. اضغط بواسطة الفأرة على خطوط الشبكة الأفقية الأساسية. اختر خطوط الشبكة الرئيسية، فتحصل على الشكل (٣٧).



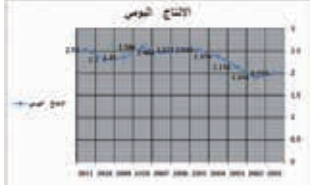
شكل (٣٧)

• اختر بواسطة الفأرة خطوط الشبكة العمودية الأساسية، اضغط على خطوط الشبكة الرئيسية فتحصل على الشكل (٣٨).



شكل (٣٨)

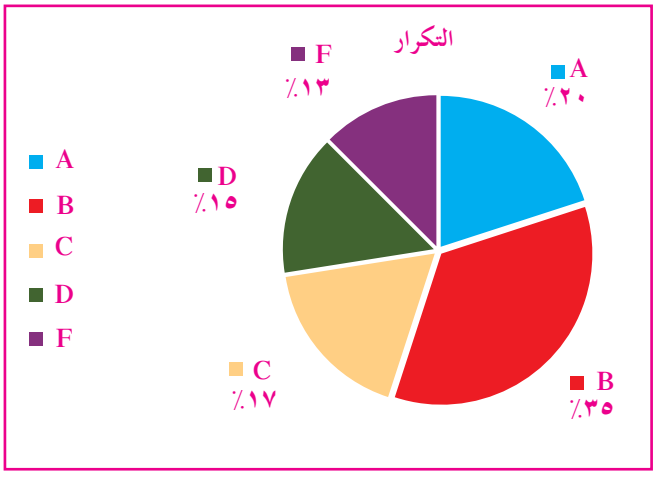
• الشكل (٣٩) يوضح الشكل النهائي الذي ستحصل عليه:



شكل (٣٩)

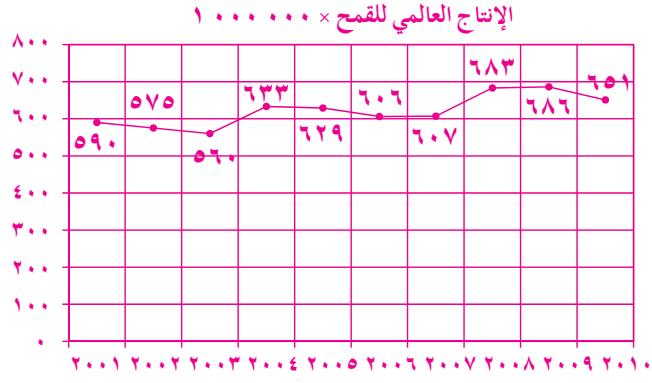
	A	B	C	D	E	F
1	أصناف النتائج			أصناف النتائج	أصناف النتائج	التكرار
2	A	1	A	1	A	8
3	D	4	B	2	B	14
4	B	2	C	3	C	7
5	F	5	D	4	D	6
6	B	2	F	5	F	5

(ب)



٤

	A	B
1		الإنتاج العلمي للقمح 1000000x
2	2001	590
3	2002	575
4	2003	560
5	2004	633
6	2005	629
7	2006	606
8	2007	607
9	2008	683
10	2009	686



حاول أن تحل

يبين الجدول التالي معدلات إنتاج القمح في العالم خلال آخر عشر سنوات بملايين الأطنان وهي على الشكل التالي:

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
إنتاج عالمي للقمح بملايين الأطنان	٥٩٠	٥٧٥	٥٦٠	٦٣٣	٦٢٩	٦٠٦	٦٠٧	٦٨٣	٦٨٦	٦٥١

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

تمثيل البيانات الكمية باستخدام المدرج التكراري Frequency Histogram

مثال (٥)

الجدول التالي يمثل أطوال مجموعة من ٢٤ طالبًا في إحدى المدارس. كون جدولًا تكراريًا ذا فئات وارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

١٦١	١٥٩	١٥٦	١٦٦	١٦٧	١٩٢	١٧٤	١٦٦
١٦٤	١٦٥	١٨٢	١٦٢	١٧٥	١٧١	١٧٩	١٧٨
١٧٩	١٧٦	١٧٣	١٨٥	١٧٢	١٧٨	١٨٢	١٨٠

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «أطوال الطلاب» في الخلية A1.
ثم أدخل أطوال الطلاب من الخلية A2 إلى الخلية A11.
- عنون العمود B «فئات الطول» في الخلية B1.
وأدخل فئات توزيع أطوال الطلاب (١٥٥ – ١٥٩)، (١٦٠ – ١٦٤)،... (١٩٠ – ١٩٤) ابتداء من الخلية B2.
- عنون العمود C «الأطوال» في الخلية C1.
وأدخل الحدود العليا للفئات ١٥٩ – ١٦٤ – ١٦٩ – ١٧٤ – ١٧٩ – ١٨٤ – ١٨٩ – ١٩٤ ابتداء من الخلية C1. شكل (٤٠)

	A	B	C
1	أطوال الطلاب	فئات الطول	الأطوال
2	161	155-159	159
3	164	160-164	164
4	179	165-169	169
5	159	170-174	174
6	165	175-179	179
7	176	180-184	184
8	156	185-189	189
9	182	190-194	194
10	173		
11	166		

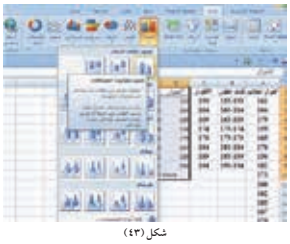
شكل (٤٠)

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة Data Analysis، اختر Histogram ثم اضغط على OK، شكل (٤١).

شكل (٤١)

- فتظهر النافذة المعنونة Histogram. تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل Input Range وبالتالي حدد بالفأرة العمود A من الخلية A7 إلى الخلية A25.
- اضغط على مفتاح Tab فينتقل المؤشر إلى خانة Bin Range. حدد بالفأرة العمود C من الخلية C1 إلى الخلية C9 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على كلمة Labels، ثم على كلمة Output Range فتنتقل إلى المربع Output Range. حدد بالفأرة على الخلية D1 .
- اضغط بالفأرة على كلمة Chart Output. شكل (٤٢)
- اضغط على OK ومن ثم اختر من القائمة إدراج ومن ثم عمود.
- اضغط على عمود ثنائي الأبعاد فنحصل على الشكل (٤٣) ثم (٤٤).

شكل (٤٢)

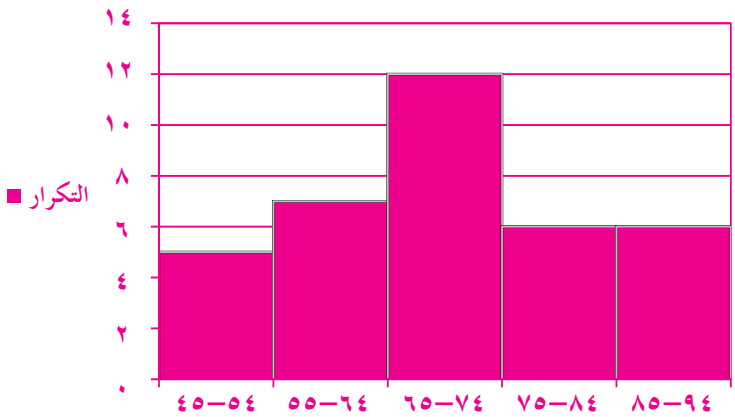


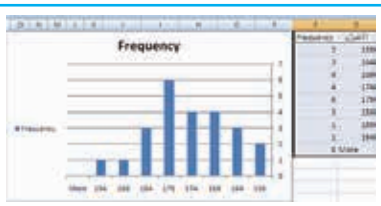
شكل (٤٣)

٥ الجدول التكراري

	A	B	C	D	E
1	أوزان الطلاب	فئات الوزن	الأوزان	فئات الوزن	التكرار
2	50	45-54	54	45-54	5
3	85	55-64	64	55-64	7
4	54	65-74	74	65-74	12
5	73	75-84	84	75-84	6
6	47	85-94	94	85-94	6

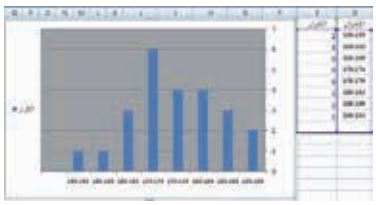
المدرج التكراري





شكل (٤٤)

- استبدل كلمة Frequency بكلمة التكرار.
- استبدل الخلايا D2:D9 بالخلايا B2:B9.
- احذف الخليتين D9 و E10 واحذف كلمة Frequency الموجودة في أعلى الرسم وكلمة Frequency الموجودة إلى يسار الرسم فتحصل على النتائج كما في الشكل (٤٥):

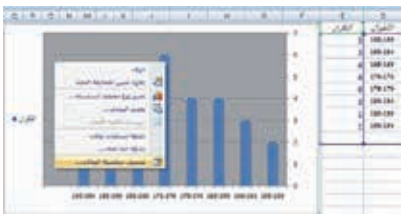


شكل (٤٥)

- اضغط بواسطة الفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها ومن ثم بواسطة الزر الأيمن للفأرة واختر تنسيق سلسلة البيانات من القائمة. كما هو مبين في الشكل (٤٦):

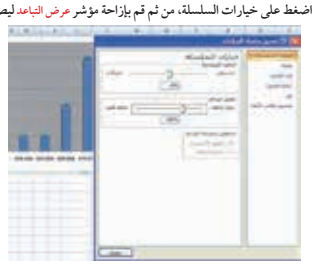
شكل (٤٦)

حدد الأعمدة واختر تنسيق سلسلة البيانات.



شكل (٤٧)

اضغط على تنسيق سلسلة البيانات بواسطة الفأرة، الشكل (٤٧) فتحصل على النافذة التالية: تنسيق سلسلة البيانات. اضغط على خيارات السلسلة، من ثم قم بإزاحة مؤشر عرض التباعد ليصبح ٠٪ واضغط على إغلاق، الشكل (٤٨).



شكل (٤٨)

فتحصل في النهاية على الصورة النهائية للمدرج التكراري كما في الشكل (٤٩).

شكل (٤٩)

حاول أن تحل

٥ يمثل الجدول التالي بيانات أوزان ٣٦ طالبًا في الصف الحادي عشر أدبي في إحدى المدارس الخاصة المختلطة:

٥٠	٤٧	٦٠	٦٥	٧٢	٥٣	٨٣	٧٤	٨٥
٨٥	٦٦	٤٩	٥٨	٦٣	٩٢	٦٥	٦٨	٧٦
٥٤	٨٦	٧١	٨٩	٥٥	٨٧	٧٨	٦٢	٥٨
٧٣	٦٤	٨٢	٦٨	٦٧	٧٠	٦٧	٧٥	٨٠

كون جدولًا تكراريًا ذا فئات ومن ثم ارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًا على الحاسوب.

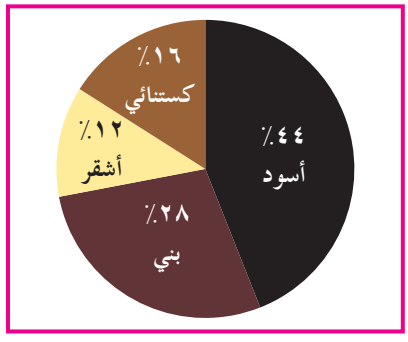
المرشد لحل المسائل

إجابة «مسألة إضافية»

(أ)

لون الشعر	أسود	بني	كستنائي	أشقر
علامات التكرار	//// ///	/// //	////	///
التكرار النسبي	١١/٢٥	٧/٢٥	٤/٢٥	٣/٢٥
النسبة المئوية للتكرار	٪٤٤	٪٢٨	٪١٦	٪١٢

(ب)



التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية.

$\frac{٩}{١٠٠} \times ٣٦٠° = \frac{١٢٦°}{٥} = ٣٢,٤°$

$\frac{٣١}{١٠٠} \times ٣٦٠° = \frac{٥٥٨°}{٥} = ١١١,٦°$

$\frac{٢٧}{٥٠} \times ٣٦٠° = \frac{٩٧٢°}{٥} = ١٩٤,٤°$

$\frac{٣}{٥٠} \times ٣٦٠° = \frac{١٠٨°}{٥} = ٢١,٦°$

مسألة إضافية

في إحصاء لألوان شعر الرأس عند ٢٥ طالبًا، تبين ما يلي:

أسود، بني، أسود، كستنائي، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، أشقر، كستنائي، بني، أسود، بني، كستنائي، أسود، أسود، بني، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، كستنائي، بني.

١ كون جدولًا تبين عليه علامات التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

٢ مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

المرشد لحل المسائل

يبين الجدول التالي المدة الزمنية بالساعات لعمر ٥٠٠ مصباح كهربائي.

العمر (بالساعات)	-٣٠٠	-٥٠٠	-٧٠٠	-٩٠٠
التكرار	٤٥	١٥٥	٢٧٠	٣٠

١ أكمل هذا الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل والتكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.

٢ مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري.

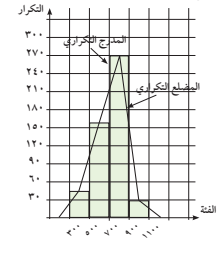
٣ مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

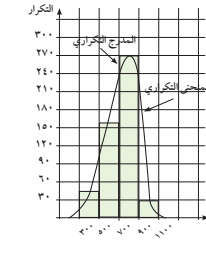
الحل:

١

العمر (بالساعات)	-٣٠٠	-٥٠٠	-٧٠٠	-٩٠٠
التكرار	٤٥	١٥٥	٢٧٠	٣٠
التكرار المتجمع الصاعد	٤٥	٢٠٠	٤٧٠	٥٠٠
التكرار المتجمع النازل	٥٠٠	٤٥٥	٣٠٠	٣٠
التكرار النسبي	$\frac{٤٥}{٥٠٠} = \frac{٩}{١٠٠}$	$\frac{١٥٥}{٥٠٠} = \frac{٣١}{١٠٠}$	$\frac{٢٧٠}{٥٠٠} = \frac{٢٧}{٥٠}$	$\frac{٣٠}{٥٠٠} = \frac{٣}{٥٠}$
النسبة المئوية للتكرار	٪٩	٪٣١	٪٥٤	٪٦

٢ التمثيل بالمدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري.





مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة

ملخص

- تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات.
- التكرار النسبي هو كسر يمثل ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات القيم.
- النسبة المئوية لكل تكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠.
- كل قطاع دائري له زاوية مركزية قياسها يساوي النسبة المئوية للتكرار × ٣٦٠°.
- يستخدم المدرج التكراري في تمثيل الفئات من بيانات.
- لرسم المنحنى التكراري نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحنى التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة ثانية بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا.
- الخط المنكسر يربط نقاطًا بعضها مع بعض بواسطة قطع مستقيمة، وإحداثيات هذه النقاط تمثل متغيرين في البيانات.

جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210
36	41484	58832	43633	92072	54522	60783	05639	78371	20340	90174	90549	60250	80858	97632
37	65736	34031	37846	47294	50168	96397	50329	17390	04554	96190	02594	44229	24198	03064
38	16118	88260	28975	20036	77353	96179	08143	29222	57871	01292	52420	07130	11896	94088
39	62064	36947	31193	72328	10262	75428	50450	31620	17855	27018	75910	60965	39988	73389
40	23472	61332	48829	99113	90538	74066	38628	09270	72856	71411	78860	50745	42966	27424
41	05654	41781	99888	60787	56313	83221	82631	91989	32577	68175	24897	23456	16419	41727
42	83428	17512	78322	01942	42061	60659	32746	95367	20551	99885	79334	03732	97058	80356
43	65126	87369	56266	48697	33094	07522	92724	05676	91022	64262	24239	60242	01049	42945
44	28042	84729	34846	05880	34188	27048	30623	23204	05034	93136	19192	91674	47022	48523
45	53148	70847	48117	16103	83773	13224	76143	39148	06742	08298	52014	61711	79466	78334

تابع جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
46	13560	38973	76536	54464	57626	10247	67051	83850	93002	30930	83842	09990	39203	85693
47	74560	04842	75720	98173	35124	18019	70681	73624	86300	76894	55504	20022	27144	03239
48	27449	10887	55047	76702	62587	20131	63452	96127	15802	65271	74663	37237	95812	19427
49	44413	47571	63342	67062	19900	42511	71024	44364	02775	41081	33177	09580	71047	33820
50	64512	50481	41107	21553	86471	16380	45959	16065	75195	31120	33822	43200	82566	43078
51	00095	29635	33618	55201	12075	97285	80296	92250	92579	69296	68423	91353	35553	77036
52	09638	68500	84152	55279	29481	48723	87785	06304	53198	79425	41344	87395	54720	72911
53	08589	28972	20500	26761	61852	87387	17967	50345	20479	37841	16337	88163	38585	02798
54	54883	36854	75468	31821	08464	13393	24322	56872	39507	16845	92039	13209	47035	57686
55	15444	18858	69256	81949	85766	20284	15914	76382	25665	84484	36409	87271	14949	12069
56	71565	25235	48604	04697	60513	89675	34337	06619	67509	03365	67431	43725	60359	33823
57	92871	06972	97272	98081	58945	98039	47815	55173	93203	03385	58309	47970	27985	73782
58	68849	33525	22034	44200	90628	39212	75363	00247	96303	51838	99956	34321	85809	87275
59	98827	81751	86350	27162	56861	00566	32360	52560	05152	97370	29229	98503	44100	59854
60	66803	20412	23097	36884	14158	51578	82839	04323	01877	91180	22403	31175	67942	14508
61	41516	62122	37492	78385	08100	01107	49028	80607	92813	75169	25796	12643	75026	04170
62	12162	72695	70213	28844	94220	04677	63128	96254	60006	42148	63974	24739	46064	93416
63	13274	51517	40925	25926	47062	06867	80018	43394	68316	19197	74832	95805	26126	29623
64	52918	26336	17452	70092	22425	68294	14624	12683	60030	18091	76824	45533	29768	59678
65	30361	58894	77995	22650	20266	21791	25773	37748	38058	73835	57440	33610	24749	56691
66	46377	07121	20251	41301	07635	66029	80470	25523	16429	40640	40041	79302	98712	95368
67	27423	28968	39623	90457	26780	14540	15082	90327	56459	77107	60727	26328	59556	93557
68	73886	44934	65197	86001	51613	92940	24998	35378	35732	05469	05791	07309	23107	37543
69	70336	30279	09961	58625	11044	73699	32481	85490	58333	12277	98355	86413	87883	23945
70	97903	34498	31282	11249	13179	41489	87962	89071	61922	02704	83626	67269	26568	09110
71	86205	97851	61543	40666	78098	05621	86072	21202	84985	65253	09306	56791	86227	73343
72	70718	31353	96295	21718	03495	83149	48733	21496	68430	91459	18409	86552	53261	30280
73	79073	05288	57087	27201	29661	08888	42984	96272	93656	50805	32057	36231	03532	64408
74	37479	85240	68508	36333	90080	46063	78129	96854	65844	71369	15432	66145	29223	87139
75	56009	81470	06181	98341	92406	61704	57770	28984	92858	88178	80042	83674	23736	64497
76	97012	75201	16764	31720	59414	81005	63959	15445	12347	71939	23651	29846	20962	77463
77	89839	94534	78223	94989	54376	61163	21914	19430	86856	38116	83201	10117	77879	04504
78	81048	37891	24924	18757	54550	54788	72430	24611	18643	55647	11806	78567	76679	58222
79	96743	96838	50696	57648	15325	72557	77193	50894	33206	44420	37986	84257	02031	65384
80	87649	00751	47483	48564	13103	20941	49793	68972	27994	75845	84616	37040	97110	95953
81	18173	87553	45854	18750	16506	57202	60428	61710	35887	19879	49893	04512	62556	63742
82	27613	72032	94334	38239	00395	05486	96365	01758	99314	41866	25760	74573	72169	25744
83	67517	04195	89100	21434	52923	90818	09206	19493	00233	62413	39127	76457	39419	35023
84	23574	88907	08133	85126	84643	94128	89259	18791	71035	84179	82500	92193	31383	34150
85	98721	90145	05695	14882	11827	56881	14143	68069	88481	08328	58607	81737	11660	96892
86	85556	83652	92934	55451	94792	45056	50732	83305	46303	37510	15539	52534	47250	75231
87	63282	48334	46961	05993	16605	63422	23375	44298	16226	10617	96722	42776	53376	94366
88	34033	36344	41107	77495	73985	79352	14844	44334	30781	16339	38031	28104	60054	05725
89	75567	31423	72507	48162	30150	44912	76250	12017	12136	47687	90279	67127	83889	87957
90	45101	69475	96924	76548	57756	14741	26052	42807	52824	61981	87866	35512	23771	43130

اختبار الوحدة الثالثة

أسئلة المقال

(١) جاءت أوزان ٥٠ طالبًا بالكيلوجرام كما يلي: ٧٠، ٧٢، ٦٥، ٦٣، ٧١، ٧٥، ٦٤، ٥٩، ٥٨، ٦٨، ٦٧، ٧٣، ٧٦، ٧٧، ٦٤، ٦٠، ٦٥، ٦٨، ٦٧، ٦٤، ٥٨، ٥٩، ٥٧، ٦٨، ٦٩، ٧١، ٧٢، ٧٩، ٧٠، ٦٩، ٥٥، ٥٦، ٥٨، ٦١، ٦٤، ٧٠، ٦٨، ٦٤، ٧١، ٧٢، ٥٩، ٥٨، ٥٧، ٦٤، ٦٦، ٦٧، ٦٩، ٧٠، ٦٥، ٦٦.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ٦ فئات متساوية الطول، فما طول كل فئة؟

(جـ) كوّن جدولًا تكراريًّا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

الفئة							المجموع
علامات التكرار							
التكرار							
التكرار النسبي							
النسبة المئوية للتكرار							

(٢) أرادت إدارة أحد الفنادق معرفة آراء النزلاء في نوعية الخدمة فجاءت النتائج كما يلي: جيد، ممتاز، جيد جدًّا، متوسط، مقبول، جيد جدًّا، ممتاز، جيد، مقبول، جيد جدًّا، جيد، متوسط، مقبول، جيد جدًّا، جيد، ممتاز، جيد جدًّا، جيد، جيد، مقبول.

(أ) كوّن جدولًا مبيّنًا: علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

التقييم							المجموع
علامات التكرار							
التكرار							
التكرار النسبي							
النسبة المئوية للتكرار							

(ب) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) في أحد أيام العمل خلال الأسبوع، أحصت إدارة أحد المجمعات التجارية الكبرى عدد الزوار الوافدين من الساعة التاسعة صباحًا إلى الساعة الحادية عشرة ليلًا. كما يبيّن الجدول التالي:

الفئة (بالساعات)	٩:٠٠-	١١:٠٠-	١٣:٠٠-	١٥:٠٠-	١٧:٠٠-	١٩:٠٠-	٢١:٠٠-
التكرار	٧٥	٩٤	١١٧	١٦٥	٣١٠	٢٥٤	١٤٥

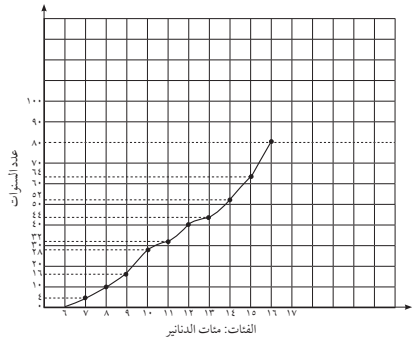
مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري – بالمنحنى التكراري – بالمضلع التكراري.

(٥) يبين الجدول التالي إنتاج زيت الوقود (ألف برميل/ يوم) في دولة ما.

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
الإنتاج (ألف برميل/ يوم)	١٥٠	٢٥٠	٢٠٠	٤٠٠	٣٥٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى هذا الإنتاج بعد سنة ٢٠١٠ م؟

*(٤) في نهاية أحد أيام العمل، كان توزيع السندات المصرفية بالدينار الكويتي التي أودعها الزبائن لدى أحد الموظفين في أحد المصارف موضحة بالمنحنى التكراري الصاعد التالي:



استخدم المنحنى البياني للتكرار المتجمع الصاعد لتكون جدولًا مبيّنًا: الفئات، التكرار، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع النازل.

الفئات										المجموع
التكرار										
أقل من الحد الأعلى للفئة										
التكرار المتجمع الصاعد										
الحد الأدنى للفئة فأكثر										
التكرار المتجمع النازل										

(٦) الجدول التالي يمثل الرواتب الشهرية (بالدينار) لكل فئات الموظفين في أحد المصانع.

٢٥٥	٣٧٤	١٦٢٣	٣٧٥	١٠٢٥	٢٢٥
٣٥٠	٤٥٨	١٣٩٠	٤٢٠	٩٦٠	٣٠٢
٤٤٥	١٢٥٠	١١٥٧	٤٦٥	٨٩٥	٣٧٩
٥٤٠	٦٢٦	٩٢٤	٥١٠	٨٣٠	٤٥٦
١٤٧٥	٧١٠	١٥٥٠	٥٥٥	٧٦٥	٥٣٣
١٠٨٥	٧٩٤	٤٥٨	٦٠٠	٧٠٠	٦١٠
٨٢٥	٨٧٨	٢٢٥	١٤٨٠	٦٣٥	٦٨٧
٩٢٠	٩٦٢	٣٦٧	٦٩٠	٥٧٠	٧٦٤
١٠١٥	١٠٤٦	٥٣٣	٧٣٥	٥٠٥	٨٤١
١١١٠	١١٣٠	٦٢٥	٧٨٠	٤٤٠	٩١٨

(أ) كوّن جدولًا تكراريًا ذا فئات بحيث (تبدأ بـ ٢٢٥ ويكون طول الفئة ١٤٩) باستخدام البرنامج الإحصائي، ومن ثم ارسم المدرج التكراري.

(ب) نصنع مجددًا جدولًا تكراريًّا آخر ذا فئات بحيث (تبدأ بـ ٢٢٥ ويكون طول الفئة ١٩٩) توازي فئات الرواتب فئات الوظائف كالتالي:

فئات الوظائف	فئات الرواتب
حراسة واستعلامات	٢٢٥ – ٤٢٤
عمال	٤٢٤ – ٦٢٣
تقنيون	٦٢٣ – ٨٢٢
إدارة ومحاسبة	٨٢٢ – ١٠٢١
رؤساء أقسام	١٠٢١ – ١٢٢٠
مهندسون	١٢٢٠ – ١٤١٩
مجلس إدارة	١٤١٩ – ١٦١٨

مثّل هذه البيانات بالأعمدة البيانية باستخدام برنامج إحصائي.

البنود الموضوعية

في البنود (١–٣) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) المدى للبيانات التالية: ١٢٥، ١٣٨، ١٤٧، ١٢٧، ١٢٥، ١٤٥، ١٤٦، ١١٨، ١٤٢، ١٣٣، ١٤٥، ١٣٨ هو ٢٩.

(أ) (ب)

(٢) في البيانات التالية: ١٠، ١٢، ١٣، ١٥، ١٢، ١٠، ١٧، ١٨، ١٢، ١٧، ١٢، ١٨، ١٥، ١٣، ١٢، ١٧، ١٠، ١٨، ١٢، ١٣، التكرار النسبي للعدد ١٢ هو ٠,٢٥.

(أ) (ب)

(٣) إذا كان الجدول التالي يبين النسبة المئوية لتكرار القيم: ١٠، ١٢، ١٤، ١٦

القيمة	١٠	١٢	١٤	١٦	المجموع
النسبة المئوية لتكرار القيم	١٥٪	ك٪	١٥٪	٤٠٪	١٠٠٪

فإن ك = ٣٠٪

(أ) (ب)

تمارين إثرائية

(١) في إحدى المؤسسات توزعت رواتب العاملين الشهرية بالدينار الكويتي كما يلي: ٤٥٠، ٤٧٥، ٤٨٠، ٥١٠، ٥٢٥، ٥٤٠، ٥٧٥، ٦٠٠، ٤٦٠، ٤٧٠، ٤٨٥، ٦٢٥، ٦٢٠، ٥٩٠، ٤٦٥، ٤٩٠، ٤٦٥، ٤٥٥، ٥١٥، ٥٠٠، ٥٢٠، ٤٥٥، ٤٨٥، ٤٩٥، ٥٣٠، ٥٣٥، ٥٧٥، ٥٥٠، ٥٥٥، ٥٦٥، ٦٠٥، ٦١٥، ٤٩٠، ٤٧٠، ٤٨٠، ٤٨٥، ٤٧٥، ٤٩٥، ٥٠٥، ٥٣٠، ٥٣٥، ٥٤٠، ٥٤٥، ٥٥٠، ٥٦٠، ٥٦٥، ٥٧٠، ٦٠٥، ٦١٠، ٦٢٠.

(أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

(ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى فئات متساوية الطول على أن يكون طول كل فئة ٢٥ دينارًا، فما هو عددها؟

(جـ) كوّن جدولًا مبيّنًا: الفئات، علامات التكرار، التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار، مركز الفئة.

(د) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرة – المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري.

في البنود (٤–٨) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل الدائرة التي تدل على الاختيار الصحيح.

(٤) الجدول التالي يبين عدد الطلاب الذين يفضلون المواد الأدبية التالية:

نوع المادة	اللغة العربية	اللغة الأجنبية	علوم الاجتماع
عدد الطلاب	١٥	١٧	١٢

التكرار النسبي لمادة علوم الاجتماع هو:

(أ) $\frac{١٢}{٤٠}$ (ب) ٠,٢٥ (جـ) $\frac{١٥}{٤٤}$ (د) $\frac{٣}{١١}$

(٥) في البيانات التالية: ١١٥، ١١٧، ١٣٢، ١٣٢، ١١٧، ١٢٣، ١١٧، ١١٥، ١٢٣، ١٣٢، ١١٧، ١٢٣، ١٢٣، ١١٥، ١١٧، ١٣٢، النسبة المئوية للعدد ١١٧ هي:

(أ) ٢٥٪ (ب) ٠,٣١٢٥٪ (جـ) ٣١,٢٥٪ (د) ٠,٢٥٪

(٦) الجدول التالي يبين عدد الطلاب الذين يمارسون ألعاب رياضية متنوعة:

الرياضة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	كرة مضرب
عدد الطلاب	١٢	٨	٦	١

إذا تم تمثيل هذه البيانات بقطاعات دائرية فإن قياس الزاوية الممثلة لقطاع كرة الطائرة هو:

(أ) ٩٠° (ب) ١١٠° (جـ) ٢٠° (د) ٨٠°

* (٧) في الجدول التالي:

القيمة	٢	٣	٤	٥	المجموع
التكرار	٦	أ	٥	ب	س
التكرار النسبي	٠,٣	جـ	٠,٢٥	٠,٢	١

(أ) أ = ٥ ، ب = ٤ ، جـ = ٠,٢ ، س = ٢٠ (ب) أ = ٥ ، ب = ٤ ، جـ = ٠,٢٥ ، س = ٢٠

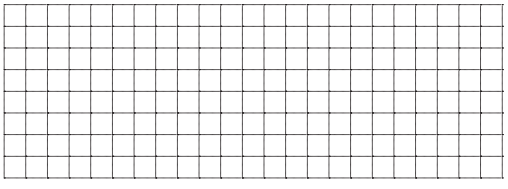
(جـ) أ = ٥ ، ب = ٢ ، جـ = ٠,٢٥ ، س = ١٨ (د) أ = ٤ ، ب = ٤ ، جـ = ٠,٢٥ ، س = ١٩

* (٨) في الجدول التالي:

الفئة	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	المجموع
التكرار	٧	٣	ك	ب	٢٠
التكرار المتجمع الصاعد	٧	س	١٦	ص	

(أ) ك = ٨ ، س = ١٠ ، ب = ٢ ، ص = ٢٠ (ب) س = ١٠ ، ب = ٢٠ ، ص = ٢٠ ، ك = ٦

(جـ) س = ١٠ ، ب = ٤ ، ص = ٢٠ ، ك = ٦ (د) ب = ٤ ، ص = ٢٠ ، س = ٣ ، ك = ١٦



(٢) أرادت إحدى المؤسسات دراسة الأيام المناسبة عند السيدات للتسوق في المجمعات التجارية، فكانت النتائج كما يلي: السبت، السبت، الأحد، الاثنين، السبت، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، السبت، الأحد، الجمعة، الأحد، الاثنين، الأربعاء، السبت، الخميس، الثلاثاء، الأحد، السبت، السبت، الأربعاء، الجمعة، السبت، السبت، الأحد.

(أ) كوّن جدولًا يبيّن: علامات التكرار، التكرار، النسبة المئوية للتكرار.

اليوم								المجموع
علامات التكرار								
التكرار								
النسبة المئوية للتكرار								

(ب) مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

(٣) قامت إحدى شركات إنتاج البطاريات بدراسة ١٢٥ وحدة لمعرفة المدة بالساعات لعمل هذا النوع من البطاريات التي تنتج طاقة كهربائية.

الجدول التالي يبيّن هذه النتائج:

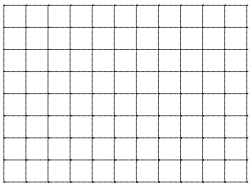
الفئة	٥٥٠–	٦٠٠–	٦٥٠–	٧٠٠–	٧٥٠–	٨٠٠–	٨٥٠–	٩٠٠–
التكرار	٦	٨	٢٠	٤٠	٤٥	٣	٢	١

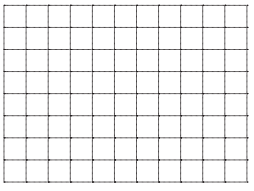
(أ) أكمل الجدول مبيّنًا: التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

الفئة	٥٥٠–	٦٠٠–	٦٥٠–	٧٠٠–	٧٥٠–	٨٠٠–	٨٥٠–	٩٠٠–
التكرار	٦	٨	٢٠	٤٠	٤٥	٣	٢	١
أقل من الحد الأعلى للفئة								
التكرار المتجمع الصاعد								
الحد الأدنى للفئة فأكثر								
التكرار المتجمع النازل								

(ب) مثّل هذه البيانات بالمنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل.

(جـ) مثّل هذه البيانات بالمضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل.





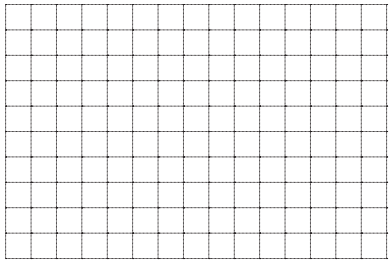
(٤) يبيّن الجدول التالي بيانات تقديرية لكمية الغاز الطبيعي المسوق (مليار متر مكعب) من قبل دولة ما .

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
الكمية (مليار متر مكعب)	٥	٧	٦	٨	٩

جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210
36	41484	58832	43633	92072	54522	60783	05639	78371	20340	90174	90549	60250	80858	97632
37	65736	34031	37846	47294	50168	96397	50329	17390	04554	96190	02594	44229	24198	03064
38	16118	88260	28975	20036	77353	96179	08143	29222	57871	01292	52420	07130	11896	94088
39	62064	36947	31193	72328	10262	75428	50450	31620	17855	27018	75910	60965	39988	73389
40	23472	61332	48829	99113	90538	74066	38628	09270	72856	71411	78860	50745	42966	27424
41	05654	41781	99888	60787	56313	83221	82631	91989	32577	68175	24897	23456	16419	41727
42	83428	17512	78322	01942	42061	60659	32746	95367	20551	99885	79334	03732	97058	80356
43	65126	87369	56266	48697	33094	07522	92724	05676	91022	64262	24239	60242	01049	42945
44	28042	84729	34846	05880	34188	27048	30623	23204	05034	93136	19192	91674	47022	48523
45	53148	70847	48117	16103	83773	13224	76143	39148	06742	08298	52014	61711	79466	78334

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع بالنسبة إلى تسويق هذه المادة من قبل هذه الدولة بعد العام ٢٠١٠م؟



(٥) يتضمن الجدول التالي بيانات الإنتاج العالمي للذهب بالأطنان من العام ٢٠٠٥م إلى العام ٢٠١١م.

السنة	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
الإنتاج بالطن	٢٥١٨	٢٤٦٩	٢٤٤٤	٢٣٥٦	٢٥٧٢	٢٥٦٠	٢٦٧٥

استخدم برنامجًا إحصائيًا لتمثيل البيانات في الجدول التالي بطريقتين:

(أ) الخط المنكسر. (ب) الأعمدة البيانية.

تابع جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
46	13560	38973	76536	54464	57626	10247	67051	83850	93002	30930	83842	09990	39203	85693
47	74560	04842	75720	98173	35124	18019	70681	73624	86300	76894	55504	20022	27144	03239
48	27449	10887	55047	76702	62587	20131	63452	96127	15802	65271	74663	37237	95812	19427
49	44413	47571	63342	67062	19900	42511	71024	44364	02775	41081	33177	09580	71047	33820
50	64512	50481	41107	21553	86471	16380	45959	16065	75195	31120	33822	43200	82566	43078
51	00095	29635	33618	55201	12075	97285	80296	92250	92579	69296	68423	91353	35553	77036
52	09638	68500	84152	55279	29481	48723	87785	06304	53198	79425	41344	87395	54720	72911
53	08589	28972	20500	26761	61852	87387	17967	50345	20479	37841	16337	88163	38585	02798
54	54883	36854	75468	31821	08464	13393	24322	56872	39507	16845	92039	13209	47035	57686
55	15444	18858	69256	81949	85766	20284	15914	76382	25665	84484	36409	87271	14949	12069
56	71565	25235	48604	04697	60513	89675	34337	06619	67509	03365	67431	43725	60359	33823
57	92871	06972	97272	98081	58945	98039	47815	55173	93203	03385	58309	47970	27985	73782
58	68849	33525	22034	44200	90628	39212	75363	00247	96303	51838	99956	34321	85809	87275
59	98827	81751	86350	27162	56861	00566	32360	52560	05152	97370	29229	98503	44100	59854
60	66803	20412	23097	36884	14158	51578	82839	04323	01877	91180	22403	31175	67942	14508
61	41516	62122	37492	78385	08100	01107	49028	80607	92813	75169	25796	12643	75026	04170
62	12162	72695	70213	28844	94220	04677	63128	96254	60006	42148	63974	24739	46064	93416
63	13274	51517	40925	25926	47062	06867	80018	43394	68316	19197	74832	95805	26126	29623
64	52918	26336	17452	70092	22425	68294	14624	12683	60030	18091	76824	45533	29768	59678
65	30361	58894	77995	22650	20266	21791	25773	37748	38058	73835	57440	33610	24749	56691
66	46377	07121	20251	41301	07635	66029	80470	25523	16429	40640	40041	79302	98712	95368
67	27423	28968	39623	90457	26780	14540	15082	90327	56459	77107	60727	26328	59556	93557
68	73886	44934	65197	86001	51613	92940	24998	35378	35732	05469	05791	07309	23107	37543
69	70336	30279	09961	58625	11044	73699	32481	85490	58333	12277	98355	86413	87883	23945
70	97903	34498	31282	11249	13179	41489	87962	89071	61922	02704	83626	67269	26568	09110
71	86205	97851	61543	40666	78098	05621	86072	21202	84985	65253	09306	56791	86227	73343
72	70718	31353	96295	21718	03495	83149	48733	21496	68430	91459	18409	86552	53261	30280
73	79073	05288	57087	27201	29661	08888	42984	96272	93656	50805	32057	36231	03532	64408
74	37479	85240	68508	36333	90080	46063	78129	96854	65844	71369	15432	66145	29223	87139
75	56009	81470	06181	98341	92406	61704	57770	28984	92858	88178	80042	83674	23736	64497
76	97012	75201	16764	31720	59414	81005	63959	15445	12347	71939	23651	29846	20962	77463
77	89839	94534	78223	94989	54376	61163	21914	19430	86856	38116	83201	10117	77879	04504
78	81048	37891	24924	18757	54550	54788	72430	24611	18643	55647	11806	78567	76679	58222
79	96743	96838	50696	57648	15325	72557	77193	50894	33206	44420	37986	84257	02031	65384
80	87649	00751	47483	48564	13103	20941	49793	68972	27994	75845	84616	37040	97110	95953
81	18173	87553	45854	18750	16506	57202	60428	61710	35887	19879	49893	04512	62556	63742
82	27613	72032	94334	38239	00395	05486	96365	01758	99314	41866	25760	74573	72169	25744
83	67517	04195	89100	21434	52923	90818	09206	19493	00233	62413	39127	76457	39419	35023
84	23574	88907	08133	85126	84643	94128	89259	18791	71035	84179	82500	92193	31383	34150
85	98721	90145	05695	14882	11827	56881	14143	68069	88481	08328	58607	81737	11660	96892
86	85556	83652	92934	55451	94792	45056	50732	83305	46303	37510	15539	52534	47250	75231
87	63282	48334	46961	05993	16605	63422	23375	44298	16226	10617	96722	42776	53376	94366
88	34033	36344	41107	77495	73985	79352	14844	44334	30781	16339	38031	28104	60054	05725
89	75567	31423	72507	48162	30150	44912	76250	12017	12136	47687	90279	67127	83889	87957
90	45101	69475	96924	76548	57756	14741	26052	42807	52824	61981	87866	35512	23771	43130

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) $-٩، ٩$ (ب) لا يوجد (جـ) $-١,٥، ١,٥$

(د) $-١، ١$ (هـ) $-٨، ٨$ (و) $-\frac{٦}{٥}، \frac{٦}{٥}$

(ز) $-١٠٠، ١٠٠$ (حـ) $-\frac{٣}{٤}، \frac{٣}{٤}$ (ط) $-٤٩، ٤٩$

(٢) (أ) ٢ (ب) ٠ (جـ) ٤

(د) -١٠ (هـ) ٠,٣ (و) $\frac{٥}{٦}$

(ز) $٣ \times ٧ = ٢١$ (حـ) $-\frac{١}{٨}$ (ط) ٠,٦-

(٣) (أ) $|٣س|$ (ب) $٢|س^{٣}|$ (جـ) $٤س^{٢}$

(د) $٩,٠س^{٨}$ (هـ) $س^{٤}|ص^{٧}|$ (و) $\frac{س\,ص^{٢}}{٥}\sqrt{ص}$

(ز) $٤س^{٢}ص^{٤}\sqrt{ص}$

(٤) (أ) $٨\sqrt[٥]{}$ (ب) $٥ - ٢\sqrt[٦]{}$ (جـ) ٠

(د) $١٠ + ٢\sqrt[٢]{٢}$ (هـ) $٦١ + ٢٨\sqrt[٣]{}$ (و) ٢

(ز) $٥\sqrt[٣]{} - ٤\sqrt[٢]{}$ (حـ) $-٢\sqrt[٢]{٣}$ (ط) $١٢٢٥\sqrt[٣٠]{}$

(ي) $١٠٠\sqrt{س}$

(٥) (أ) $\frac{٧ - ٢\sqrt[١٠]{}}{٣}$ (ب) $\frac{٨ + ١٢\sqrt[٣]{}}{٢٣}$ (جـ) $٧\sqrt{}$

(د) $\frac{١٣ - ٧٥\sqrt{}}{٢}$ (هـ) $٢\sqrt{}$ (و) $-\frac{٢٣ + ١٣\sqrt[٣]{}}{٢}$

(٦) $-\frac{١١}{٤}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ) ٢٤ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ٢٧٠

(د) $\frac{٥}{٦}$ (هـ) ٢٥س

(٢) (أ) $-٢س$ (ب) ٥ (جـ) -٨ (د) ٤

(٣) (أ) $-٤ - ٥\sqrt{}$ (ب) $٢\sqrt{٩}$ (جـ) ٦-

(د) $-\frac{١}{٢}$ (هـ) $\frac{٨ص^{٣}}{١٣س}$ (و) $\frac{٣ - ٢\sqrt{٢}}{٧}$

(٤) (أ) $٢\sqrt{٩٠}$ م (ب) ٦٤٨ مترًا مربعًا

(٥) (أ) $\frac{\sqrt[٢]{٧٦} - ١١}{٧}$ (ب) $\frac{٨}{٥}$ (جـ) $٣ + \sqrt[٢]{٧٥}$

(د) $\sqrt[٢]{٧٧} - ١١$ (هـ) $\frac{\sqrt[٧]{١٥} - ١}{٧}$

(٦) $\frac{\sqrt[٥]{٧} - ١}{٢}$

الأسس النسبية وخواصها — تمرّن ١-٢

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) -٢ (ب) ٣ (جـ) لا يوجد

(د) $\sqrt[٢]{٧^{٦}}$ (هـ) ١٠

(٢) (أ) $\sqrt[٣]{٧^{٢}}$ (ب) $\sqrt[٤]{٧}$ س (جـ) $\sqrt[٦]{١٧}$

(د) $\sqrt[٣]{٧^{٢}} = ٤$ (هـ) $\sqrt[٩]{٧}$ س^{٤} (و) $\sqrt{٧}$ س$^{٣} = (\sqrt{٧}$ س$)^{٣} =$ س $\sqrt{٧}$ س

(٣) (أ) ١٦ (ب) ٤ (جـ) ٣

(د) $\frac{١}{١٠٠٠}$ (هـ) ٦٤

(٤) (أ) $٣^{\frac{١}{٢}}$ (ب) س$^{\frac{٢}{٥}}$ (جـ) $٧^{\frac{١}{٢}}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ ص

(د) $٥^{\frac{١}{٣}}$ س$^{\frac{٢}{٣}}$ (هـ) $٣^{\frac{٤}{٣}}$ س

(٥) (أ) ٨١ (ب) -٣ (جـ) $٥^{-٦} = \frac{١}{٦٥}$

(د) $٨^{٤} = ٤٠٩٦$ (هـ) س$^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt{٧}$ س$^{٣} =$ س $\sqrt{٧}$ س (و) س ص$^{\frac{١}{٤}}$

(ز) -٢ (حـ) $\frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{٣}$

(٦) ٢ ٢٦٣,٣٨ تقريبًا

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ) ٠,٣ (ب) $س^{٤}$ (جـ) $٥\sqrt[٤]{٢}$

(د) $\frac{١}{٢}$ (هـ) $\frac{٣س}{٢}$ (و) ٦

(٢) (أ) $\sqrt[٤]{س}$ (ب) $\sqrt[٣]{ص^{٣}}$ (جـ) $\sqrt{س^{٧}} = |س^{٣}| \sqrt{س}$

(د) ٨ (هـ) $\frac{١}{\sqrt[٣]{٣}} = \frac{\sqrt[٣]{٣}}{٣}$ (و) ٢ (ز) ٢٤٣

(٣) (أ) $(٥س)^{\frac{٧}{٢}}$ (ب) $(٥س)^{\frac{٧}{٢}}$ (جـ) ٨١

(د) $|س^{٩}| ٠,١$

(٤) (أ) $س^{\frac{١}{٣}} \times ص^{\frac{١}{٤}}$ (ب) $س^{\frac{١}{٢}}$ (جـ) $\sqrt[٣]{٣٢٤} = ٣٢٤^{\frac{١}{٣}} = ٢ \times ٣٢٤^{\frac{١}{٣}} = ٢$

(٥) استخدم القانون $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$ بشكل خطأ، وبالتالي $٣ \times ٣^{\frac{٣}{٢}} = ٣^{\frac{٣}{٢}+١} = ٣^{\frac{٥}{٢}}$ والإجابة الصحيحة هي:

$٦ + \sqrt[٣]{٧٩}$

اختبار الوحدة الأولى

أسئلة المقال

(١) (أ) $٧س^{١٦}$ (ب) $٠,٤ س^{٦}$ (جـ) ٦

(د) ٢ (هـ) ٦ (و) $١٦ + \sqrt[٣]{٤٨}$

(٢) (أ) $-\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ (ب) $\frac{٧ + \sqrt[٣]{٣٥}}{٧٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt[٣]{٧}}{٣}$

(د) $٣ - \sqrt[٥]{٢}$

(٣) (أ) -١٦ (ب) ١٢٥ (جـ) ١٢

(٤) (أ) $\sqrt[٨]{س^{٣}}$ (ب) $\sqrt[٧]{ص^{٢}}$ (جـ) $\frac{ص^{٤}}{٤}$

(د) -٥٠ (هـ) ١٢س (و) س

(ز) ٤ (حـ) -٣

البنود الموضوعية

(١) أ (٢) ب

(٣) أ (٤) ب

(٥) ب (٦) أ

(٧) أ (٨) أ

(٩) أ (١٠) أ

(١١) ب (١٢) ب

(١٣) أ (١٤) جـ

(١٥) جـ (١٦) أ

(١٧) ب (١٨) أ

(١٩) د

تمارين إثرائية

(١) (أ) ٤٠ (ب) -١٤ (جـ) ٠,٢

(د) ٩ (هـ) $٢(٣-\sqrt{٢})$ (و) ٢٠٠

(ز) $\frac{١}{٣٦}$

(٢) (أ) $س^{٢}$ (ب) $س^{٨} \times ص^{-٦}$ (جـ) $٢ص\sqrt[٤]{٢ص}$

(د) س

(٣) (أ) $\sqrt{٢}-١$ (ب) $\frac{٣-\sqrt{٣}}{٦}$ (جـ) $\sqrt{٦}-٢\sqrt{٤}-٣$

(د) $\frac{٩-٣\sqrt{١٢}}{١٣}$

(٤) لا يوجد لكل من $\sqrt{-٤}$، $\sqrt{-٦}$ عددًا حقيقيًّا.

(٥) $\frac{١}{٩}$

(٦) $-\frac{١}{٤}$

(٧) (أ) ١٢

(ب) $س^{٢} = ١٢$ إذًا $س = \sqrt{١٢}$ أو $س = -\sqrt{١٢}$ بما أن س هو عدد موجب فيكون $س = \sqrt{١٢}$

(٨) $\frac{١٤٦+٢\sqrt{٧٩٣}}{٤}$

(٩) تتنوّع الإجابات. مثلًا: $٣+\sqrt{١٢}$

(١٠) $س^{٣}ص^{٤}\sqrt[٣]{س}$

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) المجتمع: زوار مجمّع تجاري. النوع: غير منته. وحدة الدراسة: زائر.

(ب) المجتمع: فريق كرة قدم. النوع: منته. وحدة الدراسة: لاعب.

(٢) تتنوع الإجابات. مثال: كتب تاريخية – كتب علمية – كتب قصص للأطفال – كتب روائية – الطباعة والإخراج – ...

(٣) (أ) لا يمكن استخدام الحصر الشامل، من غير المعقول استطلاع آراء مئات الملايين من الأشخاص.

(ب) نعم يمكن استخدام الحصر الشامل، لأن عدد طلاب الفصل معروف ويمكن تعداد العيون الزرقاء اللون.

(٤) (أ) متابعو إحدى مباريات كرة القدم في دولة الكويت – متابع – العمر.

(ب) السيارات في جميع دول العالم – سيارة – اللون.

(جـ) فئة دم شخص ما.

(د) المهندسون المسجلون في نقابة المهندسين في دولة الكويت.

(٥) اختر عينة تمثل جزءًا من عدد سكان دولة الكويت.

(٦) اختر عينة تمثل جزءًا مهمًّا من الذكور والإناث.

(٧) (أ) زوار النادي.

(ب) عدد من زوار النادي.

(جـ) إجابة ممكنة: تعبئة إستمارة تتضمن أسئلة متنوعة عن الخدمات الطبية.

(٨) كمية متقطعة

(٩) كيفية إسمية

(١٠) كمية متقطعة

(١١) كيفية مرتبة

(١٢) كمية مستمرة

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ) المجتمع: المواليد في العالم. النوع: غير منته. وحدة الدراسة: مولود.

(ب) المجتمع: زوار المركز العلمي. النوع: منته. وحدة الدراسة: زائر.

(٢) تتنوع الإجابات. مثال: حيوانات مفترسة – حيوانات أليفة – طيور – زواحف – ...

(٣) (أ) لا يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة أنواع السمك في المحيط، وذلك لكثرة المياه وضخامة المحيط.

(ب) يمكن استخدام الحصر الشامل وإيجاد النسبة.

(٤) (أ) الأشخاص المسجلون في المكتبة العامة في إحدى المدن – شخص – العمر.

(ب) كتب المطالعة في دولة ما – كتاب – لغة الكتاب.

(جـ) عدد حبّات القمح في أحد المخازن.

(د) الناجحون في امتحان شهادة الثانوية العامة في دولة الكويت عام ٢٠١٢.

(٥) اختر عينة تمثل جزءًا من عدد السكان واطرح أسئلة عن الموضوع

(٦) اختر عينة تمثل الذكور والإناث واطرح أسئلة عن الموضوع

(٧) كمية متقطعة

(٨) كمية مستمرة

(٩) كمية متقطعة

(١٠) كيفية مرتبة

(١١) (أ) المنتسبون إلى شركة التأمين

(ب) بعض المنتسبين إلى الشركة

(جـ) إجابة ممكنة: بواسطة إستمارة

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) ترقيم الطلاب المرشحين من ١ إلى ٥٠ واستخدام جدول الأعداد العشوائية. تحديد الصف الأول والعمود الأول ثم إيجاد التقاطع بينهما وبعد ذلك التحرك نزولًا واختيار الأعداد المكونة من رقمين إلى جهة اليسار، على أن نأخذ ٦ أعداد من ١ إلى ٥٠، وحاملو هذه الأعداد هم العينة العشوائية البسيطة ٢٨، ١، ٢٠، ٦، ٤٦، ٤١.

(٢) أولًا: كسر المعاينة = $\frac{١٢}{٦٠}$ = ٠,٢

ثانيًا: حجم كل عينة بسيطة = كسر المعاينة × حجم العينة

حجم عينة المدراء = ٠,٢ × ٥ = ١

حجم عينة المستشارين = ٠,٢ × ١٠ = ٢

حجم عينة المدققين = ٠,٢ × ٢٥ = ٥

حجم عينة المصممين = ٠,٢ × ١٠ = ٢

حجم عينة مسؤولي الطباعة = ٠,٢ × ١٠ = ٢

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكوّنة كما يلي: مدير عدد ١، مستشار عدد ٢، مدقق عدد ٥، مصمم عدد ٢، مسؤول طباعة عدد ٢.

المجموع = ١٢

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد الأرقام:

يعطى العاملون في المؤسسة أرقامًا من ١١ إلى ٧٠.

من جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الثالث والعمود الرابع نختار:

مديرًا واحدًا: ١٥

مستشارين اثنين: ١٩، ٢٤

مدققين خمسة: ٣٨، ٤٤، ٣٤، ٤٦، ٤٧

مصممين اثنين: ٥٩، ٥٣

مسؤولي طباعة اثنين: ٦١، ٧٠

(٣) أولًا: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٦٠٠}{١٠} = ٦٠$

ثانيًا: من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود الرابع، نختار أول عدد مؤلف من رقمين لجهة اليسار على ألا يزيد عن العدد ٦٠، نجد العدد: ٣

ثالثًا: نختار بقية الأعداد بإضافة ٦٠ بالتتابع حتى نحصل على ١٠ أعداد: ٣، ٦٣، ١٢٣، ١٨٣، ٢٤٣، ٣٠٣، ٣٦٣، ٤٢٣، ٤٨٣، ٥٤٣

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) تشكيل عينة عشوائية بسيطة بإعطاء الطباخين الترقيم من ١ إلى ٢٥، ثم استخدام جدول الأعداد العشوائية باختيار التقاطع بين الصف الثالث والعمود السابع، ثم التحرك نزولًا لإيجاد ٤ أعداد من ١ إلى ٢٥ والتي تمثل ٤ طباخين أرقامهم ١٨، ٥، ١٣، ٨.

(٢) يمكن تشكيل عينة عشوائية طبقية على الشكل التالي: نوجد كسر المعاينة: $\frac{٢٤}{١٢٠} = ٠,٢$

حجم طبقة مدراء الأقسام: $٠,٢ \times ٥ = ١$

حجم طبقة المضيفين: $٠,٢ \times ٤٥ = ٩$

حجم طبقة موظفي الاستقبال: $٠,٢ \times ١٠ = ٢$

حجم طبقة الطباخين: $٠,٢ \times ٢٠ = ٤$

حجم طبقة عمال الخدمات: $٠,٢ \times ٤٠ = ٨$

(٣) أولًا: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٤٢٠}{١٢} = ٣٥$

ثانيًا: من جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العشرين والعمود الرابع عشر نختار أول عدد مؤلف من رقمين على ألا يزيد عن العدد ٣٥. نجد العدد ١٧

ثالثًا: نختار بقية الأعداد بإضافة ٣٥ بالتتابع حتى نحصل على ١٢ عددًا: ١٧، ٥٢، ٨٧، ١٢٢، ١٥٧، ١٩٢، ٢٢٧، ٢٦٢، ٢٩٧، ٣٣٢، ٣٦٧، ٤٠٢

المجموعة أ تمارين أساسية

(١)

	A	B
1	المتسلسل	عشوائي
2	84	0.000348827
3	69	0.004114332
4	123	0.014541388
5	183	0.015007022
6	120	0.018407378
7	218	0.018873057
8	95	0.021376415
9	232	0.029155309
10	72	0.030136436
11	242	0.038403847
12	142	0.049104995
13	195	0.050987244
14	70	0.055334461
15	151	0.057675119
16	87	0.058216267

إذًا أعداد الـ ١٥ شخصًا المختارين عشوائيًّا ليحصلوا على بطاقات السفر إلى مكة المكرمة هي كالتالي: ٨٤، ٦٩، ١٢٣، ١٨٣، ١٢٠، ٢١٨، ٩٥، ٢٣٢، ٧٢، ٢٤٢، ١٤٢، ١٩٥، ٧٠، ١٥١، ٨٧.

(٢) طول الفترة $= \frac{١٨٠}{٢٠} = ٩$

	A	B
1	متسلسل	عشوائي
2	2	0.2331145
3	7	0.2526477
4	3	0.4612506
5	1	0.6163636
6	8	0.6783086
7	9	0.7516382
8	4	0.7940764
9	5	0.8036884
10	6	0.919077

إذًا الرقم الأول في العمود المتسلسل يمثل نقطة البداية، ونكمل العينة بانتظام وذلك بتكرار إضافة الرقم ٩ لنحصل على العينة المؤلفة من ٢٠ متسابقًا يحملون الأعداد التالية: ٢، ١١، ٢٠، ٢٩، ٣٨، ٤٧، ٥٦، ٦٥، ٧٤، ٨٣، ٩٢، ١٠١، ١١٠، ١١٩، ١٢٨، ١٣٧، ١٤٦، ١٥٥، ١٦٤، ١٧٣.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) كسر المعاينة = $\frac{٤٤}{٨٨٠}$ = ٠,٠٥

حجم العينة = كسر المعاينة × حجم المجتمع

المواد الغذائية	٢٤٠ × ٠,٠٥ = ١٢
مواد التنظيف	٨٠ × ٠,٠٥ = ٤
الأدوات المنزلية والديكور	١٠٠ × ٠,٠٥ = ٥
الأدوات الكهربائية والإلكترونية	٦٠ × ٠,٠٥ = ٣
الملابس	١٤٠ × ٠,٠٥ = ٧
الأحذية	٤٠ × ٠,٠٥ = ٢
العطور والتجميل	١٢٠ × ٠,٠٥ = ٦
المعدات والملابس الرياضية	١٠٠ × ٠,٠٥ = ٥

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	غذائية	عنواني غذائية	تنظيف	عنواني تنظيف	منزلية وديكور	عنواني منزلية وديكور	كهربائي الكتروني	عنواني كهربائي الكتروني
2	191	0.015025765	270	0.00119446	379	0.001954279	463	0.00336044
3	177	0.017554785	286	0.008651948	384	0.01687492	473	0.021686275
4	210	0.019661386	278	0.033287275	414	0.034351331	478	0.029234199
5	231	0.02226326	250	0.047861869	363	0.04316223	470	0.054765572
6	229	0.023387173	290	0.066763272	322	0.051317348	421	0.055951134
7	154	0.026661547	291	0.072576105	407	0.051517378	452	0.090669858
8	85	0.029457338	261	0.079367891	364	0.059090129	438	0.13306001
9	148	0.030849189	294	0.106209962	340	0.061703756	423	0.142615597
10	13	0.032646427	247	0.112377066	387	0.064510244	451	0.180061322
11	119	0.035474131	241	0.112568368	351	0.073914581	431	0.222874526
12	53	0.04162786	281	0.114137744	398	0.076603777	447	0.226888566
13	128	0.044582692	312	0.120966992	419	0.078900593	462	0.229225023
14	7	0.047774136	282	0.18753372	408	0.089683025	441	0.254635866

	I	J	K	L	M	N	O	P
1	ملابس	عشوائي ملابس	أحذية	عشوائي أحذية	عطور وتجميل	عشوائي عطور وتجميل	معدات وملابس رياضية	عشوائي معدات وملابس رياضية
2	530	0.005210322	634	0.040912092	672	0.000379343	865	0.011546751
3	548	0.012999543	658	0.056300215	754	0.006551196	797	0.036146787
4	561	0.020897956	660	0.071263982	726	0.020399544	818	0.05856758
5	538	0.021076371	648	0.088701346	665	0.037797574	840	0.061256221
6	490	0.024037706	624	0.090114344	708	0.041597885	854	0.066659007
7	571	0.031959045	623	0.130948189	682	0.047190745	783	0.072120269
8	567	0.046498713	622	0.168636561	687	0.05468791	867	0.072839254
9	599	0.047487301	642	0.175171413	737	0.063105076	806	0.087065976
10	603	0.061254109	629	0.175346269	694	0.069622068	816	0.097456752
11	617	0.0748617	655	0.176780482	691	0.069749348	834	0.097732532
12	499	0.076118806	633	0.278583521	727	0.085711234	873	0.109643085
13	609	0.112143997	637	0.300265919	689	0.097395833	862	0.110675356
14	482	0.115182588	638	0.300342142	762	0.10726013	821	0.121458853

وبذلك تكون العينة العشوائية الطبقية من الموظفين حاملي الأعداد التالية:

المواد الغذائية	١٩١	١٧٧	٢١٠	٢٣١	٢٢٩	١٥٤	٨٥	١٤٨	١٣	١١٩	٥٣	١٢٨
مواد التنظيف	٢٧٠	٢٨٦	٢٧٨	٢٥٠								
الأدوات المنزلية والديكور	٣٧٩	٣٨٤	٤١٤	٣٦٣	٣٢٢							
الأدوات الكهربائية والإلكترونية	٤٦٣	٤٧٣	٤٧٨									
الملابس	٥٣٠	٥٤٨	٥٦١	٥٣٨	٤٩٠	٥٧١	٥٦٧					
الأحذية	٦٣٤	٦٥٨										
العطور والتجميل	٦٧٢	٧٥٤	٧٢٦	٦٦٥	٧٠٨	٦٨٢						
المعدات والملابس الرياضية	٨٦٥	٧٩٧	٨١٨	٨٤٠	٨٥٤							

اختبار الوحدة الثانية

أسئلة المقال

(١) (أ) لا يمكن دراسة أنواع الطيور في أي غابة من غابات أفريقيا نظرًا إلى صعوبة ذلك.

(ب) نعم يمكن دراسة أنواعها لأن في حديقة الحيوانات يكون عدد الطيور صغيرًا ومحصورًا في أقفاص.

(٢) (أ) أوزان طلاب الصف العاشر في إحدى المدارس – طالب – وزن كل طالب

(ب) نوع الحاسوب الشخصي لكل فرد في العالم – الفرد – نوع الحاسوب.

(٣) كمية – متقطعة. (٤) كمية – مستمرة.

(٥) كيفية إسمية.

(٦) يمكن استخدام جدول الأعداد العشوائية لتشكيل عينة بسيطة، لأن كل شخص له الفرصة نفسها للتعبير عن رأيه، وذلك باختيار تقاطع الصف الثاني والعمود السادس، ثم انطلاقًا من التقاطع بينهما نتحرك نزولًا ونأخذ الأرقام الثلاثة إلى جهة اليسار لنحصل على ١٠ أعداد كلٌّ منها يتكون من ثلاثة أرقام وأثناء خروج المشاهدين من الصالة يتم الأخذ برأي حاملي هذه الأعداد من الحضور عن المسرحية. أرقام المشاهدين الذين سيتم الأخذ برأيهم هي: ٣٣٢، ٤٣٩، ٤٣٠، ٢٥١، ١٨٧، ١٩١، ١٧١، ١٣٥، ٢٧٣، ٢٧٠.

(٧) أولًا: كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{٢٤}{٨٠٠} = ٠,٠٣$

ثانيًا: حجم كل عينة بسيطة = كسر المعاينة × حجم العينة

حجم عينة التقنيين = ٠,٠٣ × ٥٠٠ = ١٥

حجم عينة العمال = ٠,٠٣ × ١٠٠ = ٣

حجم عينة موظفي المبيعات = ٠,٠٣ × ٢٠٠ = ٦

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكوّنة كما يلي: ١٥ تقنيًّا، ٣ عمال، ٦ موظفي مبيعات. المجموع = ٢٤.

ثالثًا: من جدول الأعداد العشوائية نأخذ العمود الأول والصف الأول، نختار:

١٥ تقنيًّا: ٢٨١، ١٠، ٢٠١، ٦٢، ٤٦٢، ٤٦٨، ٤١٢، ٢٠٩، ٨٥، ٣١٥، ٢٧، ٢٢٧، ٢١٢، ٣٦٠، ٦٨

٣ عمال: ٥٩٢، ٥٩٠، ٥٤٣

٦ موظفي مبيعات: ٧٩٦، ٧٩٢، ٦٧٢، ٧٤٦، ٧٣٤، ٦٦٠

تقنيون	عمال صيانة	موظفو المبيعات
٢٨١	٥٩٢	٧٩٦
٠١٠	٥٩٠	٧٩٢
٢٠١	٥٤٣	٦٧٢
٠٦٢		٧٤٦
٤٦٢		٧٣٤
٤٦٨		٦٦٠
٤١٢		
٢٠٩		
٠٨٥		
٣١٥		
٠٢٧		
٢٢٧		
٢١٢		
٣٦٠		
٠٦٨		

(٨) يمكن أن نشكل عينة عشوائية منتظمة بعد ترقيم الطلاب المرشحين من ١ إلى ٤٨، ثم نوجد طول الفترة وهي $\frac{٤٨}{٦} = ٨$.

نختار أول عدد عشوائيًّا مؤلفًا من رقم واحد لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية من تقاطع الصف الثاني والعمود الأول على ألا يزيد عن العدد ٨، ثم نختار بقية الأعداد تباعًا بإضافة ٨ لما سبق. فنحصل على ٦ أعداد تمثل ٦ طلاب. الأعداد هي: ١، ١ + ٨ = ٩، ٩ + ٨ = ١٧، ١٧ + ٨ = ٢٥، ٢٥ + ٨ = ٣٣، ٣٣ + ٨ = ٤١.

(٩) كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}} = \frac{٤٠}{٢٤٠٠} = \frac{١}{٦٠}$

حجم العينة = كسر المعاينة × حجم المجتمع

ابتدائي	$\frac{١}{٦٠} \times ١٠٢٠ = ١٧$
إعدادي	$\frac{١}{٦٠} \times ٨٤٠ = ١٤$
ثانوي	$\frac{١}{٦٠} \times ٥٤٠ = ٩$

نستخدم برنامج Excel:

	A	B	C	D	E	F
1	ابتدائي	عشوائي ابتدائي	اعدادي	عشوائي اعدادي	ثانوي	عشوائي ثانوي
2	440	0.002977285	1078	0.000163131	2243	0.000652124
3	369	0.003884575	1290	0.000667631	2198	0.002623495
4	587	0.004297208	1067	0.001958176	2337	0.003204557
5	493	0.005277692	1631	0.001988738	2178	0.004931857
6	715	0.006158533	1859	0.002257452	2302	0.005458277
7	277	0.007673404	1400	0.0048941	2345	0.010109361
8	27	0.00770748	1072	0.005060389	2285	0.01092881
9	1011	0.012402066	1184	0.00513978	2115	0.011778423
10	9	0.012467194	1747	0.00666704	2085	0.011925445
11	774	0.012505225	1497	0.008968897	1930	0.013792615
12	676	0.013736975	1323	0.009186845	2303	0.015149542
13	291	0.014158441	1535	0.010077042	1933	0.015572035
14	795	0.015123255	1026	0.010505756	2334	0.021522695
15	952	0.015204518	1071	0.012063079	1900	0.021760752
16	744	0.016145246	1299	0.012989162	1953	0.022161823
17	775	0.016397404	1804	0.015689163	2394	0.023288959
18	349	0.017515742	1151	0.015879192	2325	0.023932638

وبذلك نكون قد حصلنا على أعداد العينة العشوائية الطبقية التي تمثل الـ ٤٠ طالبًا الذين سيشكلون الوفد الذي سيقوم بزيارة المتحف الوطني.

متسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
ابتدائي	٤٤٠	٣٦٩	٥٨٧	٤٩٣	٧١٥	٢٧٧	٢٧	١٠١١	٩	٧٧٤	٦٧٦	٢٩١	٧٩٥	٩٥٢	٧٤٤	٧٧٥	٣٤٩
إعدادي	١٠٧٨	١٢٩٠	١٠٦٧	١٦٣١	١٨٥٩	١٤٠٠	١٠٧٢	١١٨٤	١٧٤٧	١٤٩٧	١٣٢٣	١٥٣٥	١٠٢٦	١٠٧١			
ثانوي	٢٢٤٣	٢١٩٨	٢٣٣٧	٢١٧٨	٢٣٠٢	٢٣٤٥	٢٢٨٥	٢١١٥	٢٠٨٥								

البنود الموضوعية

(١) أ (٢) ب (٣) ب (٤) ب

(٥) أ (٦) ب (٧) ب (٨) د

(٩) جـ (١٠) ب

تمارين إثرائية

(١) كمية – متقطعة.

(٢) كيفية إسمية.

(٣) كمية – مستمرة.

(٤) (أ) لا يمكن استخدام الحصر الشامل، لأنه من الصعب دراسة كافة الحشرات.

(ب) نعم، يمكن استخدام الحصر الشامل، لأن العدد يكون معلومًا ويمكن حصره.

(٥) (أ) تتنوع الإجابات. تحقق من إجابات الطلاب.

(ب) تتنوع الإجابات. تحقق من إجابات الطلاب.

(٦) اختيار عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٥ عاملًا. يتم ترقيم العمال من ١ إلى ٦٠٠ واستخدام جدول الأعداد العشوائية، تحديد الصف الأول والعمود الأول ثم إيجاد العدد على التقاطع بينهما، وبعد ذلك التحرك نزولًا واختيار الأعداد المكونة من ثلاثة أرقام إلى جهة اليسار على أن تكون من ١ إلى ٦٠٠ وعددها ١٥. حاملو هذه الأعداد من بين العمال يشكلون عينة عشوائية بسيطة. وأعداد العمال هي: ٢٨١، ١٠، ٥٩٢، ٢٠١، ٦٢، ٤٦٢، ٤٦٨، ٥٩٠، ٥٤٣، ٤١٢، ٢٠٩، ٨٥، ٣١٥، ٢٧، ٢٢٧.

(٧) أولًا: كسر المعاينة = $\frac{٢١}{٨٠ + ١٢٠ + ٢٢٠} = \frac{٢١}{٤٢٠} = ٠,٠٥$

ثانيًا: حجم كل عينة بسيطة = كسر المعاينة × حجم العينة.

حجم عينة المهندسين = ٠,٠٥ × ٨٠ = ٤

حجم عينة الاختصاصيين = ٠,٠٥ × ١٢٠ = ٦

حجم عينة العمال = ٠,٠٥ × ٢٢٠ = ١١

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكوّنة من ٤ مهندسين، ٦ اختصاصيين و١١ عاملًا. المجموع = ٢١

ثالثًا: من جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السابع والعمود الأول نختار:

٤ مهندسين: ٢٠١، ٢٠٩، ٢٢٧، ٢١٢

٦ اختصاصيين: ٤١٢، ٣١٥، ٣٦٠، ٣٥٩، ٤١٤، ٤١٥

١١ عاملًا: ٦٧٢، ٦٦٠، ٥٩٠، ٦٣٠، ٥٤٣، ٦٦٥، ٧١٢، ٦٥٧، ٦٢٠، ٦٥١، ٥٣١

(٨) أولًا: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{١٤٤}{١٦} = ٩$

ثانيًا: من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثالث والعمود الثالث نختار أول عدد مؤلف من رقمين لجهة اليسار على ألا يزيد عن العدد ٩. نجد العدد ٧.

ثالثًا: نختار بقية الأعداد بإضافة ٧ بالتتابع حتى نحصل على ١٦ عددًا:

٧، ١٦، ٢٥، ٣٤، ٤٣، ٥٢، ٦١، ٧٠، ٧٩، ٨٨، ٩٧، ١٠٦، ١١٥، ١٢٤، ١٣٣، ١٤٢

(٩) كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}} = \frac{٤٠}{٣٦٠} = \frac{١}{٩}$

حجم العينة = كسر المعاينة × حجم المجتمع.

ذكور/ دوام كامل	$\frac{١}{٩} \times ١٨٠ = ٢٠$
ذكور/ دوام جزئي	$\frac{١}{٩} \times ٣٦ = ٤$
إناث/ دوام كامل	$\frac{١}{٩} \times ١٨ = ٢$
إناث/ دوام جزئي	$\frac{١}{٩} \times ١٢٦ = ١٤$

	E	F	G	H
1	اناث / دوام كامل	عشوائي اناث / دوام كامل	اناث / دوام جزئي	عشوائي اناث / دوام جزئي
2	223	0.088254664	353	0.009122298
3	234	0.109235559	245	0.009202894
4	224	0.110811263	359	0.011901335
5	231	0.122070381	350	0.01503002
6	230	0.144503084	316	0.029511605
7	226	0.163867431	303	0.035455803
8	217	0.252139615	271	0.044747735
9	229	0.315920426	238	0.053167907
10	219	0.450123353	236	0.05876699
11	228	0.571857338	342	0.060114462
12	218	0.588716018	298	0.062140809
13	232	0.607668989	258	0.066308818
14	225	0.624095702	260	0.075586965
15	233	0.640444119	339	0.076581138
16	221	0.713578241	341	0.078812744
17	222	0.873819306	335	0.092773312
18	220	0.956994279	309	0.12208754
19	227	0.991572882	297	0.123541977

	A	B	C	D
1	ذكور/ دوام كامل	عشوائي ذكور / دوام كامل	ذكور / دوام جزئي	عشوائي ذكور / دوام جزئي
2	141	0.030867782	190	0.026118398
3	68	0.033491199	214	0.034643091
4	159	0.034627545	182	0.053355309
5	97	0.050573941	200	0.096209615
6	53	0.063181413	216	0.125335864
7	178	0.064444675	187	0.190674518
8	36	0.069637197	202	0.249910217
9	19	0.080989059	185	0.253368973
10	92	0.081280371	206	0.26330127
11	71	0.083010692	181	0.267898454
12	58	0.088796134	213	0.269890132
13	52	0.091396547	192	0.314713262
14	38	0.095904195	204	0.327740658
15	117	0.102157772	211	0.391440478
16	163	0.107052735	194	0.410757613
17	66	0.10895583	196	0.414955653
18	129	0.111234355	210	0.557406509
19	42	0.111670048	201	0.609972125

وبالتالي، نكون قد حصلنا على العينة الطبقية من فئات الموظفين الأربعة وهي مؤلفة من الموظفين حاملي الأعداد التالية:

متسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
ذكور/ دوام كامل	١٤١	٦٨	١٥٩	٩٧	٥٣	١٧٨	٣٦	١٩	٩٢	٧١	٥٨	٥٢	٣٨	١١٧	١٦٣	٦٦	١٢٩	٤٢	١٣٣	١٠١
ذكور/ دوام جزئي	١٩٠	٢١٤	١٨٢	٢٠٠																
إناث/ دوام كامل	٢٢٣	٢٣٤																		
إناث/ دوام جزئي	٣٥٣	٢٤٥	٣٥٩	٣٥٠	٣١٦	٣٠٣	٢٧١	٢٣٨	٢٣٦	٣٤٢	٢٩٨	٢٥٨	٢٦٠	٣٣٩						

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) ١٩٠ − ١٦٥ = ٢٥.

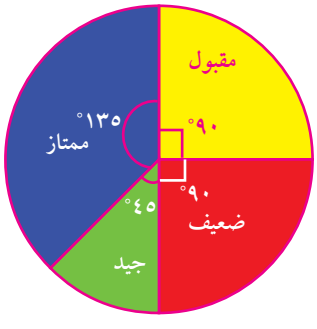
(ب) ٢٥ ÷ ٥ = ٥، أي طول كل فئة ٥ سم.

(جـ)

الفئة	١٦٥−	١٧٠−	١٧٥−	١٨٠−	١٨٥−١٩٠	المجموع
علامات التكرار	/‴	‴	////	///	//	
التكرار	٦	٥	٤	٣	٢	٢٠
التكرار النسبي	$\frac{٦}{٢٠}$	$\frac{٥}{٢٠}$	$\frac{٤}{٢٠}$	$\frac{٣}{٢٠}$	$\frac{٢}{٢٠}$	$\frac{٢٠}{٢٠} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٣٠٪	٢٥٪	٢٠٪	١٥٪	١٠٪	١٠٠٪

(٢) (أ)

التقييم	ضعيف	مقبول	جيد	ممتاز	المجموع
علامات التكرار	////	////	//	/‴	
التكرار	٤	٤	٢	٦	١٦
التكرار النسبي	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٦}{١٦}$	$\frac{١٦}{١٦} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٢٥٪	٢٥٪	١٢,٥٪	٣٧,٥٪	١٠٠٪



(ب) $\frac{٤}{١٦} \times ٣٦٠° = ٩٠°$

$\frac{٤}{١٦} \times ٣٦٠° = ٩٠°$

$\frac{٦}{١٦} \times ٣٦٠° = ١٣٥°$

$\frac{٢}{١٦} \times ٣٦٠° = ٤٥°$

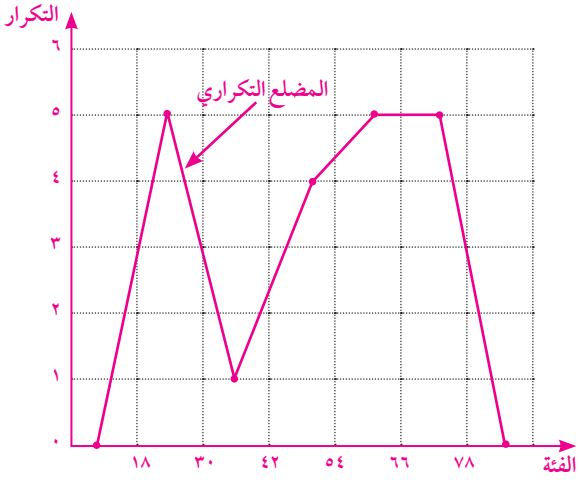
(٣) (أ) ٧٨ − ١٨ = ٦٠.

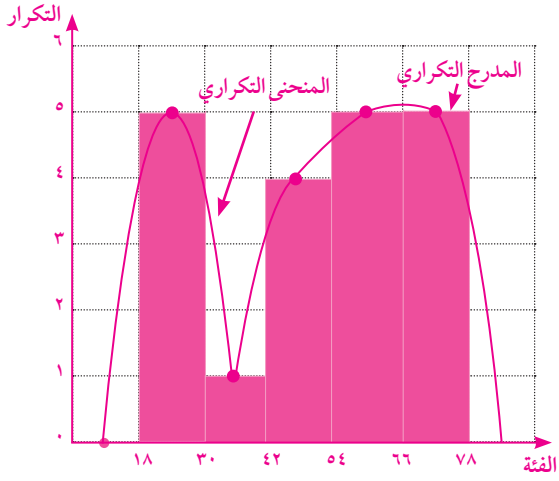
(ب) ٦٠ ÷ ١٢ = ٥، أي أن عدد الفئات يساوي ٥.

(جـ)

الفئة	-١٨	-٣٠	-٤٢	-٥٤	٦٦-٧٨
علامات التكرار	/////	/	////	/////	/////
التكرار	٥	١	٤	٥	٥
مركز الفئة	٢٤	٣٦	٤٨	٦٠	٧٢

(د)

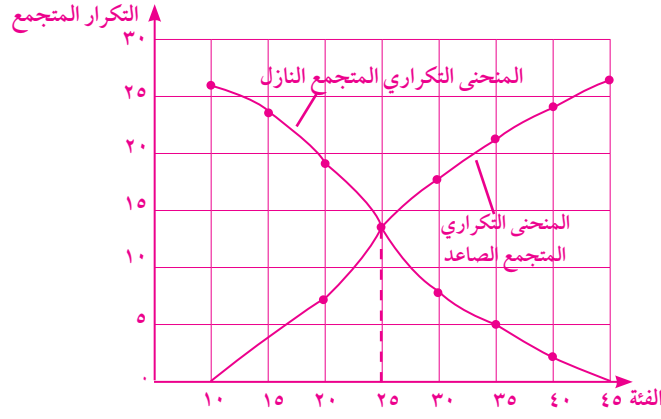




(٤) (أ)

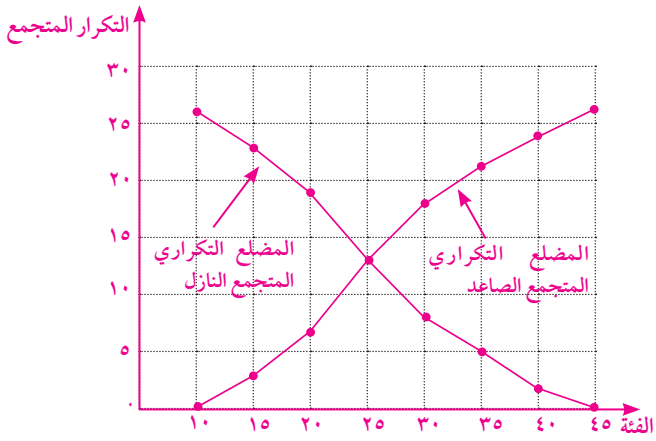
الفئة	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	المجموع
علامات التكرار	///	////	/////	/////	///	///	//	
التكرار	٣	٤	٦	٥	٣	٣	٢	٢٦
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ١٥	أقل من ٢٠	أقل من ٢٥	أقل من ٣٠	أقل من ٣٥	أقل من ٤٠	أقل من ٤٥	
التكرار المتجمع الصاعد	٣	٧	١٣	١٨	٢١	٢٤	٢٦	
الحد الأدنى للفئة فأكثر	١٠ فأكثر	١٥ فأكثر	٢٠ فأكثر	٢٥ فأكثر	٣٠ فأكثر	٣٥ فأكثر	٤٠ فأكثر	
التكرار المتجمع النازل	٢٦	٢٣	١٩	١٣	٨	٥	٢	

(ب)

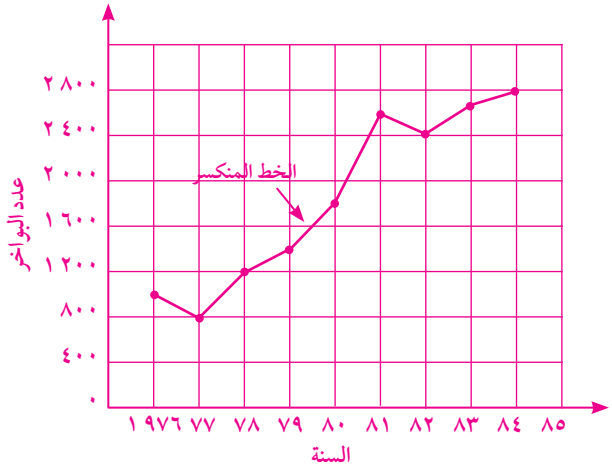


(جـ) الوسيط = ٢٥ كجم.

(د)



(ه)



من المتوقع أن تزداد حركة البواخر المستخدمة في شحن البضائع بعد سنة ١٩٨٤، لأن الخط البياني يبيّن تزايدًا.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ) ١٩٠ – ١٥٠ = ٤٠.

(ب) ٤٠ ÷ ٨ = ٥ أي طول كل فئة يساوي ٥ سم.

(جـ)

الفئة	١٥٠–	١٥٥–	١٦٠–	١٦٥–	١٧٠–	١٧٥–	١٨٠–	١٨٥–١٩٠	المجموع
علامات التكرار	//	/	////	/	/~~////~~	~~////~~	///	///	
التكرار	٢	١	٤	١	٦	٥	٣	٣	٢٥
التكرار النسبي	$\frac{٢}{٢٥}$	$\frac{١}{٢٥}$	$\frac{٤}{٢٥}$	$\frac{١}{٢٥}$	$\frac{٦}{٢٥}$	$\frac{٥}{٢٥}$	$\frac{٣}{٢٥}$	$\frac{٣}{٢٥}$	$\frac{٢٥}{٢٥} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٪٨	٪٤	٪١٦	٪٤	٪٢٤	٪٢٠	٪١٢	٪١٢	٪١٠٠

(٢) (أ)

التقييم	سريع جدًّا	سريع	متوسط السرعة	بطيء	بطيء جدًّا	المجموع
علامات التكرار	///	~~////~~	~~////~~ /	////	//	
التكرار	٣	٥	٦	٤	٢	٢٠
النسبة المئوية للتكرار	٪١٥	٪٢٥	٪٣٠	٪٢٠	٪١٠	٪١٠٠

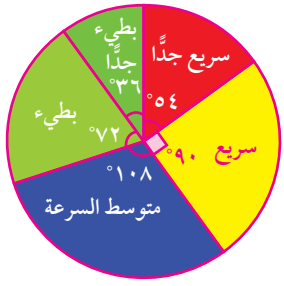
(ب) $\frac{٣}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٥٤°$

$\frac{٥}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٩٠°$

$\frac{٦}{٢٠} \times ٣٦٠° = ١٠٨°$

$\frac{٤}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٧٢°$

$\frac{٢}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٣٦°$



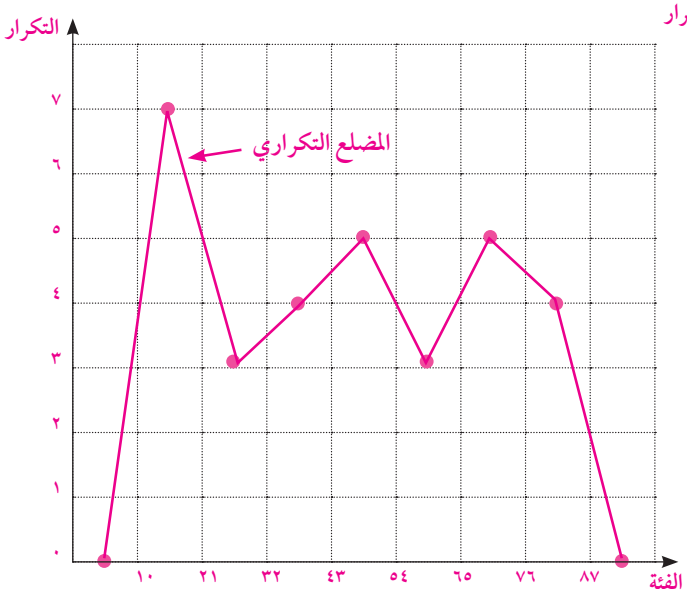
(٣) (أ) ٨٧ − ١٠ = ٧٧.

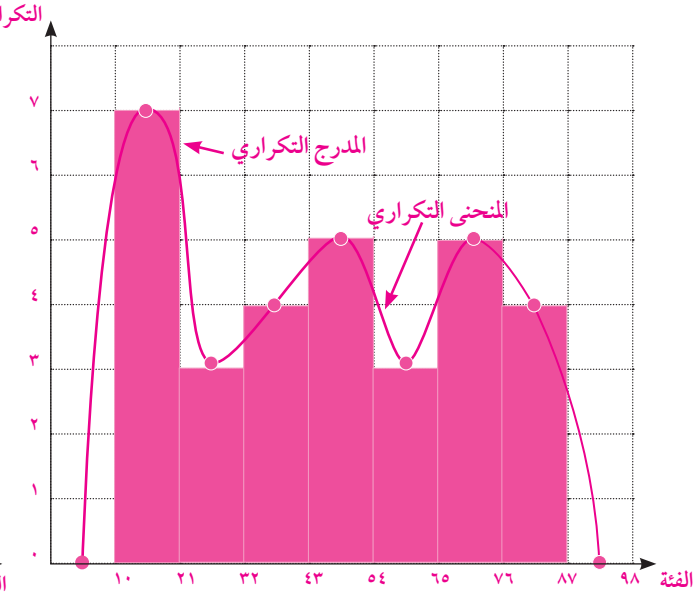
(ب) ٧٧ ÷ ١١ = ٧، أي أن عدد الفئات يساوي ٧:

(جـ)

الفئة	−١٠	−٢١	−٣٢	−٤٣	−٥٤	−٦٥	٧٦−٨٧	المجموع
علامات التكرار	//~~////~~	///	////	~~////~~	///	~~////~~	////	
التكرار	٧	٣	٤	٥	٣	٥	٤	٣١
مركز الفئة	١٥,٥	٢٦,٥	٣٧,٥	٤٨,٥	٥٩,٥	٧٠,٥	٨١,٥	

(د)

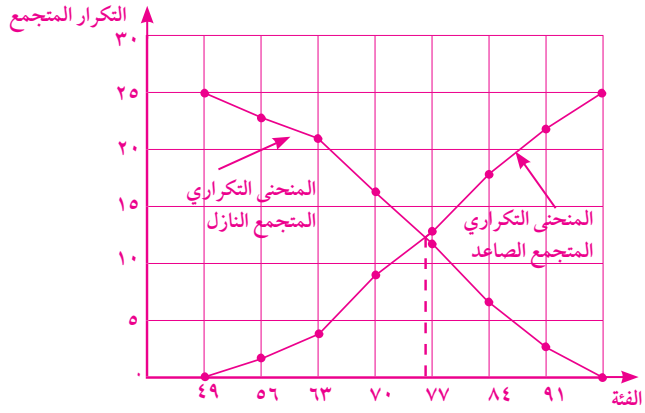




(٤) (أ)

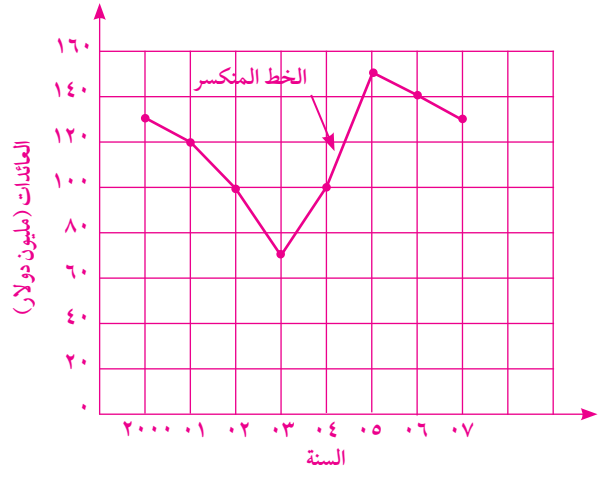
الفئة	٤٩-	٥٦-	٦٣-	٧٠-	٧٧-	٨٤-	٩١-٩٨
علامات التكرار	//	//	/////	////	/////	////	///
التكرار	٢	٢	٥	٤	٥	٤	٣
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ٥٦	أقل من ٦٣	أقل من ٧٠	أقل من ٧٧	أقل من ٨٤	أقل من ٩١	أقل من ٩٨
التكرار المتجمع الصاعد	٢	٤	٩	١٣	١٨	٢٢	٢٥
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٤٩ فأكثر	٥٦ فأكثر	٦٣ فأكثر	٧٠ فأكثر	٧٧ فأكثر	٨٤ فأكثر	٩١ فأكثر
التكرار المتجمع النازل	٢٥	٢٣	٢١	١٦	١٢	٧	٣

(ب)



الوسيط = ٧٦ درجة تقريبًا.

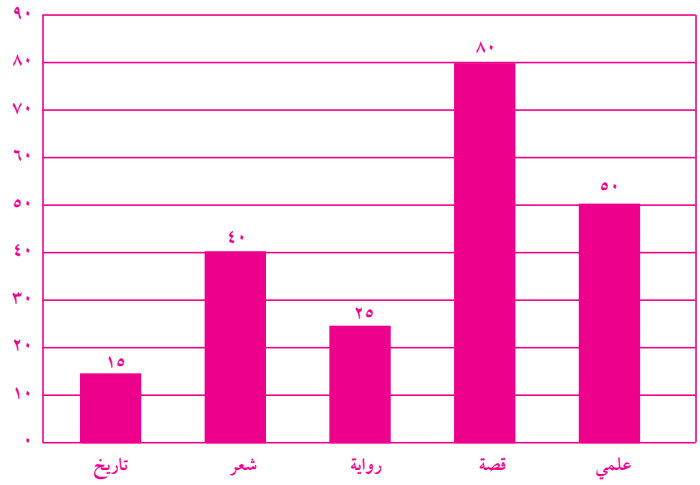
(٥)



يصعب التوقع بزيادة أو نقصان عائدات هذه الشركة من السنة التي تلي سنة ٢٠٠٧ م.

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١)

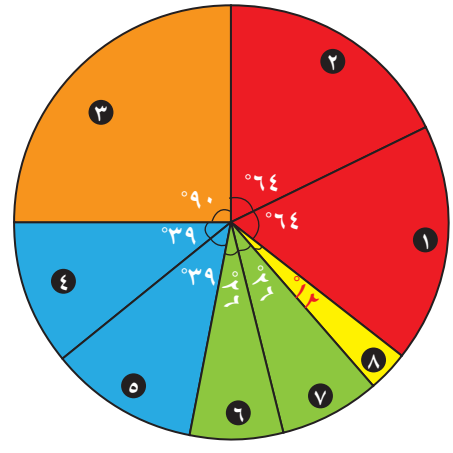


(٢) (أ)

عدد الأقلام	التكرار
١	٥
٢	٥
٣	٧
٤	٣
٥	٣
٦	٢
٧	٢
٨	١

	A	B	C	D
1		عدد الأقلام	عدد الأقلام	FREQUENCY
2	2	1	1	5
3	3	2	2	5
4	4	3	3	7
5	1	4	4	3
6	1	5	5	3
7	7	6	6	2
8	5	7	7	2
9	6	8	8	1
10	2		More	0

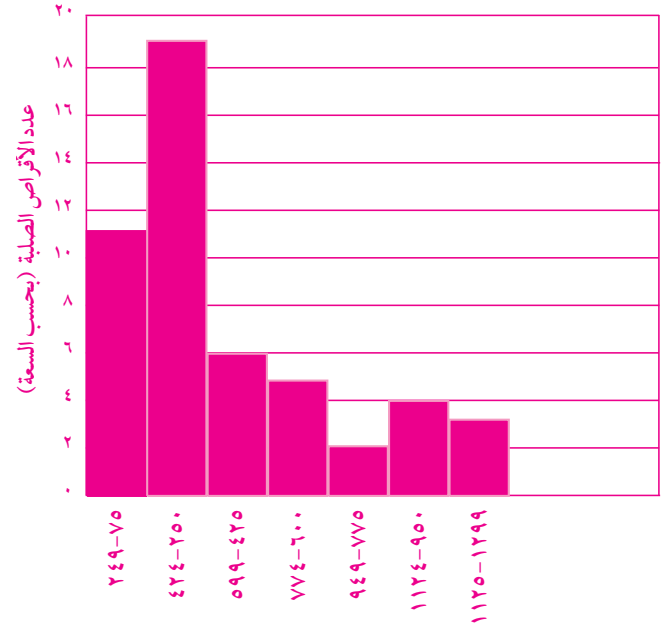
(ب)



المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١)

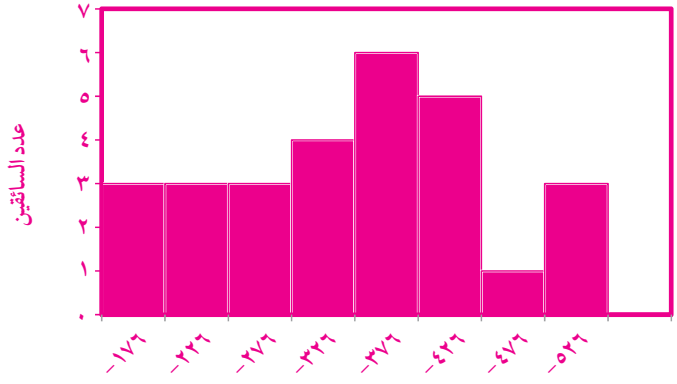
	A	B	C	D	E
1	السعة بالـ غيغا بايت		العدد	العدد	التكرار
2	80	75-249	249	75-249	11
3	250	250-424	424	250-424	19
4	160	425-599	599	425-599	6
5	1000	600-774	774	600-774	5
6	660	775-949	949	775-949	2
7	250	950-1124	1124	950-1124	4
8	500	1125-1299	1199	1125-1299	3



(٢) (أ)

	A	B	C	D	E
1	المسافة المقطوعة بـ KM	الفئات	المسافات	المسافات	التكرار
2	250	176-225	225	176-225	3
3	298	226-275	275	226-275	3
4	350	276-325	325	276-325	3
5	403	326-375	375	326-375	4
6	386	376-425	425	376-425	6
7	560	426-475	475	426-475	5
8	156	476-525	525	476-525	1
9	199	526-575	575	526-575	3
10	238				

(ب)



اختبار الوحدة الثالثة

أسئلة المقال

(١) (أ) ٧٩ − ٥٥ = ٢٤.

(ب) ٢٤ ÷ ٦ = ٤، أي أن طول كل فئة يساوي ٤ كجم.

(جـ)

الفئة	٥٥−	٥٩−	٦٣−	٦٧−	٧١−	٧٩−٧٥	المجموع
علامات التكرار	/// ⧸⧸⧸	⧸⧸⧸	⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸ //	⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸ ////	⧸⧸⧸ //	////	
التكرار	٨	٥	١٢	١٤	٧	٤	٥٠
التكرار النسبي	$\frac{٨}{٥٠}$	$\frac{٥}{٥٠}$	$\frac{١٢}{٥٠}$	$\frac{١٤}{٥٠}$	$\frac{٧}{٥٠}$	$\frac{٤}{٥٠}$	$\frac{٥٠}{٥٠} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٪١٦	٪١٠	٪٢٤	٪٢٨	٪١٤	٪٨	٪١٠٠

(٢) (أ)

التقييم	ممتاز	جيدجدًّا	جيد	مقبول	متوسط	المجموع
علامات التكرار	///	⧸⧸⧸	/ ⧸⧸⧸	////	//	
التكرار	٣	٥	٦	٤	٢	٢٠
التكرار النسبي	$\frac{٣}{٢٠}$	$\frac{٥}{٢٠}$	$\frac{٦}{٢٠}$	$\frac{٤}{٢٠}$	$\frac{٢}{٢٠}$	$\frac{٢٠}{٢٠} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٪١٥	٪٢٥	٪٣٠	٪٢٠	٪١٠	٪١٠٠

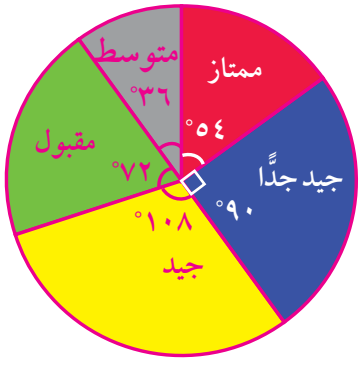
(ب) $\frac{٣}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٥٤°$

$\frac{٥}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٩٠°$

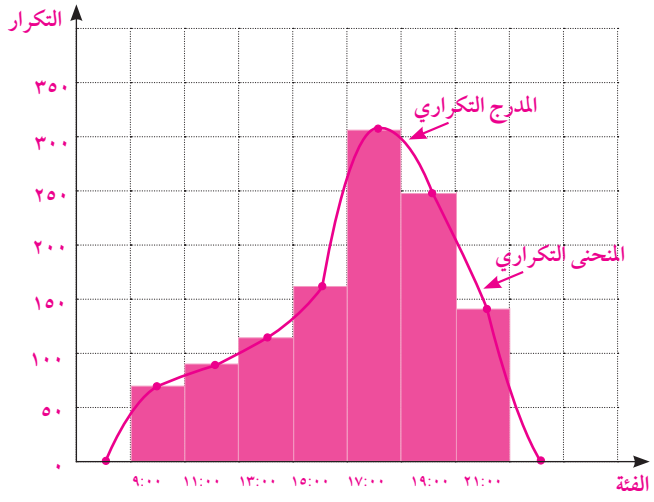
$\frac{٦}{٢٠} \times ٣٦٠° = ١٠٨°$

$\frac{٤}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٧٢°$

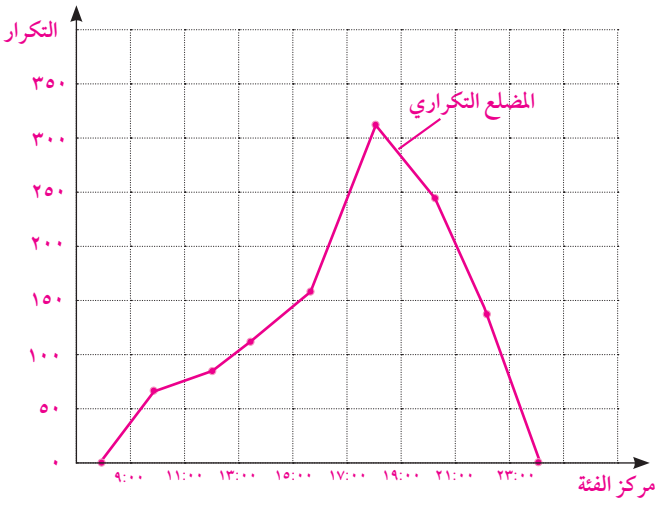
$\frac{٢}{٢٠} \times ٣٦٠° = ٣٦°$



(٣)

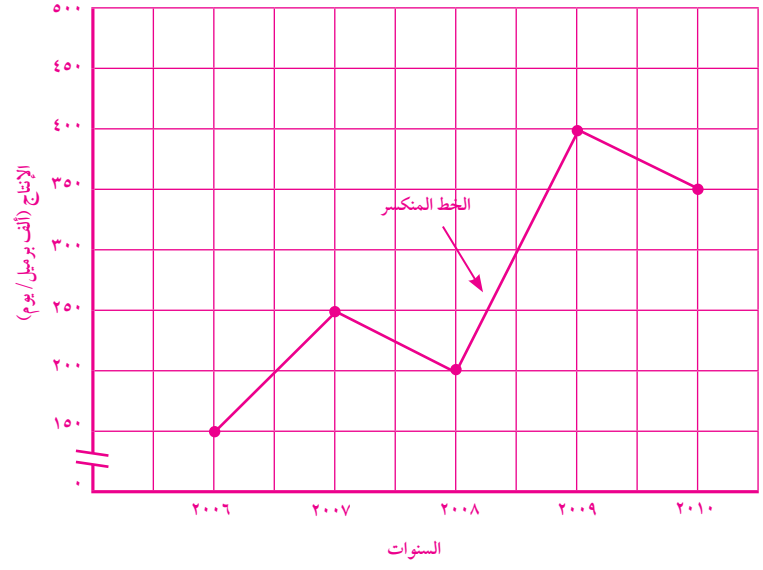


(٤)



الفئات	٦–	٧–	٨–	٩–	١٠–	١١–	١٢–	١٣–	١٤–	١٥–	المجموع
التكرار	٤	٦	٦	١٢	٤	٨	٤	٨	١٢	١٦	٨٠
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ٧	أقل من ٨	أقل من ٩	أقل من ١٠	أقل من ١١	اقل من ١٢	أقل من ١٣	أقل من ١٤	أقل من ١٥	أقل من ١٦	
التكرار المتجمع الصاعد	٤	١٠	١٦	٢٨	٣٢	٤٠	٤٤	٥٢	٦٤	٨٠	
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٦ فأكثر	٧ فأكثر	٨ فأكثر	٩ فأكثر	١٠ فأكثر	١١ فأكثر	١٢ فأكثر	١٣ فأكثر	١٤ فأكثر	١٥ فأكثر	
التكرار المتجمع النازل	٨٠	٧٦	٧٠	٦٤	٥٢	٤٨	٤٠	٣٦	٢٨	١٦	

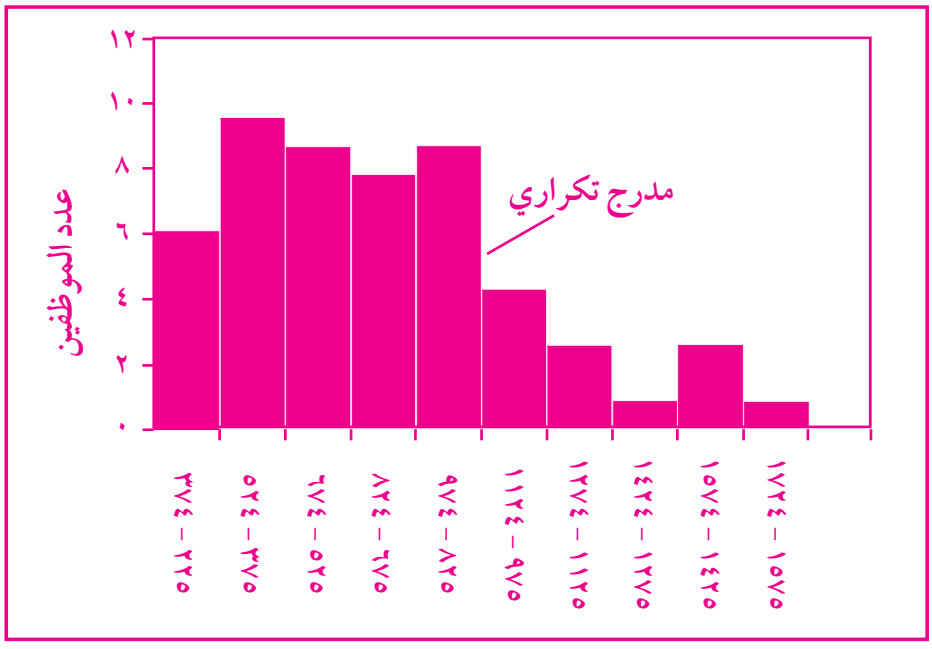
(٥)



من المتوقع أن تزداد كمية إنتاج زيت الوقود بعد سنة ٢٠١٠ إذا اعتمدنا النمطية المبينة في الخط المنكسر.

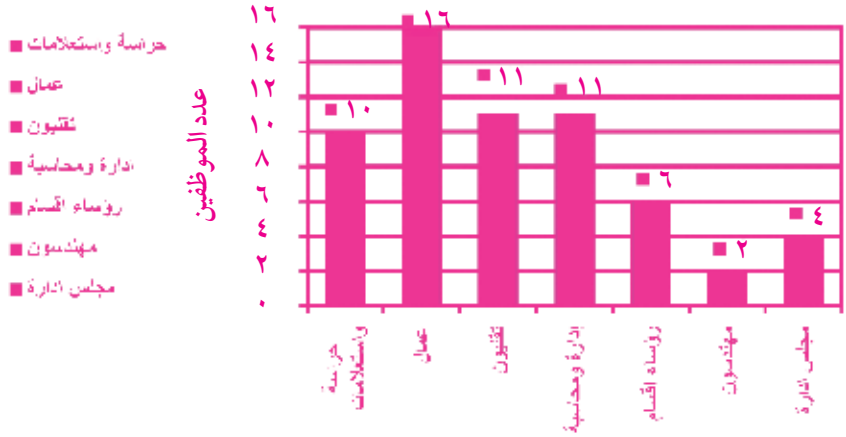
(٦) (أ) الجدول التكراري

الفئة	التكرار
٢٢٥-	٧
٣٧٥-	١١
٥٢٥-	١٣
٦٧٥-	١١
٨٢٥-	١٠
٩٧٥-	٤
١١٢٥-	٢
١٢٧٥-	١
١٤٢٥-	٠
١٥٧٥-	١



(ب) الجدول التكراري

الفئة	التكرار
٢٢٥-	١٠
٤٢٤-	١٦
٦٢٣-	١١
٨٢٢-	١١
١٠٢١-	٦
١٢٢٠-	٢
١٤١٩-	٤



البنود الموضوعية

(١) أ

(٢) ب

(٣) أ

(٤) د

(٥) جـ

(٦) د

(٧) ب

(٨) جـ

تمارين إثرائية

(١) (أ) ٦٢٥ – ٤٥٠ = ١٧٥ .

(ب) ١٧٥ ÷ ٢٥ = ٧ أي عدد الفئات يساوي ٧.

(جـ)

الفئة	٤٥٠–	٤٧٥–	٥٠٠–	٥٢٥–	٥٥٠–	٥٧٥–	٦٠٠–٦٢٥
علامات التكرار	/// ⧸⧸⧸	⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸ /	⧸⧸⧸	⧸⧸⧸ ///	⧸⧸⧸ //	///	⧸⧸⧸ ///
التكرار	٨	١١	٥	٨	٧	٣	٨
التكرار النسبي	$\frac{٨}{٥٠}$	$\frac{١١}{٥٠}$	$\frac{٥}{٥٠}$	$\frac{٨}{٥٠}$	$\frac{٧}{٥٠}$	$\frac{٣}{٥٠}$	$\frac{٨}{٥٠}$
النسبة المئوية للتكرار	١٦٪	٢٢٪	١٠٪	١٦٪	١٤٪	٦٪	١٦٪
مركز الفئة	٤٦٢,٥	٤٨٧,٥	٥١٢,٥	٥٣٧,٥	٥٦٢,٥	٥٨٧,٥	٦١٢,٥

(د) $\frac{٨}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦°$

$\frac{١١}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٧٩,٢°$

$\frac{٥}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٣٦°$

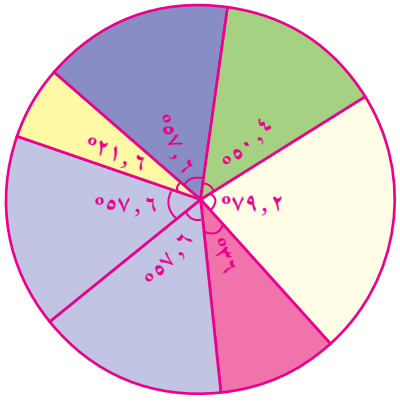
$\frac{٨}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦°$

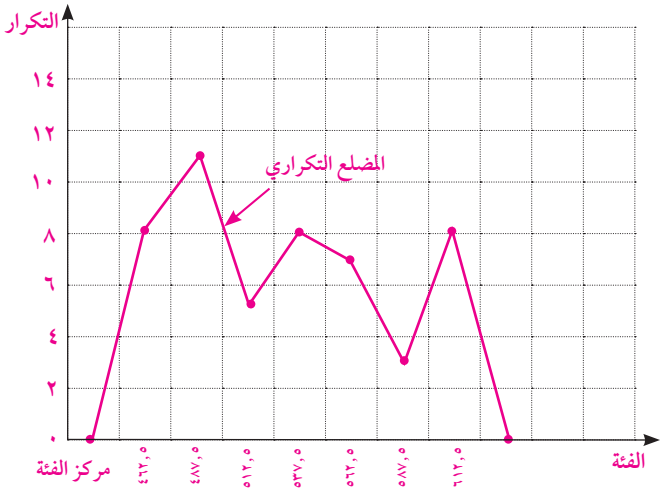
$\frac{٧}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٥٠,٤°$

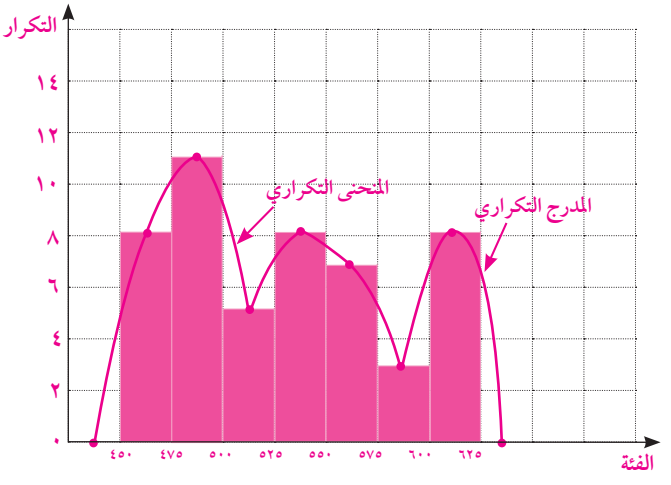
$\frac{٣}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٢١,٦°$

$\frac{٨}{٥٠} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦°$

التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية







(٢) (أ)

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
علامات التكرار	//// ////	////	//	//	///	//	//
التكرار	٩	٥	٢	٢	٣	٢	٢
النسبة المئوية للتكرار	٣٦٪	٢٠٪	٨٪	٨٪	١٢٪	٨٪	٨٪

(ب) $\frac{٩}{٢٥} \times ٣٦٠° = ١٢٩,٦°$

$\frac{٥}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٧٢°$

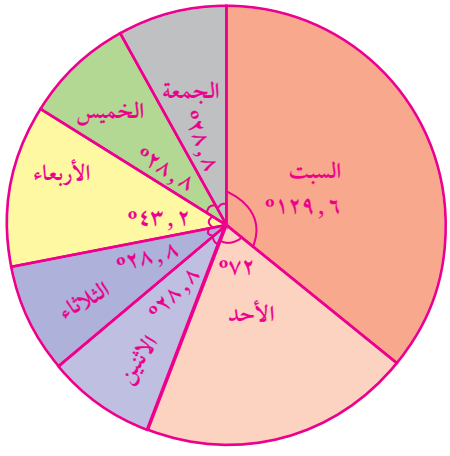
$\frac{٢}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٢٨,٨°$

$\frac{٢}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٢٨,٨°$

$\frac{٣}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٤٣,٢°$

$\frac{٢}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٢٨,٨°$

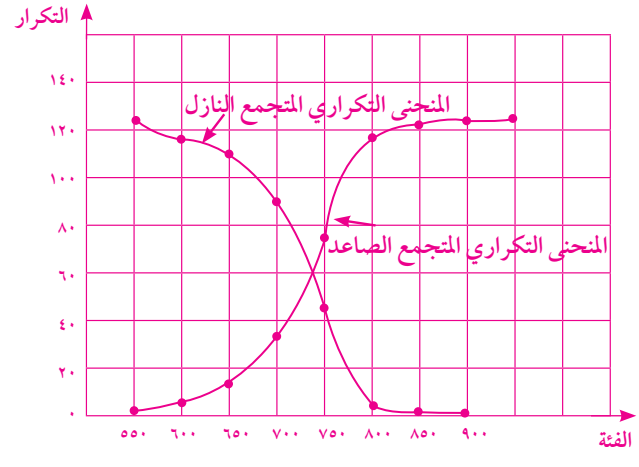
$\frac{٢}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٢٨,٨°$



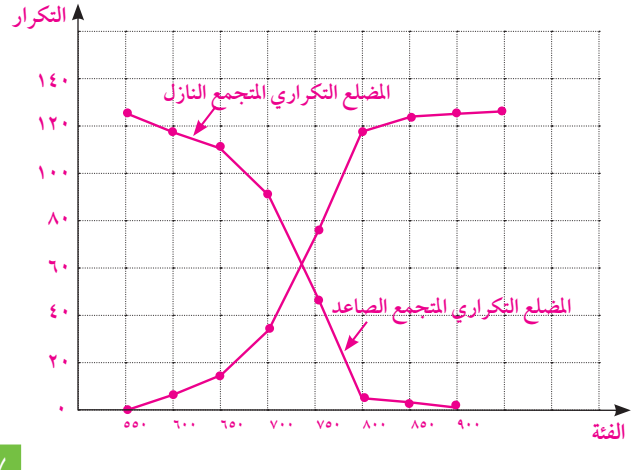
(٣) (أ)

الفئة	-٥٥٠	-٦٠٠	-٦٥٠	-٧٠٠	-٧٥٠	-٨٠٠	-٨٥٠	٩٠٠-٩٥٠
التكرار	٦	٨	٢٠	٤٠	٤٥	٣	٢	١
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ٦٠٠	أقل من ٦٥٠	أقل من ٧٠٠	أقل من ٧٥٠	أقل من ٨٠٠	أقل من ٨٥٠	أقل من ٩٠٠	أقل من ٩٥٠
التكرار المتجمع الصاعد	٦	١٤	٣٤	٧٤	١١٩	١٢٢	١٢٤	١٢٥
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٥٥٠ فأكثر	٦٠٠ فأكثر	٦٥٠ فأكثر	٧٠٠ فأكثر	٧٥٠ فأكثر	٨٠٠ فأكثر	٨٥٠ فأكثر	٩٠٠ فأكثر
التكرار المتجمع النازل	١٢٥	١١٩	١١١	٩١	٥١	٦	٣	١

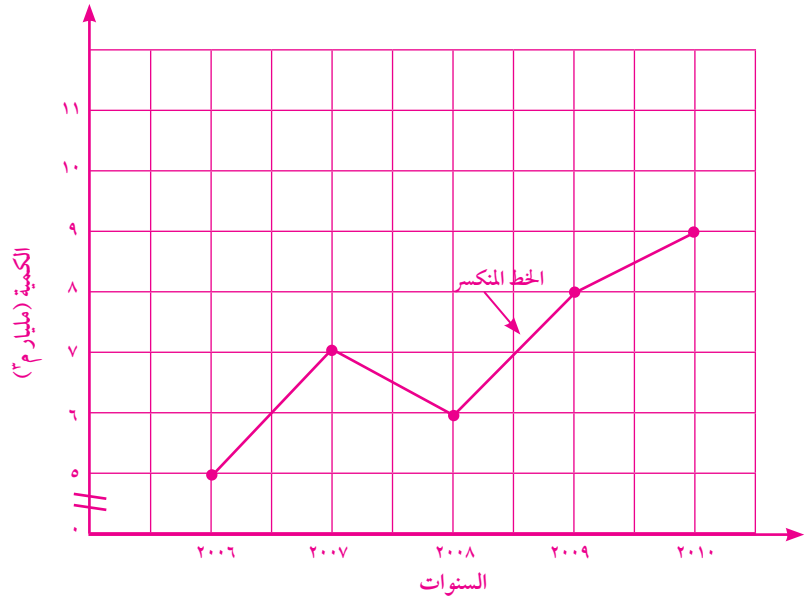
(ب)



(جـ)

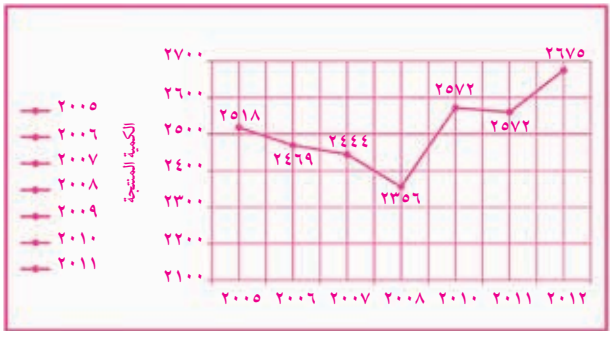


(٤)



من المتوقع أن يزداد تسويق هذه المادة بعد العام ٢٠١٠ م من قبل هذه الدولة.

(٥) (أ)



(ب)