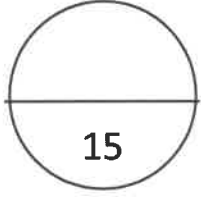


نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2022 / 2023 م



(7 درجات)

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول :

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d \frac{(x^2y^5)}{dx}$$

2

$$y' = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$$

1 + 1

$$y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$$

1

$$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$

$$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

1

$$y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$



تابع / السؤال الأول :

(b) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(8 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \cdot (1 + \cos x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{(1 - \cos^2 x)} \cdot (1 + \cos x) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\ &= (1)^2 \times \left(\lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\ &= 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$



السؤال الثاني :

(a) لتكن الدالة $f : f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

الحل :

(a) $\because f$ دالة كثيرة حدود

$\therefore f$ متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل $x \in R$ ،

نوجد النقاط الحرجة

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$$

$$3(x - 2)(x + 2) = 0 \rightarrow x = 2, x = -2$$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي : $(-2, 12), (2, -20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$	-2	2	∞
الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة f'	+++	---	+++	
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(2, \infty)$

ومتناقصة على الفترة $(-2, 2)$

(c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$.

والقيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$.

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

(7 درجات)

الحل :

1

f دالة متصلة عند $x = -2 \leftarrow (1)$

2

$$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$$

1

$g(x) = \sqrt{x}$, متصلة عند كل $x \in R^+$

1

$\therefore g$ دالة متصلة عند $x = 9$

1

أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ (2)

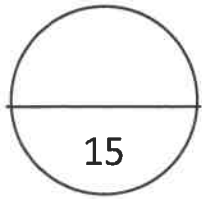
من (1), (2) نجد أن :

1

(gof) متصلة عند $x = -2$



السؤال الثالث :



(a) أوجد فترات التغير ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

(7 درجات)

الحل :

f : دالة كثيرة حدود

f : قابلة للاشتقاق على R

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$$

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$	
إشارة f''	---	+++	
بيان الدالة f	مقعراً لأسفل	مقعراً لأعلى	

بيان الدالة f مقعراً لأسفل على الفترة $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

بيان الدالة f مقعراً لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

نقطة الإنعطاف هي : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$



تابع: السؤال الثالث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases} \quad (b) \quad \text{لتكن الدالة } f$$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

الحل : مجال الدالة f هو : $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$

نفرض أن : $g(x) = x + 3$

g دالة كثيرة حدود متصلة على R

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$$

$\therefore f$ دالة متصلة على $(-\infty, -1]$ (1)

نفرض أن : $h(x) = \frac{4}{x + 3}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$

$$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$$

$\therefore f$ دالة متصلة على $(-1, \infty)$ (2)

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين .

$$f(-1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x + 3} = 2 \quad , \quad 0 \neq$$

$$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين (3)

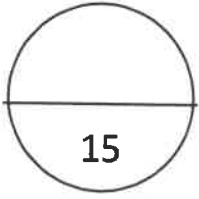
من (1), (2), (3)

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$

$\therefore f$ متصلة على R



السؤال الرابع :



(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة $(2, 1)$

(8 درجات)

الحل :

$$f'(x) = \frac{(4+x^2)(8)' - (8)(4+x^2)'}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(4+x^2)(0) - (8)(2x)}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-16 \times 2}{(4+4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$$

∴ ميل المماس يساوي $-\frac{1}{2}$

معادلة خط المماس $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$



تابع / السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 باستخدام مستوى ثقة 95%

- (1) أوجد هامش الخطأ .
- (2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .
- (3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الحل :

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الانحراف المعياري : $S = 4$

(1) $\therefore$ مستوى الثقة 95%

$$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$\therefore \sigma^2$ غير معلوم ، $n > 30$ ،

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$$

$$= 1.3066$$

$\therefore$ هامش الخطأ ≈ 1.3067

(2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$

$$(60 - 1.3067, 60 + 1.3067)$$

$$(58.6933, 61.3067)$$

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ($n = 36$) وحساب حدود فترة

الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$.

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \text{ يساوي :} \quad (4)$$

(a) 0 (b) ∞ (c) -2 (d) 2

(5) لتكن الدالة $g : g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \leq a \end{cases}$ متصلة عند $x = a$,

$a \in Z$ فإن a تساوي :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) إذا كانت $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن y' تساوي :

(a) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

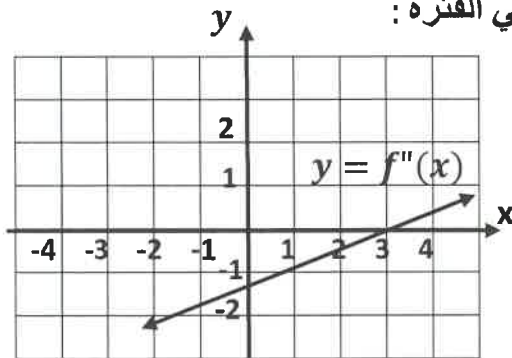
(b) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(d) $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعراً للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$

(b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$

(d) $(3, 5)$

(10) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) $6 \text{ cm}, 6 \text{ cm}$

(b) $12 \text{ cm}, 3 \text{ cm}$

(c) $9 \text{ cm}, 4 \text{ cm}$

(d) $18 \text{ cm}, 2 \text{ cm}$

انتهت الأسئلة



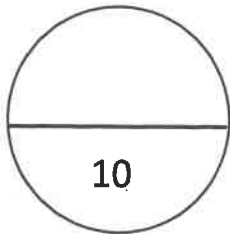
جدول إجابة البنود الموضوعية



(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



لكل بند درجة واحدة



الدرجة: