

نموذج اختبار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و ٥ دقيقة
عدد الصفحات: ١١ صفحات

دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية
توجيه رياضيات حولي

نموذج امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي (رقم ١)
للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

القسم الأول – الأسئلة المقالية
تتبع الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (١٥ درجة)
(a) أوجد

(٨ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$$

-- الحل --

تابع السؤال الأول:

(٧ درجات)

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$
ابحث اتصال الدالة: $g \circ f$ عند: $x = -2$.

-- الحل --

السؤال الثاني: (١٥ درجة)
(a) أوجد

(٨ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

-- الحل --

تابع السؤال الثاني:

(٧ درجات)

$$(b) \text{ لتكن الدالة: } f \text{ حيث: } \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases} f(x)$$

أوجد إن أمكن عند $f'(-1)$

-- الحل --

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

(٨ درجات)

(a) لمنحنى الذي معادلته: $x^2 + 2xy - y^2 = 7$

أوجد معادلة المماس عند النقطة (2, 3)

-- الحل --

تابع السؤال الثالث:

(b) تعطي الدالة: $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة الارتفاع h cm (٧ درجات)

(١) أوجد الارتفاع h للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.

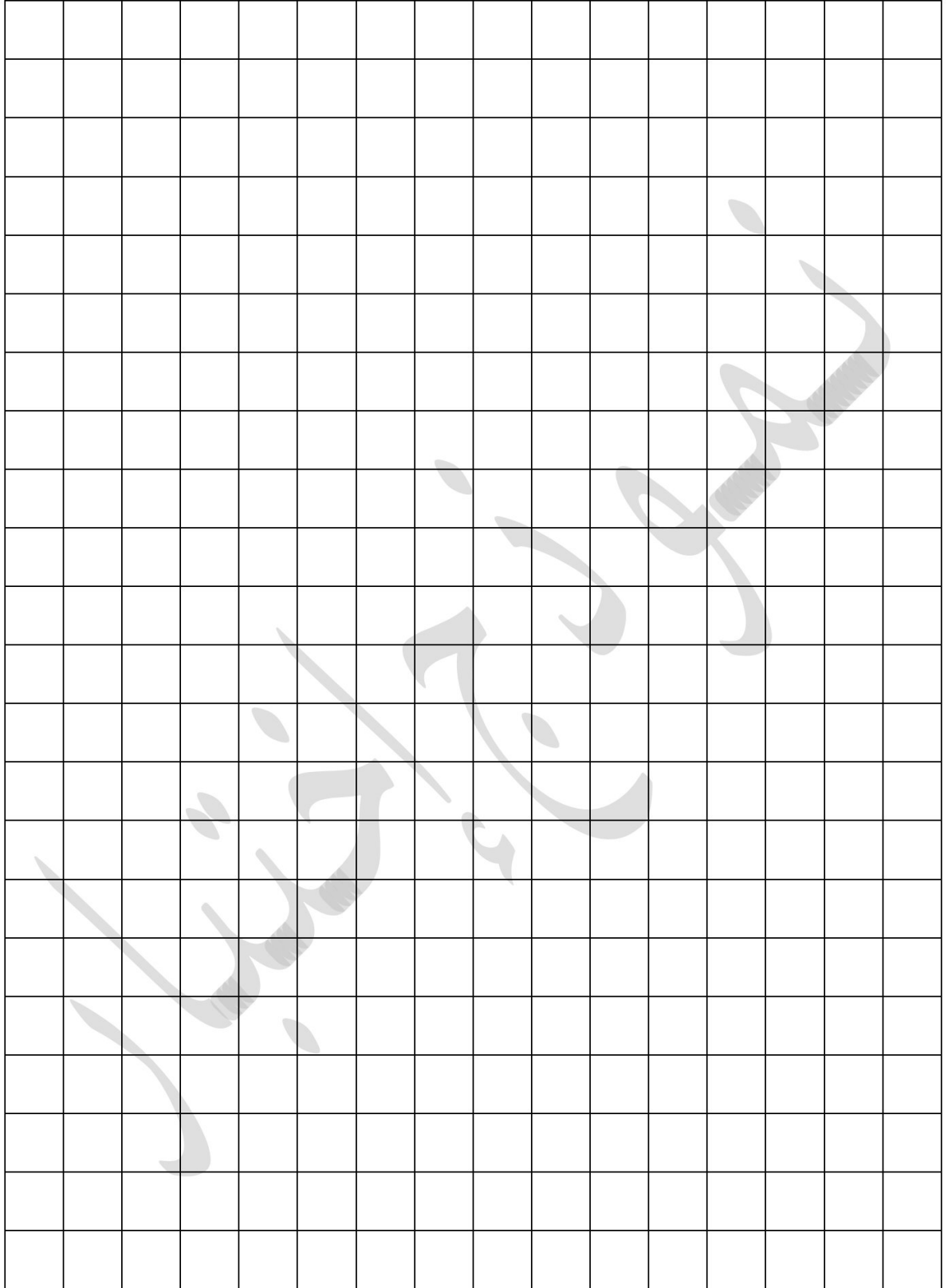
(٢) ما قيمة هذا الحجم؟

-- الحل --

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها (٨ درجات)

-- الحل --



تابع السؤال الرابع:

- (b) في دراسة لعدة في ساعات استخدام الحاسوب أخذت عينة من ١٠٠ شخص يعملون (٧ درجات)
في مختلف المجالات فوجد أن المتوسط الحسابي لعدد ساعات استخدام الحاسوب هو: $\bar{x} = 4.5$
والانحراف المعياري هو: $s = 1$ ، اختبر الفرض: إذا كان متوسط عدد الساعات للمجتمع
هو: $\mu = 5$ مقابل الفرض البديل: $\mu \neq 5$ عند مستوى المعنوية يساوي: $\alpha = 0.05$.
-- الحل --

القسم الثاني - الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل في ورقة الإجابة a○, إذا كانت العبارة صحيحة. b○, إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) الدالة f حيث: $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$ ، متصلة عند: $x = -2$ (a) (b)

(٢) الدالة g حيث: $g(x) = x|x|$ ، غير قابلة للاشتقاق: $\forall x \in \mathbb{R}$ (a) (b)

(٣) الدالة h حيث: $h(x) = |3x - 5|$ ، لها قيمة حرجة عند: $x = 5$ (a) (b)

ثانياً: في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(٤) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 5 \sin^2(x)}{3x^2}$ (a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

(٥) ميل مماس منحنى الدالة: $y = x^2 + 5x$ ، عند $x = 3$ يساوي (a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8

(٦) إذا كانت الدالة f كثيرة حدود والنقطة $(c, f(c))$ نقطة انعطاف، فإن (a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(٧) إذا كانت: g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ في ما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$
(c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

(٨) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos(x)}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $-\frac{x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$ (b) $\frac{1+\cos(x)-x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$
- (c) $\frac{1+\cos(x)-x \sin(x)}{1+\cos^2(x)}$ (d) $\frac{1+\cos(x)+x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$

(٩) لتكن الدالة f حيث $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

- (a) لمنحنى الدالة f قيمة عظمى محلية
(b) لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف
(c) منحنى الدالة f مقعر للأعلى
(d) لمنحنى الدالة f قيمة صغرى محلية

(١٠) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة

95% وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي

- (a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	(a)	(b)		
(٢)	(a)	(b)		
(٣)	(a)	(b)		
(٤)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٥)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٦)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٧)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٨)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٩)	(a)	(b)	(c)	(d)
(١٠)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة



دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول (الفترة الدراسية الأولى) للصف الثاني عشر للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤

نموذج (رقم ٢)

المجال الدراسي: الرياضيات والإحصاء للصف الثاني عشر - القسم العلمي الزمن: ساعتان وخمس وأربعون

أولا الأسئلة المقالية:

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

(a) أوجد

تابع السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

(b) أوجد

السؤال الثاني:

(a) الدالة f معرفة كما يلي: $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & : x \leq 7 \\ \frac{9}{-x + 4} & : x > 7 \end{cases}$ ، ادرس اتصال الدالة على مجالها

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد معادلة المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 + 2xy - y^2 = 7$ عند النقطة $(2, 3)$

السؤال الثالث:

(a) أوجد المشتقة إن أمكن للدالة المتصلة f حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

تابع السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

السؤال الرابع:

(a) مجموع عددين غير سالبين هو 20 أوجد العددين إذا كان مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت $n = 80$ ، $\bar{X} = 37.2$ ، $S = 1.79$
اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية

(١٠ درجات) - لكل بند درجة واحدة فقط

في البنود من (١) الى (٣): ظلل الدائرة (a) للعبارة الصحيحة، ظلل الدائرة (b) للعبارة الخاطئة:

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty \quad (1)$$

(a) (b)

$$(2) \text{ إذا كانت } y = \cos(\sqrt{3}x) \text{ فإن } \frac{dy}{dx} = \sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x)$$

(a) (b)

$$(3) \text{ الدالة } g : g(x) = x^2 - x - 3 \text{ متزايدة على الفترة } \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$$

في البنود من (٤ - ١٠) لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} = \quad (4)$$

(a)

3

(b)

9

(c)

0

(d)

∞

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a)

$$\frac{1}{|x-2|}$$

(b)

$$\sqrt{x-2}$$

(c)

$$\frac{|x-2|}{x-2}$$

(d)

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$$

(6) إذا كانت: $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي:

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة (0 , 2) هو:

(a) 3

(b) 1

(c) 2

(d) 0

(8) إذا كانت $f' = -3x$ فإن الدالة f :

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في $(-1, 1)$

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = -x^2$

(c) $f(x) = -x^3$

(d) $f(x) = x|x|$

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع احصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي:

(a) 56.34

(b) 62.96

(c) 66.15

(d) 6.62

جدول إجابة البنود الموضوعية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول للصف الثاني عشر علمي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

رقم البند	الإجابة			
1	☐ a	☐ b		
2	☐ a	☐ b		
3	☐ a	☐ b		
4	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
5	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
6	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
7	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
8	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
9	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
10	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d

(انتهت الأسئلة)

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 10 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

التوجيه الفني للرياضيات منطقة حولي

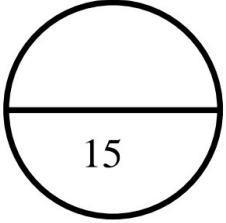
العام الدراسي : 2023 \ 2024

المجال الدراسي : الرياضيات

نموذج امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى - الصف الثاني عشر علمي (رقم 3)

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها



15

8 درجات

السؤال الأول : (a) أوجد أن أمكن : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$

الحل :

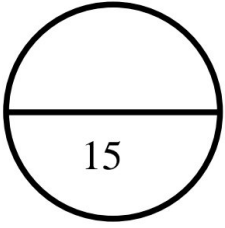
تابع : نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)

تابع السؤال الأول :

(a) أوجد $y/$ للمنحني الذي معادلة $y^2 + \sqrt{y} + x^2 = 0$ 7 درجات

الحل :

السؤال الثاني :



8 درجات

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x}$$

(a) أوجد أن أمكن :

الحل

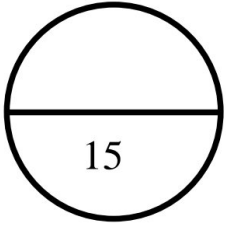
تابع : نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)

السؤال الثاني :

(b) أبحث اتصال الدالة $f(x) = |\sqrt{x-3}|$ عند $x = 4$

7 درجات

الحل :



(a) أدرس اتصال الدالة علي

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} & : x \leq 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases} \quad \text{على مجالها,}$$

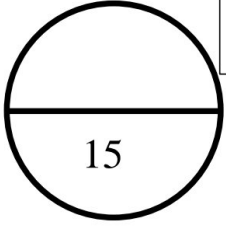
الحل

(b) إذا كانت

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} \quad . \quad g(x) = \sqrt{x}$$

أوجد معادلة الناظم (العمودي) عند $x = 1$

الحل



5 درجات

السؤال الرابع :

(a) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 50$

ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 32$ وانحرافها المعياري $S^2 = 49$

بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ 0

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ 0

الحل

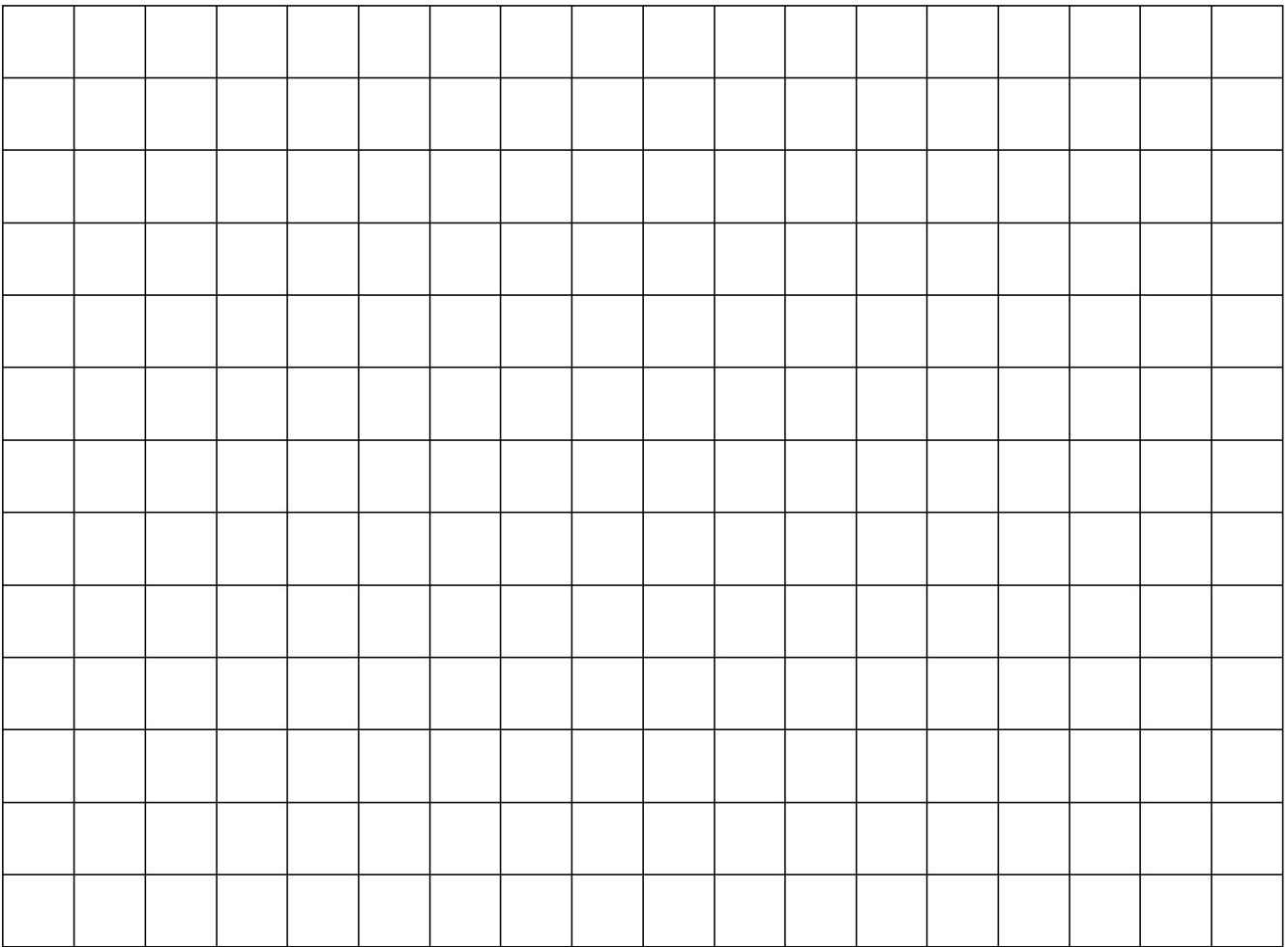
تابع : نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)

10 درجات

تابع السؤال الرابع :

(b) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = x - 4x^3$

الحل



تابع : نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)
ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود من (1) الى (3) : عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة الصحيحة ،
إذا كانت العبارة الخاطئة : (b)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2}$

(a)

(b)

(a)

(b)

(2) إذا كانت $y = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

(a)

(b)

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته 16 cm^2 هو 16 cm

ثانيًا : في البنود من (4) الى (10) : لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة

الإجابة

رمز الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

(5) الدالة $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b) $(5, \infty)$

(c) $\mathbb{R}$

(d) $(-5, 5)$

(6) ميل المماس عند النقطة $A(1, 1)$ على المنحني : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو

(دينارًا) $\mu = 320$ تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلًا من هذه المدينة

(دينارًا) $\bar{x} = 310$ مع انحراف معياري $S = 40$ إن مقياس الإحصائي هو :

☐ a 1.25

☐ b -1.25

☐ c 0.8

☐ d -0.8

(8) لتكن الدالة $f : \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3 \cdot x \neq 0$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

☐ a $\frac{x^2}{x-3} + 3$

☐ b $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

☐ c $\frac{-(x^2+3)}{x}$

☐ d $\frac{x^2+3}{|x|}$

(9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+3}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

☐ a -1

☐ b 1

☐ c $\frac{1}{2}$

☐ d $-\frac{1}{2}$

(10) أن معادلة المماس للدالة $f : y = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي

☐ a $y = x - 16$

☐ b $y = -x + 16$

☐ c $y = -x - 13$

☐ d $y = -x - 16$

" أنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

قوانين

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (t \text{ التوزيع})$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$

نموذج تجريبي للصف الثاني عشر علمي في مادة الرياضيات (رقم 4)

الفصل الدراسي الأول
2023-2024 م

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

أولاً: (اسئلة المقال)

(أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول:-

(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل:

السؤال الثاني:

(a)

لتكن $f(x) = \sqrt{9-x^2}$:

ادرس اتصال الدالة f على $[-3,3]$

الحل:

تابع: السؤال الثاني:-

(b) لتكن الدالة f

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$

السؤال الثالث:-

(a) لتكن $y = u^3 - 3u + 1$, $u = 5x^2 + 2$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل .
الحل:

تابع: السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

وارسم بيانها

الحل:

السؤال الرابع:

(a) أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

تابع- السؤال الرابع

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$ وانحرافها المعياري $s = 9$ باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2). أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاخصائي μ

الحل:

ثانياً: الأسئلة الموضوعية :

أولاً: في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) وإذا كانت العبارة خاطئة

(b) (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$ (1)

(b) (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{|x| - 3} = 2$ (2)

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ في دراسة لعينة عشوائية تبين أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $s = 5000$ إذا كان المقياس الاحصائي $t = 2$ فإن حجم العينة $n = 25$ (b) (a)

في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة , ظلل في ورقة الإجابة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها:

(4) إذا كان القرار رفض العدم، وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(5) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(6) اذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f'(x)$ تساوي

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(7) اذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

(a) $\sec^2(2-\theta)$

(b) $-\sec^2(2-\theta)$

(c) $\sec^2(\theta+2)$

(d) $\sec(2-\theta)$

(8) للدالة $f: \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x=0$

(b) $y=0$

(c) $x=1$

(d) $y=1$

$$(9) \quad \text{الدالة } g : g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x > 1 \\ 3x & : x \leq 1 \end{cases} \text{ متصلة على}$$

$$(a) (-\infty, 1], (1, \infty)$$

$$(b) (-\infty, 1), [1, \infty)$$

$$(c) (-\infty, \infty)$$

$$(d) [-\infty, 3]$$

(10) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = a$ ، $a \in \mathbb{Z}$ وكانت

$$g(x) = \begin{cases} x + 1 & : x > a \\ 3 - x & : x \leq a \end{cases} \Rightarrow a =$$

$$(a) -1$$

$$(b) 1$$

$$(c) 0$$

$$(d) 2$$

تابع امتحان الفصل الدراسي الاول – للصف الثاني عشر علمي (الرياضيات) – العام الدراسي
2023 – 2024م

جدول أجابات البنود الموضوعية

الإجابة				رقم البند
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	1
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	2
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	3
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	4
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	5
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	6
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	7
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	8
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	9
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	10

نموذج اختبار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و ٥ دقيقة
عدد الصفحات: ١١ صفحات
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي (رقم ١)
للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية
توجيه رياضيات حولي
حل نموذج

القسم الأول - الأسئلة المقالية
تراعى الحلول الأخرى فى جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (١٥ درجة)
(a) أوجد

(٨ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}}$$

-- الحل --

١

$$f(x) = \frac{2x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 6}} = \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2})}}$$

١

$$= \frac{2x - 3}{|x|\sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}} \quad (x \rightarrow \infty, |x| = x)$$

١+١

$$= \frac{x(2 - \frac{3}{x})}{x\sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}} = \frac{2 - \frac{3}{x}}{\sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}} : x \neq 0$$

١

شرط الجذر

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 4 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{x^2} = 4 + 0 + 0 = 4 > 0$$

١/٢

شرط المقام

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}\right)} = \sqrt{4} = 2 \neq 0$$

١+١

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{\sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{3}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}}$$

١/٢

$$= \frac{2 - 0}{2} = 1$$

تابع السؤال الأول:

(٧ درجات)

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة: gof عند: $x = -2$.

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود متصلة عند $x = -2$... (١)

١

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

١

نبحث اتصال الدالة: $g(x) = \sqrt{x+4}$ عند $x = 5$

نفرض أن $g(x) = \sqrt{h(x)}$

$$h(x) = x + 4$$

١

الدالة h كثيرة الحدود متصلة عند $x = 5$

١

$$h(5) = (5) + 4 = 9 , 9 > 0$$

١

إذن الدالة: $g(x) = \sqrt{x+4}$ متصلة عند $x = 5$... (٢)

١

من (١) و (٢)

إذن الدالة: gof متصلة عند $x = -2$

١

السؤال الثاني: (١٥ درجة)
(a) أوجد

(٨ درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

-- الحل --

عند التعويض عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

١ $\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \cdot \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$

١ $= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$

١ $= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1} : x \neq 2$

١ شرط
الجزر $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 2(2)-3 = 1, 1 > 0$

١ شرط
المقام $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} (1)$

١ $= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + \lim_{x \rightarrow 2} (1) = \sqrt{1} + 1 = 2, 2 \neq 0$

١ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (2)}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)}$

١ $= \frac{2}{2} = 1$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة: f حيث: $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$ (٧ درجات)

أوجد إن أمكن عند $f'(-1)$

-- الحل --

$\frac{1}{2}$ $f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 0$

$\frac{1}{2}$ $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - x - 2 - 0}{x + 1}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x - 2)(x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x - 2) : x \neq -1$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow -1^+} (x - 2) = (-1) - 2 = -3$

$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x - 0}{x + 1}$

$\frac{1}{2}$ $= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x) : x \neq -1$

$\frac{1}{2}$ $= -1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$

$\frac{1}{2}$ $f'(-1)$ غير موجودة

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

(٨ درجات)

(a) لمنحنى الذي معادلته: $x^2 + 2xy - y^2 = 7$

أوجد معادلة المماس عند النقطة (2, 3)

-- الحل --

الاشتقاق ضمناً بالنسبة لـ x

☐ $2x + 2xy' + 2y - 2yy' = 0$

☐ $2xy' - 2yy' = -2x - 2y$

☐ $y'(2x - 2y) = -2x - 2y$

☐ $y' = \frac{-2x - 2y}{2x - 2y}$

☐ $y' = \frac{-x - y}{x - y}$

☐ $y'|_{(2,3)} = \frac{-2 - 3}{2 - 3} = 5$

☐ معادلة خط المماس للمنحنى عند النقطة $(0f(0))$ هي $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

☐ $y - 3 = 5(x - 2)$

$y - 3 = 5x - 10$

☐ $y = 5x - 7$

تابع السؤال الثالث:

- (b) تعطي الدالة: $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة الارتفاع h cm (٧ درجات)
- (١) أوجد الارتفاع h للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.
- (٢) ما قيمة هذا الحجم؟

-- الحل --

$$V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h) : h \in (0, \infty)$$

١ $V'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$

لإيجاد النقط الحرجة : $V'(h) = 0$

١ $2\pi(-3h^2 + 36) = 0$

١ $-3h^2 + 36 = 0$

$$-3h^2 = -36$$

$$h^2 = 12$$

$$h = \pm 2\sqrt{3}$$

١ $h = 2\sqrt{3} \in (0, \infty)$, $h = -2\sqrt{3} \notin (0, \infty)$

١ $V''(h) = 2\pi(-6h)$

١/٢ $V''(2\sqrt{3}) = 2\pi(-6(2\sqrt{3})) \cong -130.6 < 0$

أكبر حجم للأسطوانة عندما: $h = 2\sqrt{3}$ cm

أكبر حجم للأسطوانة يساوي

١ $V(2\sqrt{3}) = 2\pi(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}))$

١/٢ $\cong 522.37 \text{ cm}^3$

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها (٨ درجات)

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$
النهايات عند الحدود المفتوحة:

١/٢ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = \infty$

١/٢ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = -\infty$

النقط الحرجة

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالها

١/٢ $f'(x) = -3x^2 - 3$

١/٢ $f'(x) = 0$

$-3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow f'(x) \neq 0$

١/٢

لا توجد نقاط حرجة

جدول إشارة f'

١/٢

x	$-\infty$		∞
إشارة f'	-	-	-
سلوك f	↘	↘	↘

١/٢

الدالة متناقصة على $(-\infty, \infty)$

جدول إشارة f''

١/٢

$f''(x) = -6x$

١/٢

$f''(x) = 0 \rightarrow -6x = 0 \rightarrow x = 0$

١/٢

$f(0) = -(0)^3 - 3(0) = 0$

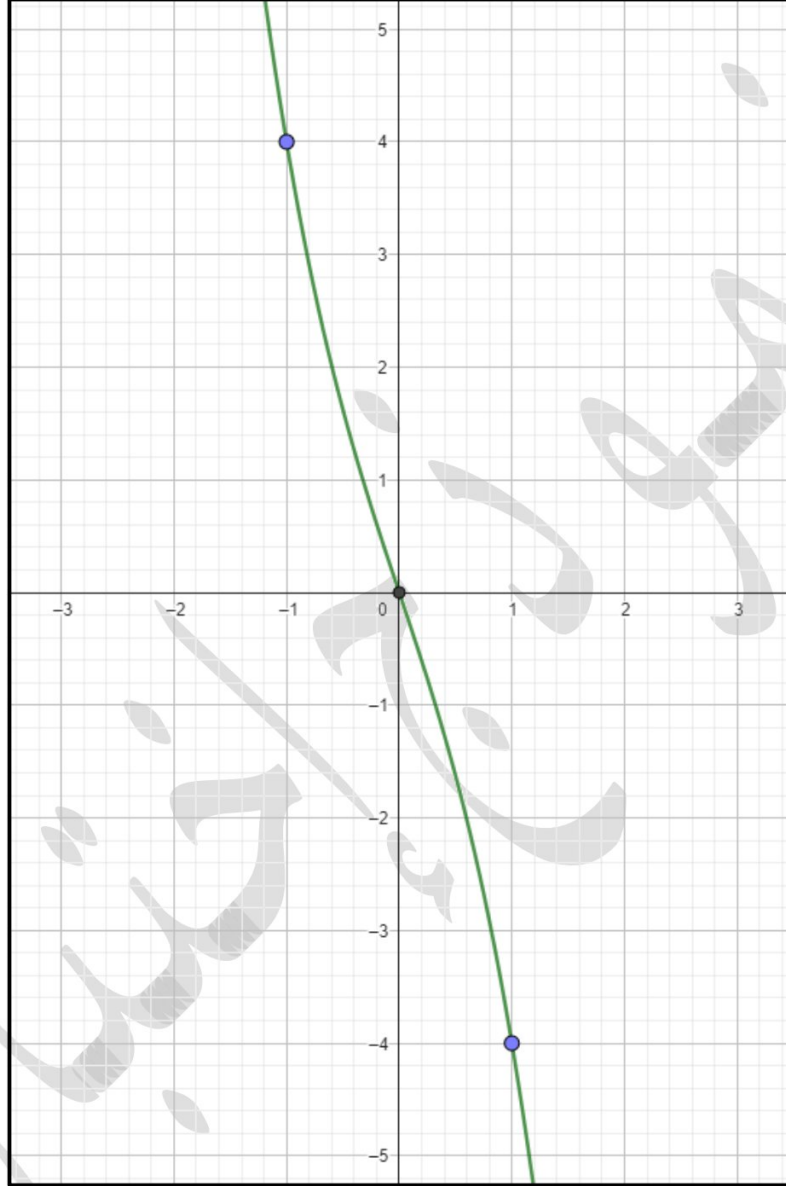
١/٢

x	$-\infty$	0	∞
إشارة f''	+	+	-
سلوك f	∪		∩

١/٢

إذن النقطة $(0, 0)$ نقطة إنعطاف

x	-2	-1	0	1	2
y	14	4	0	-4	-14



تابع السؤال الرابع:

(b) في دراسة لعدة في ساعات استخدام الحاسوب أخذت عينة من ١٠٠ شخص يعملون (٧ درجات)

في مختلف المجالات فوجد أن المتوسط الحسابي لعدد ساعات استخدام الحاسوب هو: $\bar{x} = 4.5$

والانحراف المعياري هو: $s = 1$ ، اختبر الفرض: إذا كان متوسط عدد الساعات للمجتمع

هو: $\mu = 5$ مقابل الفرض البديل: $\mu \neq 5$ عند مستوى المعنوية يساوي: $\alpha = 0.05$.

-- الحل --

١/٢ $\alpha = 0.05$, $\bar{x} = 4.5$, $\mu = 5$

(١) صياغة الفرض.

١ $H_0 : \mu = 5$ مقابل $H_1 : \mu \neq 5$

(٢) σ غير معلومة ، $n = 100 > 30$

التباين الإحصائي:

٢ $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{4.5 - 5}{\frac{1}{\sqrt{100}}} = -5$

(٣) تحديد مستوى المعنوية:

$$\alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

١ $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

(٤) منطقة القبول: $(-1.96, 1.96)$

(٥) اتخاذ القرار: $-5 \notin (-1.96, 1.96)$

١/٢ القرار: نرفض فرض العدم: $H_0 : \mu = 5$

القسم الثاني - الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل في ورقة الإجابة $a \bigcirc$ ، إذا كانت العبارة صحيحة. $b \bigcirc$ ، إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) الدالة f حيث: $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$ ، متصلة عند: $x = -2$ (a) (b)

(٢) الدالة g حيث: $g(x) = x|x|$ ، غير قابلة للاشتقاق: $\forall x \in \mathbb{R}$ (a) (b)

(٣) الدالة h حيث: $h(x) = |3x - 5|$ ، لها قيمة حرجة عند: $x = 5$ (a) (b)

ثانياً: في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(٤) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 5 \sin^2(x)}{3x^2}$ (a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

(٥) ميل مماس منحنى الدالة: $y = x^2 + 5x$ ، عند $x = 3$ يساوي (a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8

(٦) إذا كانت الدالة f كثيرة حدود والنقطة $(c, f(c))$ نقطة انعطاف، فإن (a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(٧) إذا كانت: g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ في ما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$
(c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

(٨) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos(x)}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

- (a) $-\frac{x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$ (b) $\frac{1+\cos(x)-x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$
- (c) $\frac{1+\cos(x)-x \sin(x)}{1+\cos^2(x)}$ (d) $\frac{1+\cos(x)+x \sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$

(٩) لتكن الدالة f حيث $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

- (a) لمنحنى الدالة f قيمة عظمى محلية
(b) لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف
(c) منحنى الدالة f مقعر للأعلى
(d) لمنحنى الدالة f قيمة صغرى محلية

(١٠) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة

95% وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي

- (a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	(a)	(b)		
(٢)	(a)	(b)		
(٣)	(a)	(b)		
(٤)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٥)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٦)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٧)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٨)	(a)	(b)	(c)	(d)
(٩)	(a)	(b)	(c)	(d)
(١٠)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة



دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول (الفترة الدراسية الاولى) للصف الثاني عشر للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤

نموذج (رقم ٢)

المجال الدراسي: الرياضيات والإحصاء للصف الثاني عشر - القسم العلمي الزمن: ساعتان وخمس وأربعون

أولا الأسئلة المقالية:

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

(a) أوجد

الحل: عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{2x-3-1}{(x-2) \times (\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \frac{2(x-2)}{(x-2) \times (\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$= \frac{2}{(\sqrt{2x-3}+1)} \quad , x \neq 2$$

نتحقق أن نهاية ما تحت الجذر أكبر

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 2 \times 2 - 3 = 1 : 1 > 0$$

نتحقق أن نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1$$

$$= 1 + 1 = 2 , 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

تابع السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

(b) أوجد

الحل:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(3 - \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{9}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(3 - \frac{5}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(3 - \frac{5}{x}\right)}{-x \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} \quad : \text{عندما } x < 0 \text{ يكون } |x| = -x$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} \quad \text{يشترط } x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-3 + \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = -3 + 0 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x^2} = 1 - 0 = 1, 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-3 + \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = \frac{-3}{1} = -3$$

السؤال الثاني:

(a) الدالة معرفة كما يلي: $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & : x \leq 7 \\ \frac{9}{-x + 4} & : x > 7 \end{cases}$ ، ادرس اتصال الدالة على مجالها

الحل:

مجال الدالة f هو $D_f = (-\infty, 7] \cup (7, \infty) = \mathbb{R}$

ندرس اتصال الدالة f على مجالها

$$g(x) = -x + 4$$

نفرض

g كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

$$\because f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, 7]$$

(1)

$\therefore f$ متصلة على $(-\infty, 7]$

$$h(x) = \frac{9}{-x+4}$$

نفرض

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$$\because f(x) = h(x) \quad \forall x \in (7, \infty)$$

(2)

$\therefore f$ متصلة على $(7, \infty)$

ندرس اتصال الدالة f عند $x = 7$ من جهة اليمين

$$f(7) = -7 + 4 = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{9}{-x+4} = \frac{9}{-7+4} = -3 \quad : -7 + 4 = -3 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = f(7)$$

(3)

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = 7$ من جهة اليمين

من (1) ، (2) ، (3)

الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$ $\therefore$ الدالة f متصلة على مجالها

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد معادلة المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 + 2xy - y^2 = 7$ عند النقطة $(2, 3)$

الحل:

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x

$$2x + 2xy' + 2y - 2yy' = 0$$

$$y'(2x - 2y) = -2x - 2y$$

$$y' = \frac{-2(x + y)}{2(x - y)} = \frac{-(x + y)}{x - y} = \frac{x + y}{y - x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} \big|_{(2,3)} = \frac{2 + 3}{3 - 2} = 5$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(2, 3)$ هو 5

∴ معادلة المماس هي:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 3 = 5(x - 2)$$

$$y = 5x - 10 + 3$$

∴ المعادلة المطلوبة هي: $y = 5x - 7$

السؤال الثالث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

(a) أوجد المشتقة ان أمكن للدالة المتصلة f حيث:

الحل:

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R} \quad \text{مجال الدالة:}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{تبحث} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)} : x \neq 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1) = 1 + 1 = 2$$

$$\therefore f'_-(1) = 2$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} : x \neq 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 1^+} x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$f'_+(1) = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} 2}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{2} = 1 \quad \because f'_+(1) \neq f'_-(1) \therefore f'(1) \text{ غير موجودة}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x : x < 1 \\ \text{غير موجودة} : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} : x > 1 \end{cases}$$

تابع السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$$

$$\text{نضع } f'(x) = 0$$

$$3(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x = 1, x = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

نقطتان حرجتان $(1, 2), (-1, 6)$ ∴

	$-\infty$	-1	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	+	-	+	
سلوك الدالة f	↗	↘	↗	

نكون جدول دراسة إشارة f'

الدالة متزايدة على كل من الفترة $(1, \infty)$ والفترة $(-\infty, -1)$ ومتناقصة على الفترة $(-1, 1)$

نكون جدول إشارة f''

$$f''(x) = 6x$$

$$\text{نضع } f''(x) = 0$$

$$6x = 0, x = 0, f(0) = 4$$

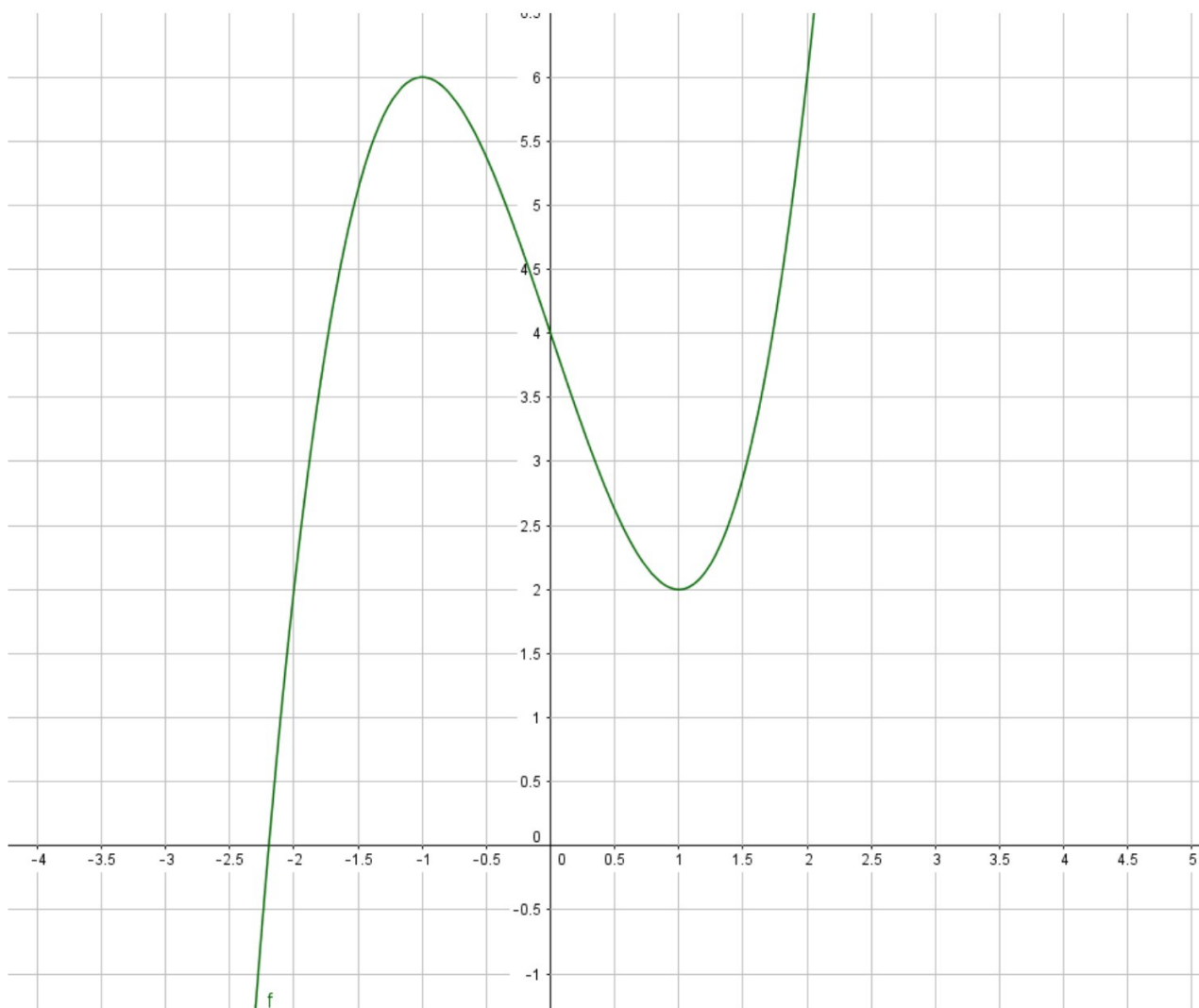
	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة f''	-	+	
التقعر	∩	∪	

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$ ومقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$

(0, 4) نقطة انعطاف

نقاط إضافية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22



٧

السؤال الرابع:

(a) مجموع عددين غير سالبين هو 20 أوجد العددين إذا كان مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن

الحل:

نفرض أحد العددين x حيث $0 \leq x \leq 20$

العدد الآخر هو $20 - x$

مجموع مربعيهما هو $g(x) = x^2 + (20 - x)^2$

$$= x^2 + 400 - 40x + x^2$$

$$= 2x^2 - 40x + 400$$

$$g'(x) = 4x - 40$$

$$g'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$4x - 40 = 0 \quad \therefore x = 10$$

توجد نقطة حرجة $(10, g(10))$

$$g''(x) = 4, 4 > 0$$

$\therefore g(10)$ قيمة صغرى مطلقة عند $x = 10$

$\therefore$ العدد الأول هو $x = 10$

العدد الثاني هو $20 - 10 = 10$

$\therefore$ العددان هما 10 ، 10

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت $n = 80$ ، $\bar{X} = 37.2$ ، $S = 1.79$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل:

(1) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 37$ مقابل $H_1: \mu \neq 37$

(2) σ غير معلومة، $n > 30$ $\therefore$

نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$ $\therefore \frac{\alpha}{2} = 0.025$ ، $\alpha = 0.05$

(4) منطقة القبول هي: $(-1.96 , 1.96)$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي: $\therefore 0.999 \in (-1.96 , 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض عدم $\mu = 37$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية

(١٠ درجات) - لكل بند درجة واحدة فقط

في البنود من (١) الى (٣): ظلل الدائرة (a) للعبارة الصحيحة، ظلل الدائرة (b) للعبارة الخاطئة:

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty \quad (1)$$

(a) (b)

$$(2) \text{ إذا كانت } y = \cos(\sqrt{3}x) \text{ فإن } \frac{dy}{dx} = \sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x)$$

(a) (b)

$$(3) \text{ الدالة } g : g(x) = x^2 - x - 3 \text{ متزايدة على الفترة } \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$$

في البنود من (٤ - ١٠) لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} = \quad (4)$$

(a)

3

(b)

9

(c)

0

(d)

∞

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a)

$$\frac{1}{|x-2|}$$

(b)

$$\sqrt{x-2}$$

(c)

$$\frac{|x-2|}{x-2}$$

(d)

$$\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$$

(6) إذا كانت: $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي:

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة (0 , 2) هو:

(a) 3

(b) 1

(c) 2

(d) 0

(8) إذا كانت $f' = -3x$ فإن الدالة f :

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في $(-1, 1)$

(a) $f(x) = x^2$

(b) $f(x) = -x^2$

(c) $f(x) = -x^3$

(d) $f(x) = x|x|$

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع احصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي:

(a) 56.34

(b) 62.96

(c) 66.15

(d) 6.62

جدول إجابة البنود الموضوعية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول للصف الثاني عشر علمي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

رقم البند	الإجابة			
1	☐ a	☒		
2	☐ a	☒		
3	☐ a	☒		
4	☒	☐ b	☐ c	☐ d
5	☐ a	☐ b	☐ c	☒
6	☐ a	☐ b	☒	☐ d
7	☐ a	☒	☐ c	☐ d
8	☐ a	☐ b	☐ c	☒
9	☐ a	☒	☐ c	☐ d
10	☐ a	☐ b	☒	☐ d

(انتهت الأسئلة)

دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 10 صفحات)

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

التوجيه الفني للرياضيات منطقة حولي

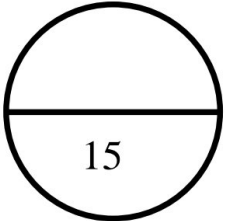
العام الدراسي : 2023 \ 2024

المجال الدراسي : الرياضيات

إجابة نموذج امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى - الصف الثاني عشر علمي (رقم 2)

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها



15

8 درجات

السؤال الأول : (a) أوجد أن أمكن : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$

الحل :

$$f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}} = \frac{x(1+\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2})}} \quad 1$$

$$= \frac{x(1+\frac{5}{x})}{|x| \sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} \quad , \quad |x| = x \text{ يكون } x > 0 \text{ عندما} \quad 1$$

$$= \frac{x(1+\frac{5}{x})}{x \sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} \quad 1,5$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 + 0 = 1 \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x^2} = 1 + 0 + 0 = 1 > 0 \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1 \quad 1,5$$

تابع : إجابة نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)

تابع السؤال الأول :

7 درجات

(a) أوجد y' للمنحني الذي معادلة $y^2 + \sqrt{y} + x^2 = 0$

الحل :

$$y^2 + y^{\frac{1}{2}} + x^2 = 0$$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للمتغير x

$$2yy' + \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} \cdot y' + 2x = 0 \quad 2$$

$$2yy' + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} \cdot y' + 2x = 0 \quad 1$$

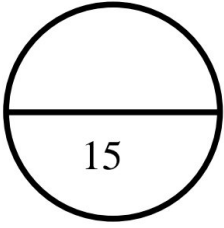
$$2yy' + \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot y' + 2x = 0 \quad 1$$

$$y' \left(2y + \frac{1}{2\sqrt{y}} \right) = -2x \quad 1$$

$$\frac{y' \left(2y + \frac{1}{2\sqrt{y}} \right)}{2y + \frac{1}{2\sqrt{y}}} = \frac{-2x}{2y + \frac{1}{2\sqrt{y}}} \quad 1$$

$$y' = \frac{-2x}{2y + \frac{1}{2\sqrt{y}}} \quad 1$$

السؤال الثاني :



8 درجات

(a) أوجد أن أمكن : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x}$

الحل

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x} = \frac{\sqrt{3^2+7} - 4}{3^2-3(3)} = \frac{4-4}{9-9} = \frac{0}{0}$ (صيغة غير معينة) 0,5

∴ (x - 3) عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

في هذه الحالة نحتاج إلى التبسيط من خلال الضرب في المرافق بسط ومقام

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x} &= \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x} \times \frac{\sqrt{x^2+7} + 4}{\sqrt{x^2+7} + 4} = \frac{x^2+7-16}{x(x-3)(\sqrt{x^2+7} + 4)} \\ &= \frac{x^2-9}{x(x-3)(\sqrt{x^2+7} + 4)} = \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)(\sqrt{x^2+7} + 4)} \\ &= \frac{x+3}{x(\sqrt{x^2+7} + 4)} : x \neq 3 \end{aligned} \quad 2$$

حيث أن المقام يحتوي على جذر تربيعي لابد من إيجاد شرط الجذر التربيعي

$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7) = 3^2 + 7 = 16 > 0$ 1

$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{(x^2 + 7)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7)} = \sqrt{16} = 4$ 1

شرط نهاية المقام

$\lim_{x \rightarrow 3} (x(\sqrt{x^2+7} + 4)) = \lim_{x \rightarrow 3} x(\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+7} + \lim_{x \rightarrow 3} 4) = 3(4+4) = 24 \neq 0$ 1,5

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7} - 4}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x(\sqrt{x^2+7} + 4)}$ 1

$= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x+3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x(\sqrt{x^2+7} + 4))} = \frac{3+3}{24} = \frac{1}{4}$ 1

تابع : إجابة نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)

السؤال الثاني :

(b) أبحث اتصال الدالة $f(x) = |\sqrt{x-3}|$ عند $x = 4$

7 درجات

الحل :

1 نفرض أن $h(x) = \sqrt{x-3}$ ، $g(x) = |x|$

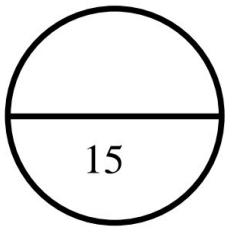
2 فنجد أن : $f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) = |\sqrt{x-3}|$

(1) الدالة h دالة جذرية متصله عند كل $x \in [3, \infty)$ $\Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow x - 3 \geq 0$

2 h دالة متصله عند $x=4$ $h(4)=1$

1 g دالة متصله عند $x=1$ أي أن g متصله عند $x=h(4)$ (2)

1 من (1) ، (2) الدالة $g \circ h$ هي دالة متصله عند $x=4$



(a) أدرس اتصال الدالة علي

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} & : x \leq 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases} \quad \text{على مجالها,}$$

الحل

1 مجال الدالة $f : \mathbb{R} = (-\infty, 0] \cup (0, \infty)$
نفرض أن $g(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ ، دالة جذرية حيث $x^2 + 9 > 0$ و $\forall x \in \mathbb{R}$
 $\therefore f$ متصله على $\mathbb{R}$

2 $f(x) = g(x) \forall x \in (-\infty, 0]$
 $\therefore f$ متصله على $(-\infty, 0]$ (1)
نفرض أن $h(x) = \frac{6}{x+3}$ ، h حدوديه نسبيه متصله لكل $\mathbb{R} - \{-3\}$

$f(x) = h(x) \forall x \in (0, \infty)$
2 $\therefore f$ متصله على $(0, \infty)$ (2) ،
ندرس إتصال الدالة f عند $x=0$ من اليمين

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{6}{x+3} \right) = \frac{6}{0+3} = 2 \neq f(0) \Rightarrow f(0) = \sqrt{0^2 + 9} = 3$$

2 الدالة f ليست متصله عند $x=0$ من اليمين (3)

1 من (1) ، (2) ، (3) f متصله على كلا من $(-\infty, 0]$ و $(0, \infty)$

$$(b) \text{ إذا كانت } g(x) = \sqrt{x} \cdot f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$$

أوجد معادلة الناظم (العمودي) عند $x = 1$

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}, \quad g(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \text{الحل :}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)'(x^2+4) - (x^2-4)(x^2+4)'}{(x^2+4)^2} \quad 2$$

$$= \frac{2x(x^2+4) - (x^2-4)2x}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^3+8x-2x^3-8x}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{16x}{(x^2+4)^2} \quad 1$$

$$g'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'[g(x)] = f'(\sqrt{x}) = \frac{16(\sqrt{x})}{((\sqrt{x})^2+4)^2} = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x) \quad 2$$

$$= \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$

$$m = (f \circ g)'(1) = \frac{8}{(1+4)^2} = \frac{8}{25}$$

$$y_1 = (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(\sqrt{1}) = f(1) = \frac{1^2-4}{1^2+4} = -\frac{3}{5} \quad 1$$

معادلة الناظم (العمودي)

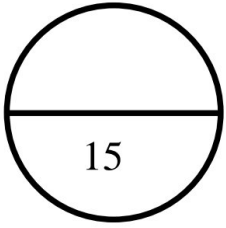
$$y - y_1 = \frac{-1}{m} (x - x_1)$$

$$y - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{-1}{\frac{8}{25}} (x - 1) \Rightarrow y = -\frac{25}{8}x + \frac{25}{8} + \frac{3}{5} \quad 1$$

$$y = -\frac{25}{8}x + \frac{25}{8} + \frac{149}{40}$$

السؤال الرابع :

5 درجات



(a) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 50$

ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 32$ وانحرافها المعياري $S^2 = 49$

باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ 0

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ 0

الحل

حجم العينة : $n = 50$ متوسط الحسابي : $\bar{x} = 32$ انحراف المعياري : $S = 7$

مستوى الثقة = 95%

$$1 \quad \text{القيمة الحرجة} = 1.95 = Z_{\frac{\alpha}{2}}$$

σ غير معلومة ، $n = 50 \geq 30$

$$2 \quad E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 1.95 \times \frac{7}{\sqrt{50}} \Rightarrow E = 1.9403$$

(1) هامش الخطأ $E = 1.9403$

(2) فترة الثقة هي :

$$2 \quad (\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (32 - 1.9403, 32 + 1.9403) \\ = (30.0597, 33.9403)$$

10 درجات

تابع السؤال الرابع :

(b) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = x - 4x^3$

الحل

1

(1) الدالة f كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

(2) نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^3 = \infty$$

2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} -4x^3 = -\infty$$

(3) نعين النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص

$$f'(x) = 1 - 12x^2$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

2

$$1 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 1 = 12x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{12}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

النقاط الحرجة يتم تعويض قيم x في الدالة

$$f(x) = x - 4x^3$$

$$f\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{3}} - 4\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^3 = -0.192$$

$$f\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{3}} - 4\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^3 = 0.192$$

النقاط الحرجة هي : $\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$ ، $\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{9}\right)$

نكون جدول التغير :

1

الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$	$\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$	$\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \infty\right)$
إشارة f'	- - -	+++	-- -
سلوك الدالة f	متناقصة $\searrow$	متزايدة $\nearrow$	متناقصة $\searrow$ $-\infty$

2

من الجدول الدالة متزايدة علي الفترة $\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$
 الدالة متناقصة على الفترتين $\left(-\infty \cdot -\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \infty\right)$

للدالة قيمة عظمي محلية عند $x = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ وقيمتها $\frac{\sqrt{3}}{9}$
 و للدالة قيمة صغري محلية عند $x = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$ وقيمتها $-\frac{\sqrt{3}}{9}$
 (4) دراسة إشارة f''

2

$$f''(x) = -24x$$

$$f''(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$-24x = 0 \Rightarrow x = 0$$

الفترات	$(-\infty \cdot 0)$	$(0 \cdot \infty)$
إشارة f''	++++	----
التقعر		

من الجدول :

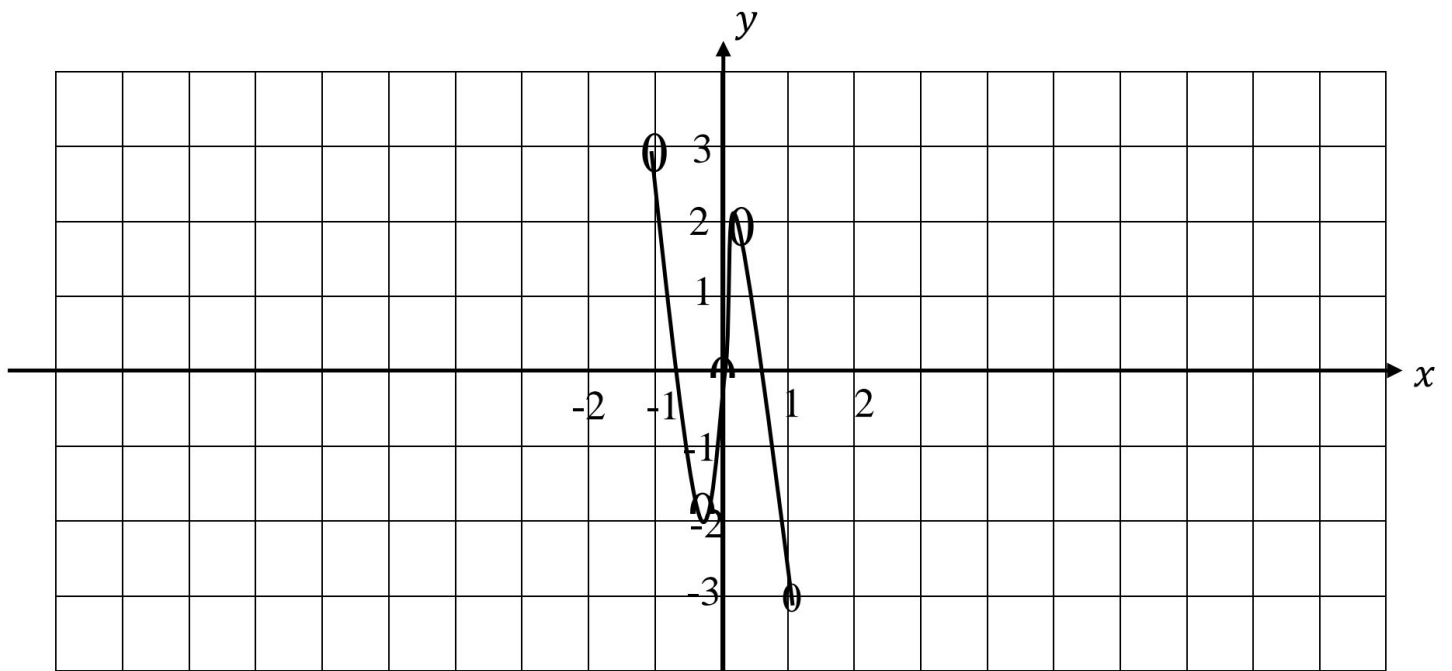
منحني الدالة مقعر لأسفل علي الفترة $(0 \cdot \infty)$ ومقعر لأعلي علي الفترة $(-\infty \cdot 0)$

يوجد للدالة f نقطة أنعطاف عند $(0 \cdot 0)$

(5) نقاط إضافية :

x	-1	-0.288	0	0.288	1
f	3	-1.92	0	1.92	-3
	نقاط أضافية	صغري	انعطاف	عظمي	نقاط أضافية

2



تابع : إجابة نموذج اختبار الفترة الثانية - الرياضيات - للصف الثاني عشر علمي : (2023 \ 2024 م)
ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود من (1) الى (3) : عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة الصحيحة ،
إذا كانت العبارة الخاطئة : (b)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2}$

(a)

(b)

(a)

(b)

(2) إذا كانت $y = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

(a)

(b)

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته 16 cm^2 هو 16 cm

ثانيًا : في البنود من (4) الى (10) : لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة

الإجابة

رمز الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

(5) الدالة $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b) $(5, \infty)$

(c) $\mathbb{R}$

(d) $(-5, 5)$

(6) ميل المماس عند النقطة $A(1, 1)$ على المنحني : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو

(دينارًا) $\mu = 320$ تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلًا من هذه المدينة

(دينارًا) $\bar{x} = 310$ مع انحراف معياري $S = 40$ إن مقياس الإحصائي هو :

☐ a 1.25

☒ b -1.25

☐ c 0.8

☐ d -0.8

(8) لتكن الدالة $f : \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3 \cdot x \neq 0$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

☐ a $\frac{x^2}{x-3} + 3$

☐ b $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

☐ c $\frac{-(x^2+3)}{x}$

☒ d $\frac{x^2+3}{|x|}$

(9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+3}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

☐ a -1

☒ b 1

☐ c $\frac{1}{2}$

☐ d $-\frac{1}{2}$

(10) أن معادلة المماس للدالة $f : y = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي

☐ a $y = x - 16$

☐ b $y = -x + 16$

☐ c $y = -x - 13$

☒ d $y = -x - 16$

" أنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	☒ a	☐ b		
(2)	☐ a	☒ b		
(3)	☒ a	☐ b		
(4)	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
(5)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(6)	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
(7)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(8)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d
(9)	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
(10)	☐ a	☐ b	☐ c	☒ d

قوانين

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (t \text{ التوزيع})$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$

نموذج تجريبي للصف الثاني عشر علمي في مادة الرياضيات (رقم 4)

الفصل الدراسي الأول
2023-2024 م

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

أولاً: (اسئلة المقال)

(أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول:-

(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر عن x ب 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \frac{(2+x-2)((2+x)^2 + 2(2+x) + (2)^2)}{x}$$

X عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$= \frac{\cancel{x}(4 + 4x + x^2 + 4 + 2x + 4)}{\cancel{x}} \\ = x^2 + 6x + 12, x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 6x + 12) = 12$$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل:

$$\frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1} = \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})} = \frac{|x|\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$x \rightarrow \infty \quad \rightarrow x \neq 0 \quad |x| = x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 > 0 \quad \text{شرط الجذر:}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \neq 0 \quad \text{شرط المقام:}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)} = \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2 - x)}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

السؤال الثاني:

$$\text{لتكن } f : f(x) = \sqrt{9-x^2}$$

ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 3]$

الحل:

$$\text{نفرض أن } f(x) = \sqrt{g(x)}, g(x) = 9 - x^2$$

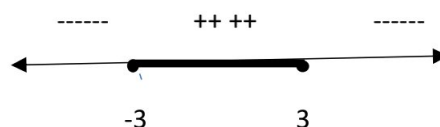
$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$9 - x^2 = 0 \quad \text{المعادلة المناظرة}$$

$$(3 - x)(3 + x) = 0$$

$$x = 3, x = -3$$



إذا مجال الدالة f هو $[-3, 3]$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-3, 3]$ حيث $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$
(1) $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3, 3]$

$g(x) = 9 - x^2$ متصلة على $[-3, 3]$ (2)

من (1) و (2)

$\therefore f$ متصلة على $[-3, 3]$

تابع: السؤال الثاني:-

(b) لتكن الدالة f

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : x > -1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1$$

$$f(-1) = 2$$

الحل:- .

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 + x - 0}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} x = -1$$

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - x - 2 - 0}{x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x-2) = -1 - 2 = -3$$

$$\therefore f'_-(-1) \neq f'_+(-1)$$

$\therefore f'(-1)$ غير موجودة

السؤال الثالث:-

(a) لتكن $y = u^3 - 3u + 1$, $u = 5x^2 + 2$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل .
الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 3$$

$$\frac{du}{dx} = 10x$$

$$\frac{dy}{dx} = (3u^2 - 3) \times (10x)$$

$$\frac{dy}{dx} = (3(5x^2 + 2)^2 - 3) \times (10x)$$

$$= 750x^5 + 600x^3 + 90x$$

مشتقة بدلالة u

مشتقة بدلالة x

قاعدة التسلسل

تعويض

تابع: السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

وارسم بيانها

الحل:

□ دالة كثيرة الحدود مجالها f
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3) = +\infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة الحدود قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع :}$$

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = -1$$

$$f(0) = -1, \quad f(-1) = 0$$

$(0, -1)$, $(-1, 0)$ نقطتان حرجتان.

نكون جدول لدراسة إشارة f'

	$-\infty$	-1	0	∞
إشارة f'	+++	---	++	
سلوك الدالة f	متزايد ↗	متناقص ↘	متزايد ↗	

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0$$

نضع :

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -1)$ و الفترة $(0, \infty)$ ومتناقص على الفترة $(0, \infty)$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$-\infty \quad \longleftarrow \quad \frac{-1}{2} \quad \longrightarrow \quad \infty$		
إشارة f''	---	+++
التقعر	$\cap$ تقعر لأسفل	$\cup$ تقعر لأعلى

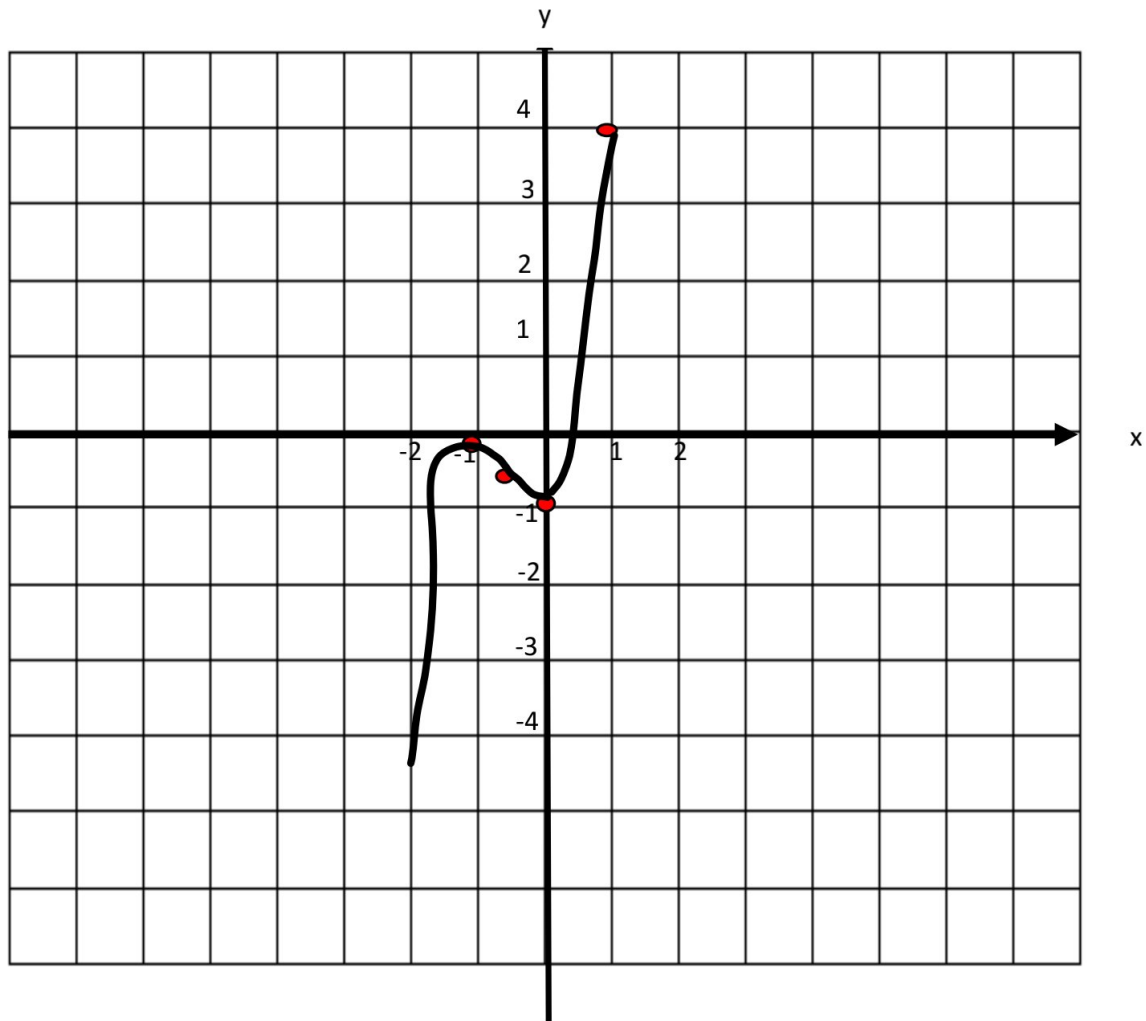
منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(-\frac{1}{2}, \infty)$ ومقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, -\frac{1}{2})$ والنقطة

هي نقطة انعطاف. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

نقاط إضافية

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	4

بيان الدالة f :



السؤال الرابع:

(a) أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل:

نفرض أن أحد العددين هو x حيث $0 < x < 14$

العدد الآخر

$$14 - x$$

$$g(x) = x(14 - x)$$

$$g(x) = 14x - x^2$$

$$g'(x) = 14 - 2x$$

$$g'(x) = 0$$

$$14 - 2x = 0 \rightarrow 14 = 2x$$

$$\rightarrow x = 7$$

$$g''(x) = 0 - 2 = -2 < 0$$

توجد قيمة عظمى عند $x = 7$

العدد الأول هو $x = 7$

العدد الثاني هو $14 - 7 = 7$

العددان هما 7, 7

تابع- السؤال الرابع

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$ وانحرافها المعياري $s = 9$ باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2). أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل:

(1)

$$n = 81 \quad \bar{x} = 50 \quad s = 9$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \therefore \text{مستوى الثقة } 95\%$$

σ غير معلومة , $n > 30$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

(2) فترة الثقة :

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (50 - 1.96, 50 + 1.96) = (48.04, 51.96)$$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية :

أولاً: في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) وإذا كانت العبارة خاطئة

(b) (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$ (1)

(b) (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{|x| - 3} = 2$ (2)

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ في دراسة لعينة عشوائية تبين أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الاحصائي $t = 2$ فإن حجم العينة $n = 25$ (a) (b)

في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة , ظلل في ورقة الإجابة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها:

(4) إذا كان القرار رفض العدم، وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون

- (a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(5) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة (0, 2) هو

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(6) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f'(x)$ تساوي

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(d) $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(7) إذا كانت $r = \tan(2-\theta)$ فإن $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

(a) $\sec^2(2-\theta)$

(b) $-\sec^2(2-\theta)$

(c) $\sec^2(\theta+2)$

(d) $\sec(2-\theta)$

(8) للدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x=0$

(b) $y=0$

(c) $x=1$

(d) $y=1$

$$(9) \quad \text{الدالة } g : g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & : x > 1 \\ 3x & : x \leq 1 \end{cases} \text{ متصلة على}$$

$$(a) (-\infty, 1], (1, \infty)$$

$$(b) (-\infty, 1), [1, \infty)$$

$$(c) (-\infty, \infty)$$

$$(d) [-\infty, 3]$$

(10) اذا كانت g دالة متصلة عند $x = a$ ، $a \in \mathbf{Z}$ ، وكانت

$$g(x) = \begin{cases} x + 1 & : x > a \\ 3 - x & : x \leq a \end{cases} \Rightarrow a =$$

$$(a) -1$$

$$(b) 1$$

$$(c) 0$$

$$(d) 2$$

تابع نموذج إجابة امتحان الفصل الدراسي الأول التجريبي – للصف الثاني عشر علمي
(الرياضيات) – العام الدراسي 2023 – 2024م

جدول أجابات البنود الموضوعية

الإجابة				رقم البند
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	1
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	2
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	3
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	4
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	5
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	6
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	7
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	8
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	9
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	10