

المجال الدراسي : الرياضيات

الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد الأوراق : 10

نموذج تجريبي (1) لإمتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي 2023 / 2024

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25}$$

(7 درجات)

(a) أوجد إن أمكن :

[illegible]

تابع / السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

(b) أوجد :

(8 درجات)

السؤال الثاني:

(a) لتكن $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ أوجد D_f

(8 درجات)

ثم ادرس اتصال الدالة f علي $[-3, 3]$.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

تابع/ السؤال الثاني:

(b) أوجد ميل المماس لمنحني الدائرة الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ عند النقطة $(-4, 3)$.
(7 درجات)

(b) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها. (9 درجات)

[illegible]



القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$.

(a) (b)

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$$

(a) (b)

(3) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

(a) (b)

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x = 1$ وكانت النقطة $(-3, 1)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2$ تساوي :

(a) -6 (b) -3 (c) 1 (d) 9

(5) لتكن الدالة $f : x \neq 0, f(x) = x^2 + 3$ ، الدالة $g : g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$ (c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

(6) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي :

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ (b) $\sqrt{3-x}$ (c) $\begin{cases} 3x-1 : x \leq 3 \\ 1 : x > 3 \end{cases}$ (d) $\sqrt[3]{x+2}$

(7) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً لأسفل في $(-1, 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

(8) ميل الناقم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2, 3)$ هي :

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{9}$

(9) إذا كانت : $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن : $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي :

(a) 56.34 (b) 62.96 (c) 6.62 (d) 66.15

" إنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	(a)	(b)		
2	(a)	(b)		
3	(a)	(b)		
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)
9	(a)	(b)	(c)	(d)
10	(a)	(b)	(c)	(d)

نموذج تجريبي (1) لإمتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي 2023 / 2024

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

(a) أوجد إن أمكن : $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25}$ (7 درجات)

الحل :-

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & : x \geq -2 \\ -x-2 & : x < -2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{|x+2|-7}{x^2-25} &= \frac{x+2-7}{x^2-25} \\ &= \frac{(x-5)}{(x-5)(x+5)} \quad : x \neq 5 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{x+5}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x+2|-7}{x^2-25} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x+5} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

شرط المقام :-

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} (x+5) &= 5+5 \\ &= 10, \quad 10 \neq 0 \end{aligned}$$

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$$

(b) أوجد :

الحل :-

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}} \\ &= \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} = \frac{1 \cancel{x}(3-\frac{5}{x})}{-1 \cancel{x}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \\ &= \frac{-(3+\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \end{aligned}$$

عندما $x < 0$ يكون $|x| = -x$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(3+\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$

عندما $x \rightarrow -\infty$ $|x| = -x$

شرط الجذر :

$$\begin{aligned} &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-1)(3+\frac{5}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}} \\ &= \frac{-(\lim_{x \rightarrow -\infty} (3) + \lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{5}{x}))}{\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-\frac{9}{x^2})}} \\ &= \frac{-(3+0)}{\sqrt{(1-0)}} \\ &= \frac{-3}{1} = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (1-\frac{9}{x^2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x^2} \\ &= 1-0 \\ &= 1, 1 > 0 \end{aligned}$$

شرط المقام:

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} \\ &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} 1-\frac{9}{x^2}} \\ &= \sqrt{1-0} \\ &= \sqrt{1} = 1, 1 \neq 0 \end{aligned}$$

السؤال الثاني:

(8 درجات)

(a) لتكن $f : \sqrt{9 - x^2}$ أوجد D_f

ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 3]$.

الحل :-

نفرض ان : $g(x) = 9 - x^2$

$$f(x) = \sqrt{g(x)}$$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$9 - x^2 \geq 0$$

المعادلة المناظرة: $9 - x^2 = 0$

$$(3 - x)(3 + x) = 0$$

$$x = 3, \quad x = -3$$



∴ مجال الدالة f هو $[-3, 3]$

بدراسة اتصال الدالة f على $[-3, 3]$ حيث $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

∴ الدالة $g : g(x) = 9 - x^2$ دالة متصلة على $[-3, 3]$ (1)

$$(2) \quad g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3, 3]$$

$$[-3, 3] \subseteq D_f \quad \text{حيث}$$

من 1 و 2

∴ f متصلة على $[-3, 3]$

(b) أوجد ميل المماس لمنحني الدائرة الذي معادلته $x^2 + y^2 = 25$ عند النقطة $(3, -4)$. (7 درجات)

الحل :-

بالاشتقاق الضمني :-

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$2x + 2yy' = 0$$

$$2x = -2yy'$$

$$x = -yy'$$

$$y' = -\frac{x}{y}$$

$$y' = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

بالتعويض بـ $(3, -4)$

∴ ميل المماس $= \frac{3}{4}$

السؤال الثالث:

(a) أوجد القيم القصوي المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

(6 درجات)

الحل :-

∴ الدالة f حدودية متصلة على $[0, 3]$.

∴ الدالة f لها قيمة عظمي مطلقة ولها قيمة صغري مطلقة في الفترة $[0, 3]$.

نوجد قيم الدالة عند الاطراف $x = 0$, $x = 3$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - (3(3)) + 1 = 19$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \text{نضع}$$

$$x^2 = 1 \quad \text{بالقسمة على 3}$$

$$\therefore x = 1 \quad 1 \in (0, 3)$$

$$x = -1 \quad -1 \notin (0, 3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = 1 - 3 + 1 = -1$$

∴ $(-1, 1)$ نقطة حرجة .

من الجدول :

x	0	1	3
f(x)	1	-1	19

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[0, 3]$ هي 19

∴ 19 قيمة عظمي مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[0, 3]$ هي -1

∴ -1 قيمة صغري مطلقة .

تابع السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها. (9 درجات)

الحل :-

f : دالة كثيرة حدود مجالها R .

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = -3x^2$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع:}$$

$$-3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1 - (0)^3 = 1$$

$\therefore (0, 1)$ نقطة حرجة .

	$-\infty$	0	∞
إشارة f'	---		---
سلوك الدالة f	متناقصة ∞		متناقصة $-\infty$

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f' :

الدالة متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ والفترة $(0, \infty)$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = -6x$$

$$-6x = 0 \rightarrow x = 0$$

منحني الدالة مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty, 0)$

ومقعر لأسفل على الفترة $(0, \infty)$

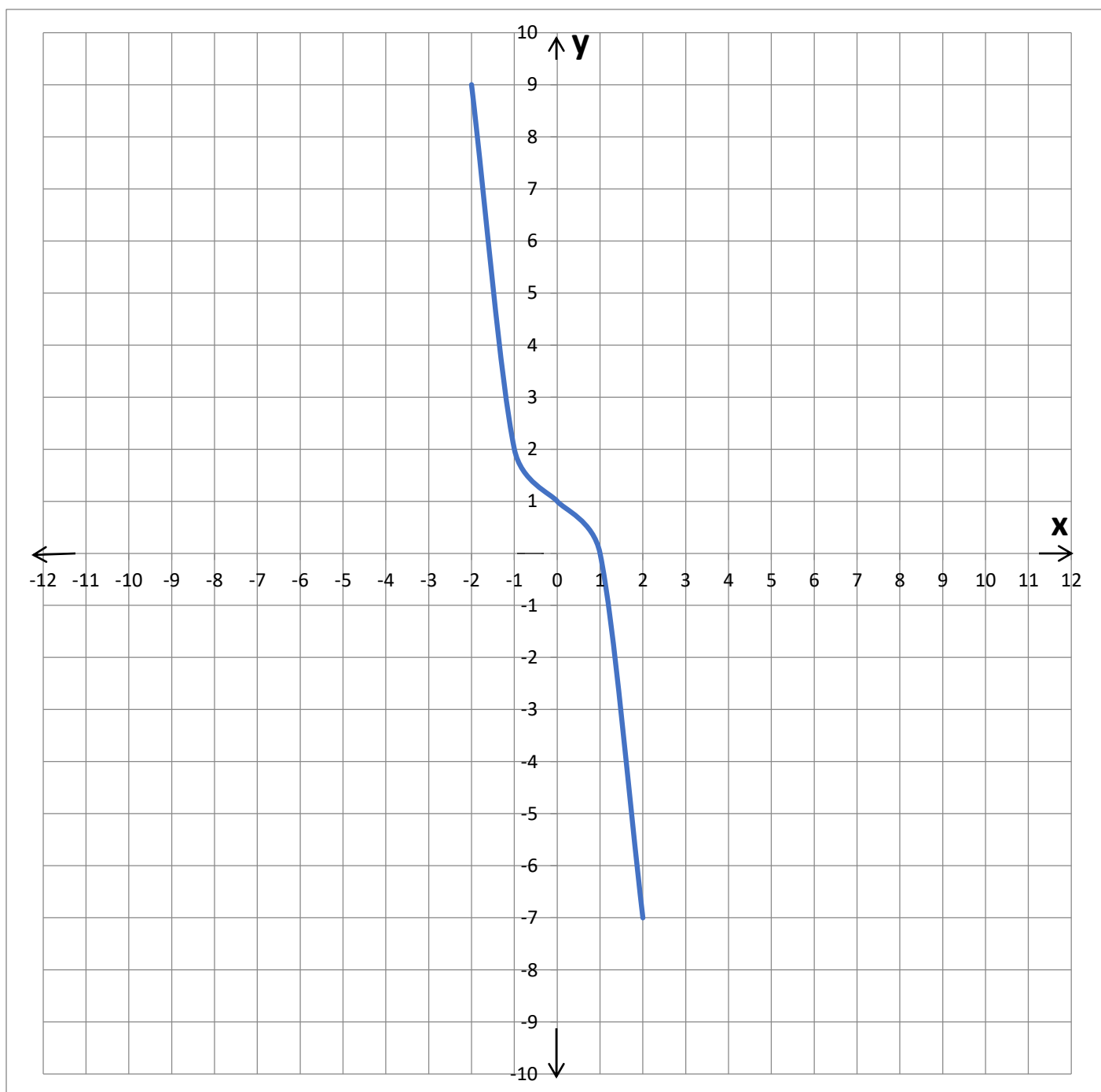
$(0, 1)$ نقطة انعطاف .

	$-\infty$	0	∞
إشارة f''	++		--
التقعر	تقعر لأعلى		تقعر لأسفل

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	9	2	1	0	-7

بيان الدالة f :-



السؤال الرابع:

a عدنان موجبان مجموعهما 100 ومجموع مربعيهما أصغر ما يمكن ، ما العدنان ؟

(7 درجات)

الحل :-

بفرض أن العدد الأول هو x حيث $0 < x < 100$

∴ العدد الثاني هو $100 - x$

مجموع مربعيهما هو : $g(x) = x^2 + (100 - x)^2$

$$g'(x) = 2x + 2(100 - x)(-1)$$

$$g'(x) = 2x - 200 + 2x$$

$$= 4x - 200$$

$$g'(x) = 0 \quad \text{نضع :}$$

$$4x - 200 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 50$$

∴ توجد نقطة حرجة $(50, g(x))$

$$g''(x) = 4, \quad 4 > 0$$

∴ $g(50)$ قيمة صغرى مطلقة عند $x = 50$

∴ العدد الأول هو : $x = 50$

العدد الثاني هو : $100 - x = 100 - 50 = 50$

∴ العدنان هما 50 ، 50

(b) إذا كانت $n = 80$, $\bar{x} = 37.2$, $S = 1.79$ (8 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوي معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :-

$$n = 80 , \bar{x} = 37.2 \quad S = 1.79$$

1 (صياغة الفروض :

$$H_1 : \mu \neq 37 \quad \text{مقابل} \quad H_0 : \mu = 37$$

2 (σ غير معلومة ، $n > 30$)

∴ نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

$$\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

3- تحديد مستوي المعنوية α :

$$\therefore Z_{0.025} = 1.96$$

4- منطقة القبول هي (-1.96 ، 1.96)

$$\because 0.999 \in (-1.96 , 1.96)$$

5- اتخاذ القرار الإحصائي :

∴ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$.

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1 () الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$.

(a) (b)

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$$

(a) (b)

(3) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

(a) (b)

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x = 1$ وكانت النقطة $(-3, 1)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2$ تساوي :

(a) -6 (b) -3 (c) 1 (d) 9

(5) لتكن الدالة $f : x \neq 0, f(x) = x^2 + 3$ ، الدالة $g : g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$ (c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

(6) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي :

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ (b) $\sqrt{3-x}$ (c) $\begin{cases} 3x-1 : x \leq 3 \\ 1 : x > 3 \end{cases}$ (d) $\sqrt[3]{x+2}$

(7) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا لأسفل في $(-1, 1)$:

(a) $f(x) = x^2$ (b) $f(x) = x|x|$ (c) $f(x) = -x^3$ (d) $f(x) = -x^2$

(8) ميل الناظم لمنحني الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2, 3)$ هي :

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{9}$

(9) إذا كانت : $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f'(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (d) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي :

(a) 56.34 (b) 62.96 (c) 6.62 (d) 66.15

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	☐ a	☒		
2	☐ a	☒		
3	☒	☐ b		
4	☐ a	☐ b	☐ c	☒
5	☐ a	☐ b	☒	☐ d
6	☐ a	☐ b	☐ c	☒
7	☐ a	☐ b	☐ c	☒
8	☐ a	☐ b	☐ c	☒
9	☐ a	☐ b	☒	☐ d
10	☐ a	☐ b	☐ c	☒