دولة الكويت
وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
امتحان الفترة الدراسية الأولى
للصف الثاني عشر علمي (2025 / 2026)

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : - (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن : $\lim_{x \to \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : \ x \leq 1 \\ 2x - 3 & : \ x > 1 \end{cases}$

(7 درجات)

السؤال الثاني : **(15 درجة)**

(a) **لتكن :** $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$ **ابحث اتصال الدالة** $g \circ f$ **عند** $x = -2$

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) **أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند النقطة** $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ **لمنحنى الدالة** f **حيث** $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2}$

(8 درجات)

السؤال الثالث : **(15 درجة)**

(a) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(7 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) **تعطي الدالة** $V(x) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$ **حجم إسطوانة بدلالة إرتفاعها** h **.**

أوجد الارتفاع $h\ (cm)$ **للحصول على أكبر حجم للأسطوانة . ما قيمة هذا الحجم ؟** **(8 درجات)**

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

(9 درجات)

أوجد كلا مما يلي:

a) **النقاط الحرجة للدالة**
b) **الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها**
c) **القيم القصوى المحلية**

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ و متوسط حسابي **(8 درجات)**

$\overline{x} = 15$ ، و الانحراف المعياري $S = 10$

باستخدام مستوى الثقة 95% .

a) أوجد هامش الخطأ

b) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

القسم الثاني : البنود الموضوعية (10 درجات)

أولًا : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) **إذا كانت العبارة صحيحة**

(b) **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall\, x \in R$ (a) (b)

(2) ميل المماس عند النقطة $A(1,1)$ على منحنى : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي 1 (a) (b)

(3) الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$ (a) (b)

ثانيًا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-|x+3|}{2x} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) ∞ (d) $-\infty$

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to-2}(x^2+f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(6) إذا كانت $y = \dfrac{x}{1+\cos x}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\dfrac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\dfrac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(7) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$

(a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(8) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(9) إذا كانت $y=\frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

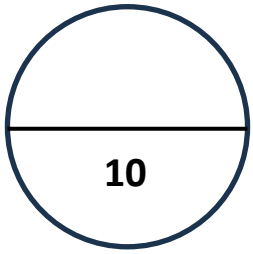
(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c)=0$ (b) $f'(c)=0$ (c) $f(c)=0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	(a)	(b)		
2	(a)	(b)		
3	(a)	(b)		
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)
9	(a)	(b)	(c)	(d)
10	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط



دولة الكويت
وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
امتحان الفترة الدراسية الأولى
للصف الثاني عشر علمي (2025 / 2026)

المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى

السؤال الأول : - (15 درجة)

(a) أوجد إن أمكن: $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (8 درجات)

2	$f(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}} = \dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$
$\frac{1}{2}$	عندما $x > 0$ يكون: $\lvert x\rvert = x$
$\frac{1}{2}$	$= \dfrac{\not{x}^{1}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\not{x}^{1}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$ بشرط $x \neq 0$
$\frac{1}{2}$	$= \dfrac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2} = 1+0-0 = 1$, $1 > 0$
1	$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1$, $1 \neq 0$
1	$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} = 1-0 = 1$
1	$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \dfrac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1$

تابع السؤال الأول :

(b) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \ x\le 1 \\ 2x-3 & : \ x>1 \end{cases}$

(7 درجات) أوجد $f'(x)$ إن أمكن دالة متصلة على مجالها

$D_f=(-\infty\ ,\ 1]\cup(1\ ,\ \infty)=\mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \ x<1 \\ \text{تبحث} & : \ x=1 \\ 2 & : \ x>1 \end{cases}$ — 1

$f(1)=(1)^2+2=3$ — $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_-(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2+2-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$ — 1

$=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\overset{1}{\cancel{(x-1)}}\,(x+1)}{\underset{1}{\cancel{x-1}}}=\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1)=1+1=2$ — 1

إن وجدت $f'_+(1)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ — $\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x+1-3}{x-1}$ — $\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{2\overset{1}{\cancel{(x-1)}}}{\underset{1}{\cancel{x-1}}}=\lim\limits_{x\to 1^+}2=2$ — 1

$f'_-(1)=f'_+(1)=2$ — $\frac{1}{2}$

$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \ x<1 \\ 2 & : \ x=1 \\ 2 & : \ x>1 \end{cases}$ — $\frac{1}{2}$

$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \ x\leqslant 1 \\ 2 & : \ x>1 \end{cases}$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) لتكن : $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

(7 درجات)

الدالة f دالة كثيرة الحدود متصلة عند $x = -2$ ..... (1)	**1**
$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$	**1**
بفرض أن $g(x) = \sqrt{h(x)}$	**1**
الدالة g متصلة عند $x = 5$	**1**
$h(x) = x + 4 = 5 > 0$	**1**
الدالة	
$g(x) = \sqrt{h(x)} = \sqrt{x+4}$	
متصلة عند $x = 5$ ..... (2)	**1**
من 1 ، 2 ينتج ان $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$	**1**

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند النقطة $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f حيث $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$

(8 درجات)

1 $$f'(x)=\frac{(x^2+2)(x^3+1)'-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

1 $$f'(x)=\frac{(x^2+2)(3x^2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$

1 $$f'(1)=\frac{(1^2+2)(3(1)^2)-(1^3+1)(2(1))}{(1^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$

معادلة خط المماس:

1 $$y-f(a)=f'(a)\cdot(x-a)$$

$$y-f(1)=f'(1)\cdot(x-1)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore\ y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

1 $$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

لإيجاد معادلة الناظم عند النقطة $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ على المنحنى نستخدم المعادلة:

1 $$y-f(a)=-\frac{1}{f'(a)}(x-a)$$

$\frac{1}{2}$ ميل الناظم: $$\frac{-1}{f'(a)}=-\frac{9}{5}$$

$$y-\frac{2}{3}=-\frac{9}{5}(x-1)$$

1 $$y=-\frac{9}{5}x+\frac{37}{15}$$

السؤال الثالث : **(15 درجة)**

(a) أوجد إن أمكن : **(7 درجات)**

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx} = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{1-cosx}\cdot\frac{1+cosx}{1+cosx}\right)$$

1

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2(1+cosx)}{1-cos^2x}\right)$$

1

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2(1+cosx)}{sin^2x}\right)$$

1

$$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x^2}{sin^2x}\right)\cdot(1+cosx)\right)$$

1

$$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot(1+cosx)\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 \cdot \lim_{x\to 0}(1+cosx)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{sinx}\right)^2 \cdot \left(\lim_{x\to 0}(1) + \lim_{x\to 0}cosx\right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= (1)^2 \times (1+1)$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= 1 \times 2 = 2$$

$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) **تعطي الدالة $V(x) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$ حجم إسطوانة بدلالة إرتفاعها h .**

أوجد الارتفاع $h\ (cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانة . ما قيمة هذا الحجم ؟ **(8 درجات)**

$$V(h) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$$

$$V(x) = -2\pi\,h^3 + 72\pi h$$

$$V'(x) = -6\pi\,h^2 + 72\pi \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$V'(x) = 0 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$-6\pi\,h^2 + 72\pi = 0 \qquad \frac{1}{2}$$

$$h^2 = 12 \qquad \frac{1}{2}$$

$h = 2\sqrt{3}$ $\qquad$ $h = -2\sqrt{3}$ مرفوض $\qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$V''(h) = -12\pi\,h \qquad 1$$

$$V''\left(2\sqrt{3}\right) = -24\pi\sqrt{3} < 0 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

أكبر حجم للأسطوانة عند $h = 2\sqrt{3}$ **1**

الحجم

$$V\left(2\sqrt{3}\right) = 2\pi\,\left(-\left(2\sqrt{3}\right)^3 + 36\left(2\sqrt{3}\right)\right) \qquad \frac{1}{2}$$

$$= 96\sqrt{3}\ \pi \qquad \frac{1}{2}$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

(9 درجات)

أوجد كلا مما يلي:

a) النقاط الحرجة للدالة
b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها
c) القيم القصوى المحلية

f دالة كثيرة حدود.

f متّصلة وقابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$، $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة فقط عند أصفار مشتقّة الدالّة f' $f'(x) = 3x^2 - 12$ 1

نضع: $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$x = -2 \quad , \quad x = 2 \quad 1$$

∴ النقاط الحرجة هي: $(-2, f(-2)) = (-2, 11)$ $\frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2, -21)$ $\frac{1}{2}$

نكوّن الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$		-2		2		∞
الفترات	$(-\infty, -2)$		$(-2, 2)$		$(2, \infty)$		
إشارة f'	$+++$		$---$		$+++$		
سلوك الدالّة f	متزايدة	↗	متناقصة	↘	متزايدة	↗	

3

الدالّة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(2, \infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-2, 2)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

توجد قيمة عظمى محليّة عند $x = -2$، وقيمة صغرى محليّة عند $x = 2$ $\frac{1}{2}$

القيمة العظمى المحليّة هي $f(-2) = 11$، والقيمة الصغرى المحليّة هي $f(2) = -21$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ و متوسط حسابي $\bar{x} = 15$ ، و الانحراف المعياري $S = 10$ **(8 درجات)**

باستخدام مستوى الثقة 95% .

a) أوجد هامش الخطأ

b) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

	$\because \sigma^2$ غير معلوم ، $n \leq 30$
1	$\therefore$ نستخدم توزيع t.
	$\because \quad n = 25$
1	$\therefore$ درجات الحرية: $n - 1 = 25 - 1 = 24$
	$\because$ مستوى الثقة: $1 - \alpha = 95\%$
	$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95 \Longrightarrow \alpha = 0.050$
1	$\therefore \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$
1	من جدول توزيع t تكون قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025}$ مناظرة للعدد 2.064
	هامش الخطأ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$
1	$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$
1	$\therefore$ هامش الخطأ $= 4.128$
	فترة الثقة: $(\bar{x} - E \ , \ \bar{x} + E)$
1	$= (15 - 4.128 \ , \ 15 + 4.128)$
1	$= (10.872 \ , \ 19.128)$

القسم الثاني : البنود الموضوعية (10 درجات)

أولًا : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) **إذا كانت العبارة صحيحة**

(b) **إذا كانت العبارة خاطئة**

(1) الدالة $f : f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall\, x \in R$ (a) (b)

(2) ميل المماس عند النقطة $A(1,1)$ على منحنى : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي 1 (a) (b)

(3) الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$ (a) (b)

ثانيًا: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-|x+3|}{2x} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) ∞ (d) $-\infty$

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to-2}(x^2+f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(6) إذا كانت $y = \dfrac{x}{1+\cos x}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\dfrac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\dfrac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\dfrac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(7) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$

(a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

(8) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(9) إذا كانت $y=\frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$ (c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c)=0$ (b) $f'(c)=0$ (c) $f(c)=0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	a	b		
2	a	b		
3	a	b		
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة