دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 12

نموذج امتحان (تجريبي) الفترة الدراسية الاولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2026/2025 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل

السؤال الأول : **(15 درجة)**

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}$

الحل : **(8 درجات)**

تابع السؤال الأول :

(b) ادرس اتصال الدالة على [4 , 3 −] حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-5 & : x=-3\\ -x^2+4 & : -3<x<4\\ -10 & : x=4\end{cases}$$

الحل : **(7 درجات)**

السؤال الثاني : **(15 درجة)**

(a) أوجد معادلة المماس و معادلة الناظم على منحنى الدالة f حيث $f(x) = \frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة (1 , 2).

الحل : **(7 درجات)**

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & : \ x \leq -1 \\ x^2 - x - 2 & : \ x > -1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f`(-1)$

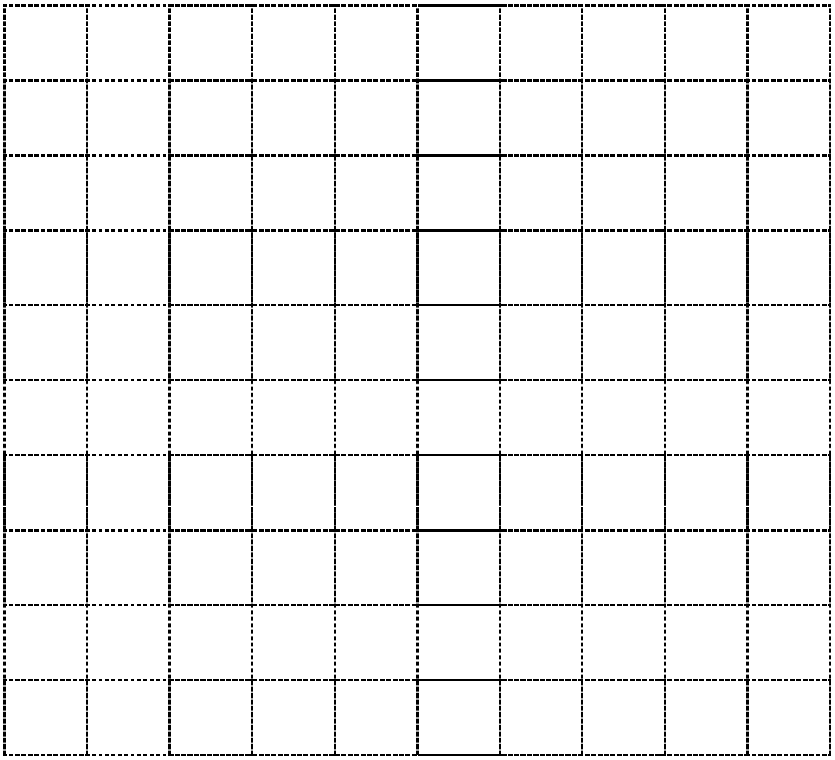
الحل : **(8 درجات)**

السؤال الثالث : **(15 درجة)**

(a) إذا كانت $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

1) **أوجد فترات التزايد وفترات التناقص لمنحنى الدالة** f
2) **أوجد فترات التقعر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة** f
3) **ارسم بيان الدالة** f

الحل : **(10 درجات)**



تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد إن أمكن $\lim_{x\to -7} \frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$

الحل : **(5 درجات)**

السؤال الرابع : **(15 درجة)**

(a) (1) أثبت أنه من بين المستطيلات التي محيط كلٍ منها $8\ m$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً

الحل : **(5 درجات)**

(2) أوجد $\frac{dy}{dx}$ حيث $2y = x^2 + sin\ y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل: **(4 درجات)**

تابع السؤال الرابع:

(b) في عينة من مجتمع إحصائي حجمها $n = 50$ إذا كانت قيمة $\bar{x} = 40$ والانحراف المعياري $s = 7$ ، اختبر الفرض الإحصائي $\mu = 35$ مقابل الفرض البديل $\mu \neq 35$ عند مستوى المعنوية 0.05

الحل : **(6 درجات)**

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ و كانت $\lim_{x\to -1}(f(x)-2)=-1$ فإن $f(-1)=1$

(2) إذا كانت $y=5\cot(\frac{2}{x})$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{10}{x^2}\csc^2(\frac{2}{x})$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة على (a,b) فإن للدالة f قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) ليكن منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس الدالة عندها أفقياً هي

ⓐ $(3,0)$ ⓑ $(1,0)$

ⓒ $(2,-1)$ ⓓ $(-1,2)$

(5) $\lim_{x\to-\infty}(\frac{2}{x}+1)(\frac{5x^2-1}{x^2})$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ $-\infty$ ⓓ 5

(6) $\lim_{x\to 0}\frac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2}$

ⓐ 0 ⓑ 9 ⓒ ∞ ⓓ 3

(7) لتكن الدالة f : $f(x)=(\frac{x}{\sqrt{x-3}})$ ، الدالة g : $x \neq 0$, $f(x)=x^2+3$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{x^2}{x-3}+3$ ⓑ $\frac{x}{\sqrt{x-3}}+3$

ⓒ $\frac{x^2+3}{|x|}$ ⓓ $\frac{-(x^2+3)}{x}$

---

(8) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0,2)$ هو:

ⓐ 0 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 3

---

(9) إذا كانت f دالة كثيره حدود، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f``(c)$ غير موجودة ⓑ $f``(c)=0$

ⓒ $f`(c)=0$ ⓓ $f(c)=0$

---

(10) إنَّ القيمة الحرجة $z_{\frac{\propto}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي

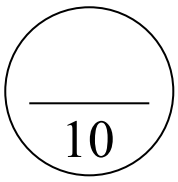
ⓐ 2.12 ⓑ 2.17 ⓒ 21 ⓓ 21.2

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط



دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
نموذج إجابة امتحان (تجريبي) الفترة الدراسية الاولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2026/2025 م

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 13

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى لجميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}$

الحل : **(8 درجات)**

$1\frac{1}{2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2\left(4-\frac{7}{x^2}\right)}}{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{(4-\frac{7}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})}$

$x\to-\infty\Longrightarrow|x|=-x$

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cancel{-x}\sqrt{(4-\frac{7}{x^2})}}{\cancel{x}\,(3-\frac{5}{x})}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{(4-\frac{7}{x^2})}}{(3-\frac{5}{x})}$

$1\frac{1}{2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4-\dfrac{7}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}4-\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{7}{x^2}=4-0=4>0$

1 $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\left(4-\dfrac{7}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim\limits_{x\to-\infty}4-\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{7}{x^2}}=\sqrt{4-0}=2$

$1\frac{1}{2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3-\dfrac{5}{x}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}3-\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{x}=3-0=3\neq0$

$1\frac{1}{2}$ $\therefore\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-7}}{3x-5}=\dfrac{-\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{(4-\frac{7}{x^2})}}{\lim\limits_{x\to-\infty}(3-\frac{5}{x})}=\dfrac{-2}{3}$

تابع السؤال الأول :

(b) ادرس اتصال الدالة f على [4 , 3 −] حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-5 & : x=-3\\ -x^2+4 & : -3<x<4\\ -10 & : x=4\end{cases}$$

الحل : **(7 درجات)**

(1) $f(x)=-x^2+4 : x\in(-3,4)$

$\forall\ c\in(-3,4)$

2 $f(c)=-c^2+4$

$\lim\limits_{x\to c} f(x)=\lim\limits_{x\to c}(-c^2+4)=-c^2+4$

$\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c) \qquad \forall\ c\in(-3,4)$

∴ f متصلة على $(-3,4)$

(2) نبحث اتصال الدالة f عند $x=-3$ من جهة اليمين

$f(-3)=-5$

2 $\lim\limits_{x\to-3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-3^+}(-x^2+4)=-(-3)^2+4=-5$

$\therefore \lim\limits_{x\to-3^+} f(x)=f(-3)=-5$

∴ الدالة f متصلة عند $x=-3$ من جهة اليمين

(3) نبحث اتصال الدالة f عند $x=4$ من جهة اليسار

$f(4)=-10$

2 $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to4^-}(-x^2+4)=-(4)^2+4=-12$

$\therefore \lim\limits_{x\to4^-} f(x)\neq f(4)$

∴ الدالة f ليست متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار

1 من (1) ، (2) ، (3) ينتج أن

∴ f متصلة على $[-3,4)$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة المماس و معادلة الناظم على منحنى الدالة f حيث $f(x)=\frac{8}{4+x^2}$ عند النقطة (1 , 2).

الحل : (7 درجات)

1	$f`(x)=\frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} \quad \Longrightarrow \quad f`(x)=\frac{-16x}{(4+x^2)^2}$
1	$f`(2)=\frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2}=\frac{-32}{64}=\frac{-1}{2}$
	∴ ميل المماس يساوي $\frac{-1}{2}$ و بالتالي ميل الناظم يساوي 2
$\frac{1}{2}$	معادلة خط المماس $y-f(a)=f`(a)(x-a)$
1	$y-1=\frac{-1}{2}(x-2)$
1	$y=\frac{-1}{2}x+2$
1	معادلة الناظم $y-f(a)=\frac{-1}{f`(a)}(x-a)$
1	$y-1=2(x-2)$
$\frac{1}{2}$	$y=2x-3$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases}x^2+x & : \ x \le -1 \\ x^2-x-2 & : \ x > -1\end{cases}$

أوجد إن أمكن $f`(-1)$

الحل : **(8 درجات)**

$\frac{1}{2}$	$f(-1)=0$
	إن وجدت $f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$
1	$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-0}{x+1}$
1	$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{x\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}$ (1 فوق x، 1 تحت $x+1$)
1	$f`_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}(x)=-1$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \ f`_-(-1)=-1$
	إن وجدت $f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$
1	$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2-x-2-0}{x+1}$
1	$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x-2)\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}$ (1 فوق $x+1$، 1 تحت $x+1$)
$\frac{1}{2}$	$f`_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}(x-2)=-3$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \ f`_+(-1)=-3$
$\frac{1}{2}$	$\because \ f`_-(-1)\neq f`_+(-1)$
$\frac{1}{2}$	$\therefore f`(-1)$ **غير موجودة**

السؤال الثالث: **(15 درجة)**

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

1) أوجد فترات التزايد وفترات التناقص لمنحنى الدالة f

2) أوجد فترات التقعر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f

3) ارسم بيان الدالة f

الحل : **(10 درجات)**

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathcal{R}$

$\frac{1}{2}$ **f دالة كثيرة متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathcal{R}$**

$f`(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1)$

1 نضع: $f`(x) = 0$

$3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1) = 0$

$x = 3$, $x = 1$

$f(3) = -4$, $f(1) = 0$

1 ∴ $(1, 0)$, $(3, -4)$ نقطتان حرجتان

نكون جدولاً لدراسة إشارة $f`$

	$-\infty$	1	3	∞
الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, \infty)$	
إشارة $f`$	+++	−−−	+++	
سلوك الدالة f	متزايدة $-\infty$	متناقصة	متزايدة ∞	

1

الدالة f متزايدة على كلٍ من الفترة $(-\infty, 1)$ و الفترة $(3, \infty)$

1 الدالة f متناقصة على الفترة $(1, 3)$

1 $f``(x) = 6x - 12 = 6(x-2)$

نضع $f``(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $6(x-2) = 0 \implies x = 2$

$\frac{1}{2}$ $f(2) = -2$

نكون جدولاً لدراسة إشارة `` f

	$-\infty$	2	∞
الفترات	$(-\infty, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة `` f	$---$	$+++$	
التقعر	∩	∪	

1/2

بيان الدالة f مقعراً لأسفل على الفترة $(-\infty, 2)$

ومقعراً لأعلى على الفترة $(2, \infty)$ والنقطة $(2, -2)$ نقطة انعطاف — **1**

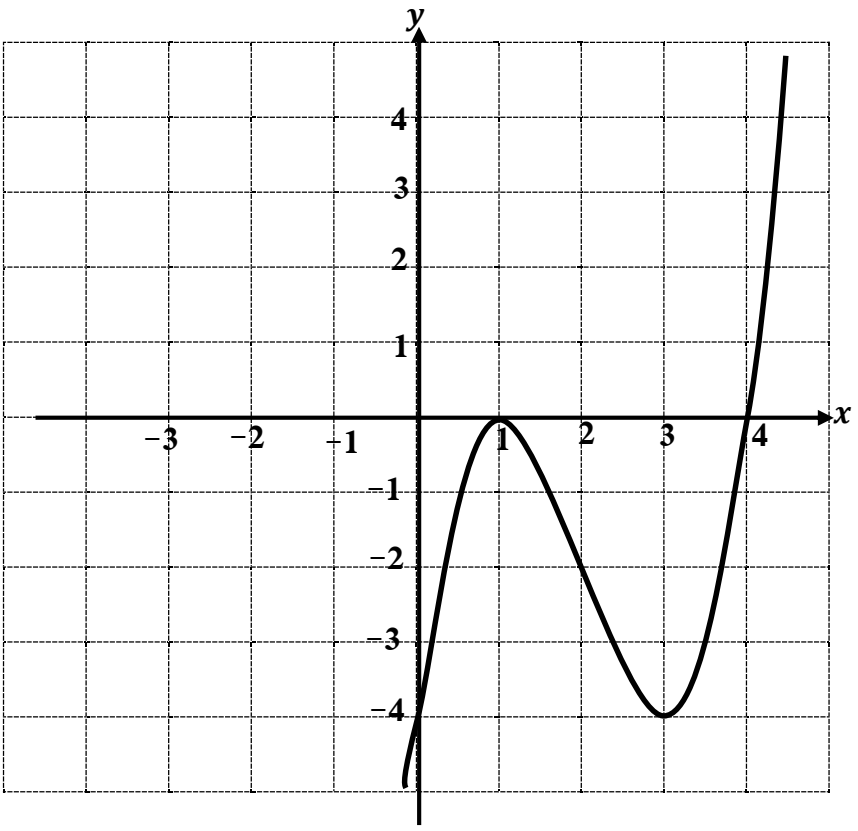
النهايات عند الحدود المفتوحة لأطراف المجال

1/2 $\therefore \lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (x^3) = \infty$,

نقط إضافية

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-4	0	-2	-4	0
	نقطة إضافية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية



2

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد إن أمكن $\lim_{x\to-7}\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$

الحل : **(5 درجات)**

$\frac{1}{2}$	عند التعويض المباشر نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة
1	$= \lim_{x\to-7}\frac{(x+4-3)(x+4+3)}{x(x+7)}$
1	$= \lim_{x\to-7}\frac{(x+1)\overset{1}{\cancel{(x+7)}}}{\underset{1}{\cancel{x(x+7)}}}$
2	شرط المقام $\lim_{x\to-7} x = -7 \neq 0$ $= \lim_{x\to-7}\frac{(x+1)}{x} = \frac{-7+1}{-7}$
$\frac{1}{2}$	$= \frac{6}{7}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) (1) أثبت أنه من بين المستطيلات التي محيط كلٍ منها $8\ m$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة و يكون مربعاً

الحل : (5 درجات)

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط = $2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$

1 $4 = x + y \longrightarrow y = 4 - x$

∴ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد عن 4 أي : $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

1 $s(x) = x.(4 - x)$

$= 4x - x^2$

$s`(x) = 4 - 2x$

نضع $s`(x) = 0$

$4 - 2x = 0$

1 $x = 2 \in (0, 4)$

∴ $(2 , s(2))$ نقطة حرجة

$s``(x) = -2$, $-2 < 0$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

1

∴ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل تكون عند $x = 2$

∴ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2$ cm

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

1 **∴ المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان**

(2) أوجد $\frac{dy}{dx}$ حيث $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل: (4 درجات)

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x

$$\frac{d}{dx}(2y) = \frac{d}{dx}(x^2 + \sin y)$$

1 $$2\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(\sin y)$$

$$2\frac{dy}{dx} = 2x + (\cos y)\frac{dy}{dx}$$

1 $$2\frac{dy}{dx} - (\cos y)\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx}(2 - \cos y) = 2x$$

1 $$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2\sqrt{\pi},2\pi)} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos(2\pi)}$$

$$= \frac{4\sqrt{\pi}}{2-1} = 4\sqrt{\pi}$$

1 ميل المماس للمنحني عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو $4\sqrt{\pi}$

تابع السؤال الرابع:

(b) في عينة من مجتمع إحصائي حجمها $n = 50$ إذا كانت قيمة $\bar{x} = 40$ والانحراف المعياري $s = 7$ ، اختبر الفرض الإحصائي إذا $\mu = 35$ مقابل الفرض البديل $\mu \neq 35$ عند مستوى المعنوية 0.05

الحل : **(6 درجات)**

$\bar{x} = 40 \qquad s = 7 \qquad n = 50$

(1) صياغة الفروض:

$H_0 : \mu = 35$ **مقابل** $H_1 : \mu \neq 35$ — **1**

(2) $\because$ **σ غير معلوم ,** $n = 40 > 30$

$\therefore$ نستخدم المقياس الإحصائي Z :

$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{40-35}{\frac{7}{\sqrt{50}}} = \frac{25\sqrt{2}}{7} = 5.0508$ — **1**

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \implies \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — **1**

$\therefore Z_{0.025} = 1.96$

(4) منطقة قبول الفرض هي $(-1.96 , 1.96)$ — **1**

(5) اتخاذ القرار الإحصائي: $\because 5.0508 \notin (-1.96 , 1.96)$ — **1**

$\therefore$ القرار نرفض فرض العدم $\mu = 35$ ونقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ — **1**

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ و كانت $\lim_{x\to-1}(f(x)-2)=-1$ فإن $f(-1)=1$

(2) إذا كانت $y=5\cot(\frac{2}{x})$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{10}{x^2}\csc^2(\frac{2}{x})$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة على (a,b) فإن للدالة f قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) ليكن منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس الدالة عندها أفقياً هي

ⓐ $(3,0)$ ⓑ $(1,0)$

ⓒ $(2,-1)$ ⓓ $(-1,2)$

(5) $\lim_{x\to-\infty}(\frac{2}{x}+1)(\frac{5x^2-1}{x^2})$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ $-\infty$ ⓓ 5

(6) $\lim_{x\to0}\frac{4x^2+5\sin^2x}{3x^2}$

ⓐ 0 ⓑ 9 ⓒ ∞ ⓓ 3

(7) لتكن الدالة f : $f(x) = (\frac{x}{\sqrt{x-3}})$ ، الدالة g : $x \neq 0$, $f(x) = x^2 + 3$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

ⓐ $\frac{x^2}{x-3} + 3$ ⓑ $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

ⓒ $\frac{x^2+3}{|x|}$ ⓓ $\frac{-(x^2+3)}{x}$

---

(8) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0 , 2)$ هو:

ⓐ 0 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 3

---

(9) إذا كانت f دالة كثيره حدود، $(c , f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f``(c)$ غير موجودة ⓑ $f``(c) = 0$

ⓒ $f`(c) = 0$ ⓓ $f(c) = 0$

---

(10) إنَّ القيمة الحرجة $z_{\frac{\propto}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي

ⓐ 2. 12 ⓑ 2.17 ⓒ 21 ⓓ 21.2

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(9)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(10)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10