

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

a) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2}$$

(7 درجات)

الحل:

تابع السؤال الأول :

أوجد $y' = \frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(8 درجات)

(1) $y = x^2 \sin x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) $y^2 + x y = 7x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السؤال الثاني :

15

(a) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة $f(x) = x^3 - 3x + 1$: f

في الفترة $[0, 3]$

(7 درجات)

الحل :

This image shows a full page of blank handwriting practice paper. It features multiple sets of horizontal lines, each set consisting of three parallel lines: a solid top line, a dashed middle line, and a solid bottom line. These sets are repeated down the entire length of the page, providing a guide for letter height and placement. The background is white, and the lines are printed in a light gray color.

تابع السؤال الثانى :

(b) $g(x) = \sqrt{x+4}$, $f(x) = 2x^2 - 3$: لكن

(8 درجات)

إبحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل :

السؤال الثالث :

15

(a) أوجد فترات التفرع ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$:

(7 درجات)

الحل :

[illegible]

تابع السؤال الثالث :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 4]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2 + 4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

عند النقطة $(1, 0)$

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع :

(b) إذا كانت $n = 80$, $\bar{x} = 37.2$, $S = 1.79$
اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل: (7 درجات)

القسم الثاني البنود الموضوعية (لكل بند درجة واحدة)

في البنود من (1 - 3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة , ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 + 7x - 8) = \infty \quad (1)$$

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \begin{cases} 2x - 1 : x < 4 \\ x^2 - 9 : x > 4 \end{cases} \text{ قابلة للاشتقاق عند } x = 4$$

$$(3) \text{ أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته } 16 \text{ cm}^2 \text{ هو } 16 \text{ cm}$$

في البنود من (4 - 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} \text{ تساوى}$$

- (a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 1 (d) 0

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} \text{ تساوى}$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(6) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x = 1$ وكانت النقطة $(1, -3)$ تقع على منحنى الدالة g

$$\text{فإن } \lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2 \text{ تساوي}$$

- (a) -6 (b) -3 (c) 1 (d) 9

(7) إذا كانت الدالة $f : f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها افقيا هي

- (a) (3, 0) (b) (1, 0) (c) (2, -1) (d) (-1, 2)

(8) إذا كانت الدالة $f(x) = (x^2 + 3)^4$ فإن $f'(x)$ تساوى

- (a) $4(x^2 + 3)^3$ (b) $8x(x^2 + 3)^4$ (c) $8x(x^2 + 3)^3$ (d) $4(2x)^3$

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ فإن a تساوي

- (a) 5 (b) 3 (c) 4 (d) 2

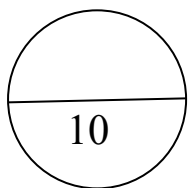
(10) إذا كانت $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$
(c) متزايدة على مجال تعريفها
(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

تمت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق

إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



توقيع المصحح :

توقيع المراجع :

المجال الدراسي : الرياضيات

الزمن : ساعتان و45 دقيقة

عدد الصفحات : 11

دولة الكويت

وزارة التربية

التوجيه الفني العام للرياضيات

نموذج إجابة نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي: 2025/ 2026 م

القسم الأول — أسئلة المقال

(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

15

السؤال الأول :

(a)

أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2}$$

(7 درجات)

الحل :

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 3 - 2 = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2) = 3(3)^2 - 2 = 25, \quad 25 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2)} = \sqrt{25} = 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2}}{\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2)}$$

$$= \frac{5}{1} = 5$$

تابع : السؤال الأول :

(b) أوجد $y' = \frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي : (8 درجات)

الحل:

$$(1) \quad y = x^2 \sin x$$

$$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{d}{dx} (x^2) \right) \cdot \sin x + \left(\frac{d}{dx} (\sin x) \right) \cdot x^2$$

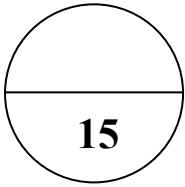
$$= 2x \sin x + x^2 \cos x$$

$$(2) \quad y^2 + x y = 7x$$

$$2y y' + x y' + 1 \cdot y = 7$$

$$y'(2y + x) = 7 - y$$

$$y' = \frac{7 - y}{2y + x}$$



السؤال الثاني :

(a) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة $f : f(x) = x^3 - 3x + 1$

في الفترة $[0, 3]$

الحل :

(7 درجات)

∴ الدالة f متصلة على الفترة $[0, 3]$

∴ الدالة f لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[0, 3]$

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 0$, $x = 3$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$

$$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$$

نوجد النقاط الحرجة :

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$\text{نضع } f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$\text{إما } x = 1 , 1 \in (0, 3) \text{ أو } x = -1 , -1 \notin (0, 3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$$

∴ $(1, -1)$ نقطة حرجة

x	0	1	3
$f(x)$	1	-1	19

من الجدول

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[0, 3]$ هي 19 ∴ 19 قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[0, 3]$ هي -1 ∴ -1 قيمة صغرى مطلقة

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = 2x^2 - 3$, $g(x) = \sqrt{x+4}$

(8 درجات)

إبحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل :

(1) f دالة كثيرة حدود متصلة عند $x = -2$

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

نفرض أن $h(x) = x + 4$

$$\therefore g(x) = \sqrt{x+4} = \sqrt{h(x)}$$

h دالة متصلة عند $x = 5$

$$h(5) = 5 + 4 = 9 , 9 > 0$$

(2) $\therefore$ الدالة g متصلة عند $x = f(-2) = 5$

من (1) ، (2)

نجد أن الدالة $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$

السؤال الثالث :

15

(a) أوجد فترات التفرع ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة $f : f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

الحل :

(7 درجات)

$\therefore f$ دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

$\therefore f$ قابلة للاشتقاق على مجالها

نوجد

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f''(x) = 6x - 4$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$6x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 6x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1 = \frac{11}{27}$$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	∞
الفترات	$\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$	
إشارة f''	---	+++	
بيان الدالة f	مقعراً لأسفل	مقعراً لأعلى	

نلاحظ من الجدول أن :

بيان الدالة f مقعراً لأسفل على الفترة $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

بيان الدالة f مقعراً لأعلى على الفترة $\left(\frac{2}{3}, \infty\right)$

النقطة $\left(\frac{2}{3}, \frac{11}{27}\right)$ هي نقطة انعطاف لمنحنى الدالة f

تابع : السؤال الثالث :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[-3, 4]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -5 & : x = -3 \\ -x^2 + 4 & : -3 < x < 4 \\ -10 & : x = 4 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

ندرس اتصال الدالة على $(-3, 4)$

نفرض $g(x) = -x^2 + 4$

g دالة كثيرة حدود متصلة على R

$$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-3, 4)$$

(1) $\therefore$ الدالة f متصلة على $(-3, 4)$

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -3$ من جهة اليمين

$$f(-3) = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} (-x^2 + 4) = -(-3)^2 + 4 = -9 + 4 = -5$$

$$\therefore f(-3) = \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -5$$

(2) $\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -3$ من جهة اليمين

ندرس اتصال الدالة f عند $x = 4$ من جهة اليسار

$$f(4) = -10$$

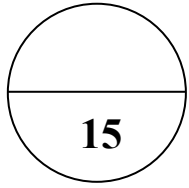
$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (-x^2 + 4) = -4^2 + 4 = -12$$

$$\therefore f(4) \neq \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$$

(3) $\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار

من (1) ، (2) ، (3) فإن الدالة f ليست متصلة على الفترة $[-3, 4]$

الدالة f متصله على $(-3, 4)$



السؤال الرابع :

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

عند النقطة $(1, 0)$

الحل :

(8 درجات)

نوجد f' بتطبيق قاعدة القسمة

$$f'(x) = \frac{(x+2)(x-1)' - (x-1)(x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)(1) - (x-1)(1)}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x+2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{3}{(1+2)^2} = \frac{1}{3}$$

ومنه ميل المماس

معادلة المماس :

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

تابع : السؤال الرابع :

(b) إذا كانت $n = 80$, $\bar{x} = 37.2$, $S = 1.79$

(7 درجات) اختبار الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل:

$$\bar{x} = 37.2 , \quad n = 80 , \quad S = 1.79$$

(1) صياغة الفروض الإحصائية :

$$H_0 : \mu = 37 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : \mu \neq 37$$

(2) نوجد المقياس الإحصائي :

$$\because \sigma \text{ غير معلوم , } n > 30$$

$$\therefore Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

$$\because \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad (3)$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد :

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

$$(4) \text{ منطقة القبول : } (-Z_{\frac{\alpha}{2}}, Z_{\frac{\alpha}{2}}) = (-1.96, 1.96)$$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي

$$\because 0.999 \in (-1.96, 1.96)$$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $H_0 : \mu = 37$

القسم الثاني البنود الموضوعية (لكل بند درجة واحدة)

في البنود من (1 - 3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ,
ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 + 7x - 8) = \infty \quad (1)$$

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \begin{cases} 2x - 1 : x < 4 \\ x^2 - 9 : x > 4 \end{cases} \text{ قابلة للاشتقاق عند } x = 4$$

$$(3) \text{ أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته } 16 \text{ cm}^2 \text{ هو } 16 \text{ cm}$$

في البنود من (4 - 10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - اختر الإجابة الصحيحة
ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} \text{ تساوى}$$

- (a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 1 (d) 0

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} \text{ تساوى}$$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(6) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x = 1$ وكانت النقطة $(1, -3)$ تقع على منحنى الدالة g

$$\text{فإن } \lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2 \text{ تساوي}$$

- (a) -6 (b) -3 (c) 1 (d) 9

(7) إذا كانت الدالة $f : f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها افقيا هي

- (a) (3, 0) (b) (1, 0) (c) (2, -1) (d) (-1, 2)

(8) إذا كانت الدالة $f(x) = (x^2 + 3)^4$ فإن $f'(x)$ تساوى

- (a) $4(x^2 + 3)^3$ (b) $8x(x^2 + 3)^4$ (c) $8x(x^2 + 3)^3$ (d) $4(2x)^3$

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$ فإن a تساوي

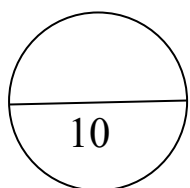
- (a) 5 (b) 3 (c) 4 (d) 2

(10) إذا كانت $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$
(c) متزايدة على مجال تعريفها
(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



توقيع المصحح :

توقيع المراجع :