

نموذج اختبار تجريبي للفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2024 / 2025 م

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

السؤال الأول:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

(a) أوجد :

تابع / السؤال الأول :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x}}{2x + 1}$$

(b) أوجد :

السؤال الثاني :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3x & : 1 < x < 4 \\ 5 & : x = 4 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن الدالة } f :$$

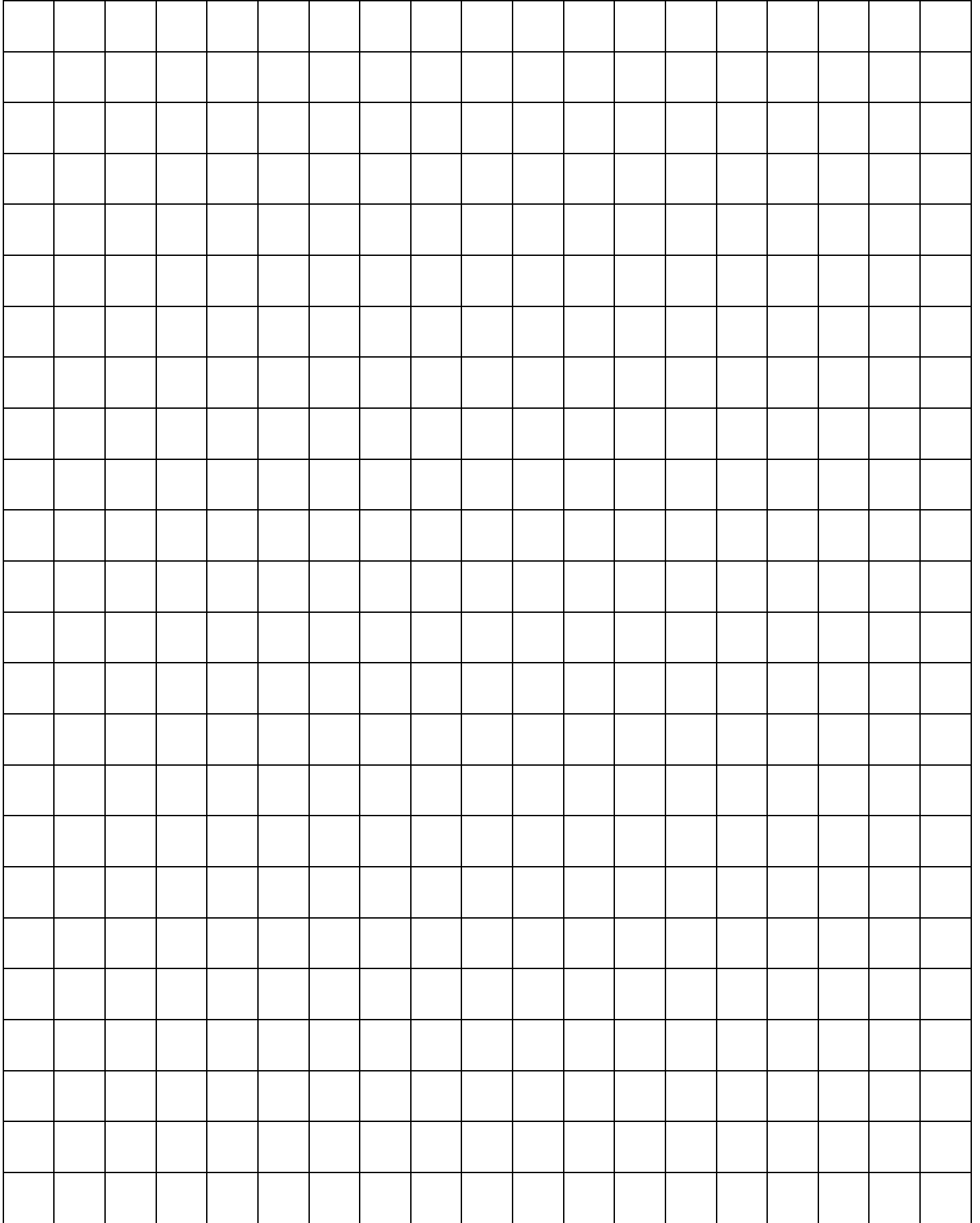
ابحث اتصال الدالة f على $[1, 4]$

تابع / السؤال الثانى :

(b) أوجد معادلة المماس و الناظم لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ عند النقطة (1, 0)

السؤال الثالث :

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 5$ ، و ارسم بيانها .



تابع / السؤال الثالث :

(b) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي علماً أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا $n = 13$ ، $S = 0.3$ ، $\bar{x} = 8.4$

السؤال الرابع :

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & : x \leq 3 \\ x^2 - 1 & : x > 3 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن الدالة } f :$$

أوجد ان أمكن $f'(3)$

تابع / السؤال الرابع :

(b) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 4]$ ،
ثم أوجد c الذي ينبئ به النظرية وفسر إجابتك.

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(a) (b)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2}$$

(a) (b)

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4} \text{ متصلة عند } x = 2$$

(a) (b)

(3) متوسط العمر لعينة من 100 مصباح كهربائي بالساعات في أحد المصانع

هو $\bar{x} = 1600$ بانحراف معياري $S = 125$ يقول صاحب المصنع أن

متوسط عمر المصابيح بالساعات هو $\mu = 1640$. إن المقياس الاحصائي هو $Z = 3.2$

ثانياً: في البنود من (4 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح
ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(4) ميل المماس عند النقطة $A(1, 1)$ على منحنى $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي :

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(5) لتكن الدالة $f : f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g : g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$

(b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

(c) $\frac{-(x^2 + 3)}{x}$

(d) $\frac{x^2 + 3}{|x|}$

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3

(b) 5

(c) 9

(d) 11

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- (a) $3(2x + 1)^{-\frac{3}{2}}$ (b) $-3(2x + 1)^{-\frac{3}{2}}$ (c) $-3(2x + 1)^{-\frac{1}{2}}$ (d) $3(2x + 1)^{-1}$

(8) إذا كانت الدالة $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f :

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
 (b) متزايدة على الفترة $[-\infty, 0]$
 (c) متزايدة على مجال تعريفها
 (d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ و متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(9) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

- (a) 9 cm , 4 cm (b) 12 cm , 3 cm (c) 6 cm , 6 cm (d) 18 cm , 2 cm

(10) تتقارب قيمتي t ، Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري اذا زادت درجات الحرية عن :

- (a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

القسم الأول : أسئلة المقال

تراجعى الحلول الأخرى فى كافة الأسئلةالسؤال الأول:

(سبع درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

(a) أوجد :

الحل

$$1 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x (1 + \cos x)}$$

$$1 + 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x (1 + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + \cos x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \quad \text{شرط المقام}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1}{\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)}$$

$$1$$

$$= \frac{1}{2}$$

∴

تابع / السؤال الأول :

(ثمان درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x}}{2x + 1}$$

(b) أوجد :

الحل

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$1$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x}}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(9 - \frac{3}{x}\right)}}{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| \sqrt{\left(9 - \frac{3}{x}\right)}}{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$x > 0$$

$$|x| = x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \sqrt{9 - \frac{3}{x}}}{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\left(9 - \frac{3}{x}\right)}}{\left(2 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(9 - \frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 9 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 9 - 0 = 9, 9 > 0$$

شرط الجذر

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(9 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(9 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{9} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 + 0 = 2, 2 \neq 0$$

شرط المقام

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x}}{2x + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(9 - \frac{3}{x}\right)}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{3}{2}$$

السؤال الثاني :

(ثمان درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3x & : 1 < x < 4 \\ 5 & : x = 4 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن الدالة } f :$$

ابحث اتصال الدالة f على $[1, 4]$ الحل

$$\text{نفرض أن } g(x) = x^2 - 3x$$

 $\therefore g$ كثيرة حدود متصلة على R $\therefore g$ متصلة على $(1, 4)$

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (1, 4)$$

 f متصلة على $(1, 4)$

$$f(1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

 f متصلة عند $x = 1$ من جهة اليمين

$$f(4) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (x^2 - 3x) = 16 - 12 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \neq f(4)$$

 f ليست متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار f ليست متصلة على $[1, 4]$ ولكنها متصلة على $[1, 4)$

تابع / السؤال الثاني :

(سبع درجات)

(b) أوجد معادلة المماس و الناقم لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ عند النقطة $(1, 0)$ الحل

2

$$f'(x) = \frac{(1)(x+2) - (x-1)(1)}{(x+2)^2}$$

1

$$f'(1) = \frac{1 \times 3 - 0 \times 1}{(3)^2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

ميل الناقم = -3

معادلة الناقم

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = \frac{-1}{f'(x_1)} (x - x_1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y - 0 = -3 (x - 1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y = -3x + 3$$

$$\frac{1}{3} = \text{ميل المماس}$$

معادلة المماس

$$y - y_1 = f'(x_1) (x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3} (x - 1)$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

السؤال الثالث :

(عشرة درجات)

$$f(x) = x^3 - 3x + 5$$
 ثم ارسم بيانها.

(a) ادرس تغير الدالة f :**الحل** f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

لإيجاد النقاط الحرجة نضع $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x=1 \text{ أو } x=-1$$

$$f(1)=3, f(-1)=7$$

نقطتان حرجتان $(1, 3), (-1, 7)$

	$-\infty$	-1	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	+	-	+	
سلوك f				

الدالة متزايدة على : $(1, \infty)$ و $(-\infty, -1)$ ومتناقصة على $(-1, 1)$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0)=5$$

	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة f''	-	+	
التقعر			

منحنى الدالة مقعر لأسفل على $(-\infty, 0)$ ومقعر لأعلى على $(0, \infty)$

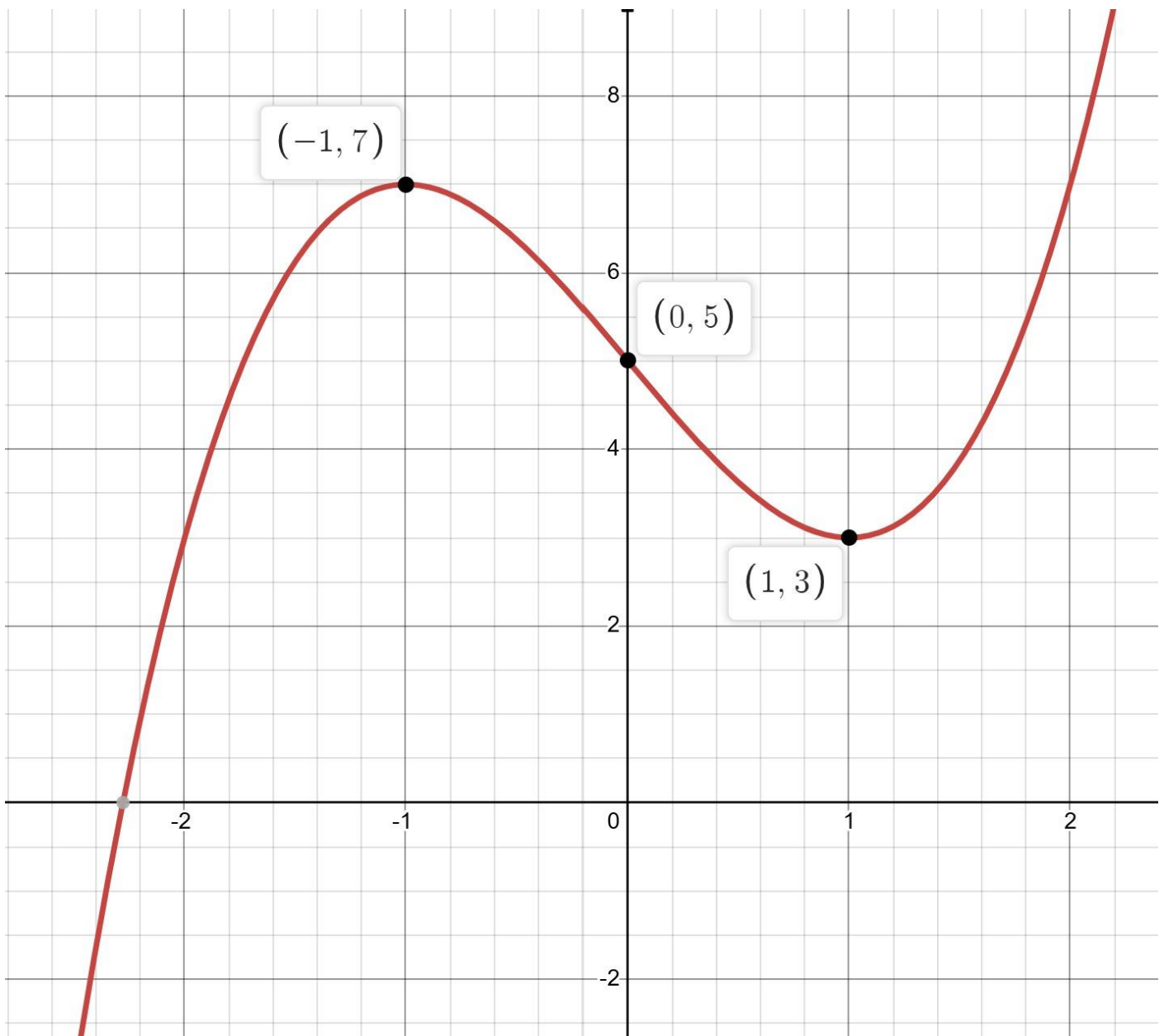
(0, 5) نقطة انعطاف

2 درجة

الرسم البياني

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
y	3	7	5	3	7



تابع / السؤال الثالث :

(خمس درجات)

(b) أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي علماً أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا $n = 13$ ، $s = 0.3$ ، $\bar{x} = 8.4$ الحل $\therefore \sigma^2$ غير معلومة ، $n \leq 30$ $\therefore$ نستخدم التوزيع tدرجات الحرية : $n - 1 = 13 - 1 = 12 \Rightarrow n = 13$ مستوى الثقة $1 - \alpha = 95\%$ $1 - \alpha = 0.95$ $\alpha = 0.05$ $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\therefore$ هامش الخطأ $E = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}} = 0.181$ $(\bar{X} - E , \bar{X} + E) = (8.4 - 0.181 , 8.4 + 0.181)$ $= (8.219 , 8.581)$

السؤال الرابع :

(ثمان درجات)

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & : x \leq 3 \\ x^2 - 1 & : x > 3 \end{cases}$$

(a) لتكن الدالة f :أوجد ان أمكن $f'(3)$ الحل f متصلة عند $x = 3$

إن وجدت

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

$$f(3) = 8$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 1 - 8}{x - 3}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 6$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x + 5 - 8}{(x - 3)}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x - 3)}{(x - 3)}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 1 = 1$$

$$f'_+(3) \neq f'_-(x)$$

 f غير قابلة للاشتقاق عند $x = 3$

تابع / السؤال الرابع :

(سبع درجات)

(b) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 4]$ ،
ثم أوجد c الذي ينبئ به النظرية وفسر إجابتك.

الحل

1

الدالة f دالة كثيرة حدود متصلة علي R وقابلة للاشتقاق علي $(0, 4)$

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة علي $[0, 4]$

يوجد علي الأقل C بحيث

 $\frac{1}{2}$

$$f'(C) = \frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$3c^2 - 3 = \frac{54-2}{4}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$3c^2 = 16$$

$$f'(c) = 3c^2 - 3$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$C^2 = \frac{16}{3} \approx 5.3$$

$$f(0) = 2$$

 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$c \approx \pm 2.3$$

$$f(4) = 54$$

 $\frac{1}{2}$

$$c \approx 2.3 \in (0, 4)$$

 $\frac{1}{2}$

$$c \approx -2.3 \notin (0, 4)$$

يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 2.3$

 $\frac{1}{2}$

والمماس يوازي القاطع المار بالنقطتين $(0, 2)$, $(4, 54)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(a) (b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2 \cos 2x} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

(a) (b)

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4} \text{ متصلة عند } x = 2$$

(a) (b)

(3) متوسط العمر لعينة من 100 مصباح كهربائي بالساعات في أحد المصانع

هو $\bar{x} = 1600$ بانحراف معياري $S = 125$ يقول صاحب المصنع أن

متوسط عمر المصابيح بالساعات هو $\mu = 1640$. إن المقياس الاحصائي هو $Z = 3.2$

ثانياً: في البنود من (4 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(4) ميل المماس عند النقطة $A(1, 1)$ على منحنى $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي :

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(5) لتكن الدالة $f : f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g : g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$

(b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

(c) $\frac{-(x^2 + 3)}{x}$

(d) $\frac{x^2 + 3}{|x|}$

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي :

- (a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

- (a) $3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$ (b) $-3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$ (c) $-3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$ (d) $3(2x+1)^{-1}$

(8) إذا كانت الدالة $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f :

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
 (b) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0]$
 (c) متزايدة على مجال تعريفها
 (d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ و متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(9) مستطيل مساحته 36 cm^2 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

- (a) 9 cm , 4 cm (b) 12 cm , 3 cm (c) 6 cm , 6 cm (d) 18 cm , 2 cm

(10) تتقارب قيمتي t ، Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري اذا زادت درجات الحرية عن :

- (a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)