دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية

نـــمـــوذج اخـــتـــبـــار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات: 11 صفحات

**نموذج امتحان تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي**
**للعام الدراسي 2025/2024م**

---

## القسم الأول – الأسئلة المقالية
**أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها**

**السؤال الأول: (15 درجة)**

**( a ) أوجد** **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**تابع السؤال الأول:**

**( b ) أوجد معادلة المماس للمنحني الذي معادلته : $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة $(1, 1)$** **(7 درجات)**

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**السؤال الثاني: (15 درجة)**

**( a ) لتكن الدالة $f$ : $f(x)=\begin{cases} x^2-a & x<0 \\ 2 & x=0 \\ ax+b & x>0 \end{cases}$ متصلة على مجالها $\mathbb{R}$ (8 درجات)**

**أوجد قيمة الثابتين: $a$ و $b$**

**-- الحل --**

**الدالة $f$ متصلة على مجالها $\mathbb{R}$**

نموذج اختبار

**تابع السؤال الثاني:**

**( b ) لتكن الدالة $f$ :** $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 2 \\ 4x-4 & x>2 \end{cases}$ **(7 درجات)**

**أوجد إن أمكن $f'(x)$**

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**السؤال الثالث: (15 درجة)**

**( a ) أوجد إن أمكن:** **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**تابع السؤال الثالث:**

**( b ) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة:** $f(x) = x^3 - 3x + 1$ **قي الفترة** $[-2\ ,\ 1]$ **(7 درجات)**

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**السؤال الرابع: (15 درجة)**

**( a ) أدرس تغير الدالة : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ثم ارسم بيانها. (8 درجات)**

**-- الحل --**

نموذج اختبار

**تابع السؤال الرابع:**

**( b ) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض ليهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\overline{x} = 76.5$ ، استخدم مستوى ثقة $95\%$ لإيجاد: (7 درجات)**

**1) هامش الخطأ.**

**2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ**

**-- الحل --**

نموذج اختبار

## القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

**أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.**
**ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.**

**( 1 )** $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$ ⓐ ⓑ

**( 2 )** إذا كانت الدالة $f$ متصلة على $[-3\ ,\ 1]$ والدالة $g$ متصلة على $[-1\ ,\ 3]$ فإن الدالة: $f + g$ متصلة عند $x = 0$ . ⓐ ⓑ

**( 3 )** الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1\ ,\ 2]$ ⓐ ⓑ

**ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.**

**( 4 )** إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $5sin^{-6}cosx - 3cos^2sinx$ ⓑ $5sin^{-6}cosx + 3cos^2sinx$

ⓒ $-5sin^{-6}cosx + 3cos^2sinx$ ⓓ $-5sin^{-6}cosx - 3cos^2sinx$

**( 5 )** كن الدالتين $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = 5x + 1$ فإن $(gof)(x)$

ⓐ $5x^2 + 16$ ⓑ $25x^2 + 10x + 4$

ⓒ $10x$ ⓓ $50x + 10$

**( 6 )** عدد النقاط الحرجة للدالة $f(x) = 3x^3 - 9x - 4$ هي

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ 3

**( 7 )** الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي

ⓐ $f(x) = \sqrt{x-2}$ ⓑ $f(x) = |x-2|$

ⓒ $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ⓓ $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

( 8 ) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في النقطة $(1 \text{ و } -1)$

ⓐ $f(x) = x^3$ ⓑ $f(x) = -x^3$

ⓒ $f(x) = x^2$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

( 9 ) الدالة $f(x) = x + |x| + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ لوجود

ⓐ مماس رأسي ⓑ انفصال ⓒ ناب ⓓ ركن

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وكانت الفترة الثقة $(-1.96 \, , \, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار $z$ يمكن أن تكون

ⓐ $1.5$ ⓑ $1.87$ ⓒ $-1.5$ ⓓ $-2.5$

---

## إجابة البنود الموضوعية

| السؤال | الإجابـــــــة | | | |
|---|---|---|---|---|
| ( 1 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 2 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 3 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 4 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 5 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 6 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 7 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 8 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 9 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 10 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |

**لكل بند درجة واحدة**

نموذج اختبار

دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية

نـــمـــوذج اخـــتـــبـــار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات: 11 صفحات

**نموذج امتحان تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي**
**للعام الدراسي 2025/2024م**

---

## القسم الأول – الأسئلة المقالية
## تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

**السؤال الأول: (15 درجة)**

**( a ) أوجد** **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

**-- الحل --**

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{2x-3-1}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2x-4}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)} \quad , \quad x\neq 2$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

شرط الجذر

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3=1 \ , \ 1>0$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}(1)=\sqrt{1}+1=2\ ,2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to 2} 2}{\lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{2}=1$$

**تابع السؤال الأول:**

**( b ) أوجد معادلة المماس للمنحني الذي معادلته : $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة $(1, 1)$** **(7 درجات)**

**-- الحل --**

$$x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$$

الاشتقاق ضمنيا بالنسبة لـ $x$

$$2x - 2y\,y' + y + x\,y' = 0$$

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

$$y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$$

$$y'|_{(1,1)} = \frac{-2(1) - (1)}{-2(1) + (1)} = 3$$

معادلة خط المماس للمنحنى عند النقطة $(1, 1)$ هي:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 1 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3 + 1$$

$$y = 3x - 2$$

**السؤال الثاني: (15 درجة)**

**( a ) لتكن الدالة $f$ : $f(x)=\begin{cases} x^2-a & x<0 \\ 2 & x=0 \\ ax+b & x>0 \end{cases}$ متصلة على مجالها $\mathbb{R}$ (8 درجات)**

**أوجد قيمة الثابتين: $a$ و $b$**

**-- الحل --**

**الدالة $f$ متصلة على مجالها $\mathbb{R}$**

**الدالة $f$ متصلة عند $x=0$**

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^-} (x^2-a)=2$$

$$(0)^2-a=2$$

$$a=-2$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=f(0)$$

$$\lim_{x\to 0^+} (ax+b)=2$$

$$(-2)(0)+b=2$$

$$b=2$$

**تابع السؤال الثاني:**

**( b ) لتكن الدالة $f$ :** $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\le 2\\ 4x-4 & x>2\end{cases}$ **(7 درجات)**

**أوجد إن أمكن $f'(x)$**

**-- الحل --**

$$D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$$

$$f'(x)=\begin{cases}2x & x<2\\ \text{تبحث} & x=2\\ 4 & x>2\end{cases}$$

$$f(2)=(2)^2=4$$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-4-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4x-8}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}4=4$$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-(2)}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}(x+2)=2+2=4$$

$\because f'_+(2)=f'_-(2)$

$\therefore f'(2)=4$

$$f'(x)=\begin{cases}2x & x<2\\ 4 & x=2\\ 4 & x>2\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}2x & x<2\\ 4 & x\ge 2\end{cases}$$

**السؤال الثالث: (15 درجة)**

**( a ) أوجد إن أمكن:** **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}$$

**-- الحل --**

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\ \sin x}{\cos x\ -1}\cdot\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\cdot \sin x\,(\cos x+1)}{\cos^2 x\ -1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x\,(\cos x+1)}{\sin^2 x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x(\cos x+1)}{-\sin x}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{-\sin x}\cdot(\cos x+1)\right)$$

$$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right)\cdot\left(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1\right)=-\frac{1}{1}\cdot(1+1)$$

$$=-2$$

**تابع السؤال الثالث:**

**( b ) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة المتصلة: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[-2\ ,\ 1]$** **(7 درجات)**

**-- الحل --**

**الدالة $f$ متصلة على الفترة $[-2\ ,\ 1]$**

**إذن الدالة لها قيمة عظمى مطلقة ولها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[-2\ ,\ 1]$**

$$f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 1 = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x+1)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \notin (-2\ ,\ 1)$$

$$x = -1 \in (-2\ ,\ 1)$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 1 = 3$$

**إذن النقطة $(-1\ ,\ 3)$ نقطة حرجة**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | $3$ | $-1$ |

**أكبر قيمة للدالة $f$ في الفترة $[-2\ ,\ 1]$ هي 3**

**(3) قيمة عظمى مطلقة**

**أكبر قيمة للدالة $f$ في الفترة $[-2\ ,\ 1]$ هي $-1$**

**(-1) قيمة صغرى مطلقة**

**السؤال الرابع: (15 درجة)**

**( a ) أدرس تغير الدالة : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ثم ارسم بيانها.** **(8 درجات)**

**-- الحل --**

**الدالة $f$ كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$**

**النهايات عند الحدود المفتوحة:**

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(2x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2x^3) = -\infty$$

**المشتقة الأولى: الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على مجالها**

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 + 6x = 0 \quad \rightarrow \quad 6x(x+1) = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0 \ , \ x_2 = -1$$

$$f(0) = 2(0)^3 + 3(0)^2 - 1 = -1$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 1 = 0$$

**إذن: $(0\ ,-1)$ , $(-1\ ,0)$ نقاط حرجة**

**جدول إشارة $f'$**

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| الفترات | $(-\infty,-1)$ | $(-1,0)$ | $(0,\infty)$ | |
| إشارة $f'$ | $+\ +\ +$ | $-\ -\ -$ | $+\ +\ +$ | |
| سلوك $f$ | $\nearrow\ \nearrow\ \nearrow$ | $\searrow\ \searrow\ \searrow$ | $\nearrow\ \nearrow\ \nearrow$ | |

**الدالة متناقصة على $(-1,0)$**

**الدالة متزايدة على $(0,\infty)$ و $(-\infty,-1)$**

**المشتقة الثانية:**

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 12x + 6 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{2}$$

**جدول إشارة $f''$**

| $x$ | $-\infty$ $\quad$ $\frac{-1}{2}$ $\quad$ $\infty$ |
|---|---|
| الفترات | $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$ $\quad$ $\left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$ |
| إشارة $f''$ | $- -$ $\quad$ $\mid$ $\quad$ $+ +$ |
| سلوك $f$ | $\cap$ $\quad$ $\mid$ $\quad$ $\cup$ |

**الدالة مقعرة لأعلى في الفترة:** $\left(\frac{-1}{2}, \infty\right)$

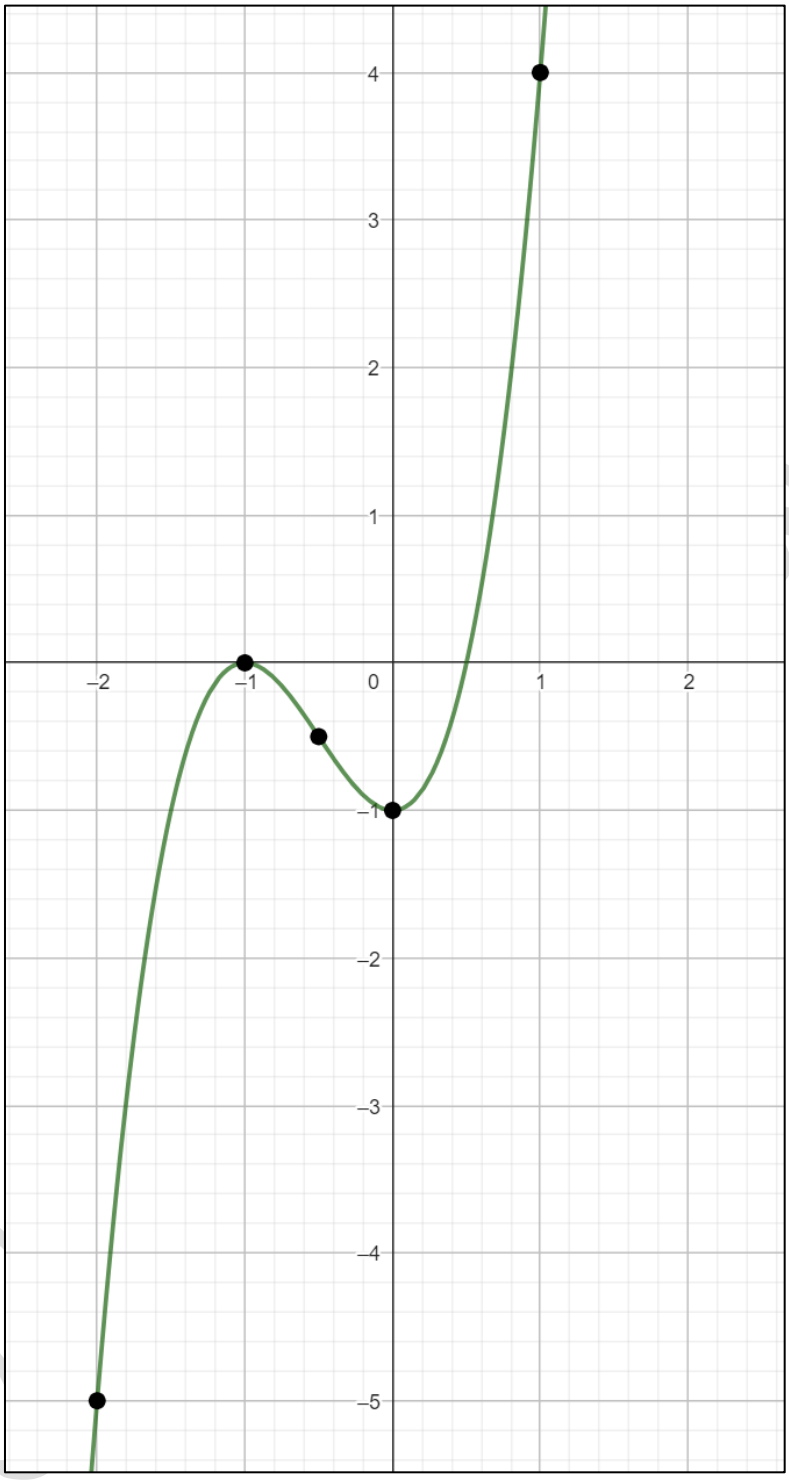
**مقعرة لأسفل في الفترة:** $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$

**إذن النقطة** $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ **نقطة إنعطاف**

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 1 = -5$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 1 = 4$$

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $\frac{-1}{2}$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-5$ | $0$ | $\frac{-1}{2}$ | $-1$ | $4$ |


4
3
2
1
−2
−1
0
1
2
−1
−2
−3
−4
−5

**تابع السؤال الرابع:**

**( b ) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض ليهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $\overline{x} = 76.5$ ، استخدم مستوى ثقة $95\%$ لإيجاد: (7 درجات)**

**1) هامش الخطأ.**

**2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ**

**-- الحل --**

$$n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \overline{x} = 76.5$$

**∵ مستوى الثقة:** $95\%$

**∴ القيمة الحرجة:** $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

**∵** $\sigma$ **معلومة فإن هامش الخطأ يساوي:**

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87$$

**فترة الثقة هي:**

$$(\overline{x} - E, \overline{x} + E)$$

$$(76.5 - 3.87 \ , \ 76.5 + 3.87)$$

$$(72.63 \ , \ 80.37)$$

## القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

**أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة.**
**ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة.**

**( 1 )** $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$ ⓐ ⓑ

**( 2 )** إذا كانت الدالة $f$ متصلة على $[-3\ ,\ 1]$ والدالة $g$ متصلة على $[-1\ ,\ 3]$ فإن الدالة: $f + g$ متصلة عند $x = 0$ . ⓐ ⓑ

**( 3 )** الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1\ ,\ 2]$ ⓐ ⓑ

**ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.**

**( 4 )** إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $5sin^{-6}cosx - 3cos^2sinx$ ⓑ $5sin^{-6}cosx + 3cos^2sinx$

ⓒ $-5sin^{-6}cosx + 3cos^2sinx$ ⓓ $-5sin^{-6}cosx - 3cos^2sinx$

**( 5 )** كن الدالتين $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = 5x + 1$ فإن $(gof)(x)$

ⓐ $5x^2 + 16$ ⓑ $25x^2 + 10x + 4$

ⓒ $10x$ ⓓ $50x + 10$

**( 6 )** عدد النقاط الحرجة للدالة $f(x) = 3x^3 - 9x - 4$ هي

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ 3

**( 7 )** الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي

ⓐ $f(x) = \sqrt{x-2}$ ⓑ $f(x) = |x-2|$

ⓒ $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ⓓ $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

( 8 ) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في النقطة $(1 \text{ و } -1)$

ⓐ $f(x) = x^3$ ⓑ $f(x) = -x^3$

ⓒ $f(x) = x^2$ ⓓ $f(x) = -x^2$

---

( 9 ) الدالة $f(x) = x + |x| + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ لوجود

ⓐ مماس رأسي ⓑ انفصال ⓒ ناب ⓓ ركن

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وكانت الفترة الثقة $(-1.96 , 1.96)$ فإن قيمة الاختبار $z$ يمكن أن تكون

ⓐ $1.5$ ⓑ $1.87$ ⓒ $-1.5$ ⓓ $-2.5$

---

## إجابة البنود الموضوعية

| السؤال | الإجابـــــــة | | | |
|---|---|---|---|---|
| ( 1 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 2 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 3 ) | ⓐ | ⓑ | | |
| ( 4 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 5 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 6 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 7 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 8 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 9 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |
| ( 10 ) | ⓐ | ⓑ | ⓒ | ⓓ |

**لكل بند درجة واحدة**

نموذج اختبار