وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
عدد الصفحات : 12

امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2024-2025 م

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن جميع الأسئلة التالية موضحً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :(15 درجة)

(a) أوجد: $\lim_{x\to -1} \frac{(4+x)^2-9}{x+1}$

(8 درجات)

تابع : السؤال الأول :

(b) أوجد: $\lim_{x\to 0} \frac{tan2x+3xcos4x}{5x}$

(7 درجات)

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) لتكن f : ادرس اتصال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ على الفترة $[-2, 2]$

(8 درجات)

تابع : السؤال الثاني :

(b) أوجد ميل المماس $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للمنحنى الذي معادلته $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $\left(2\sqrt{\pi}, \pi\right)$

(7 درجات)

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن: $y = \sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)^3}$ **أوجد :** y'

(8 درجات)

تابع : السؤال الثالث :

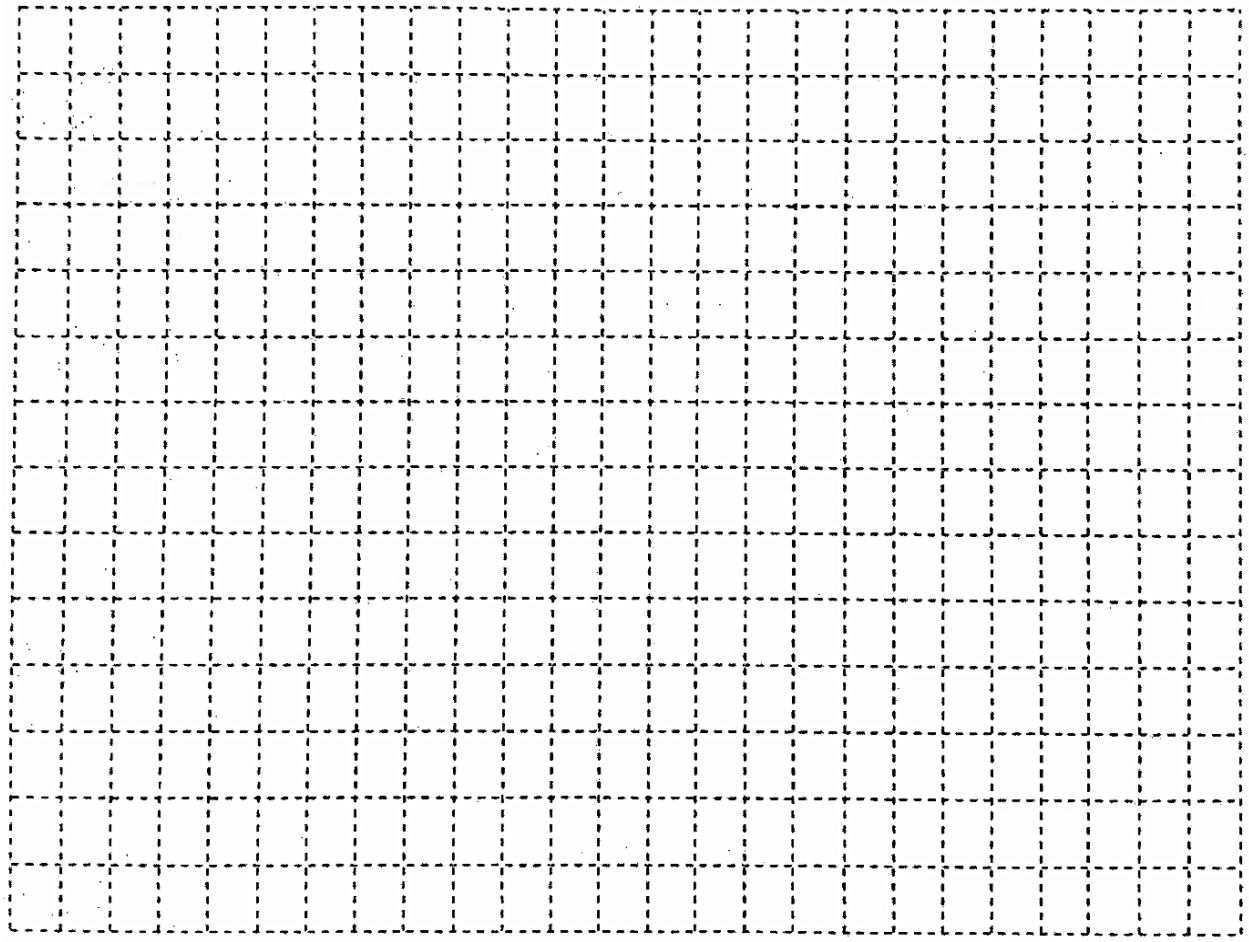
(b) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x - 1$: f تحقق نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$. ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية

(7 درجات)

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

(9 درجات)



تابع : السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها $n = 49$ ،فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 76 و الانحراف المعياري $\sigma = 14$ ، باستخدام مستوى ثقة 95%

1- أوجد هامش الخطأ

2- أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(6 درجات)

القسم الثاني: البنود الموضوعية

في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة , (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$

---

(2) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$

---

(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها

في البنود من(4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

---

(4) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

(a) $(5, \infty)$ (b) R (c) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ (d) $(-5, 5)$

---

(5) $\lim_{x \to 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} =$

(a) $-\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

---

(6) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2} =$

(a) ∞ (b) 0 (c) $-\infty$ (d) $\frac{1}{2}$

---

(7) إذا كانت: $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ **فإن:** $f''(x)$ **تساوي:**

a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

b) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

c) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

d) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

---

(8) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبة مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16cm و ذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس، ثم طي الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

a) 2cm, 8cm, 12cm

b) 3cm, 6cm, 8cm

c) 3cm, 4cm, 12cm

d) 2cm, 6cm, 12cm

---

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعر لأسفل في $(-1, 1)$ **:**

a) $f(x) = x|x|$

b) $f(x) = -x^2$

c) $f(x) = x^2$

d) $f(x) = -x^3$

---

(10) إذا كانت f' **:** $f'(x) = x^2$ **فإن الدالة** f **:**

a) متزايدة على مجال تعريفها

b) متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط

c) متناقصة على مجال تعريفها

d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابـــــــة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد: $\lim_{x\to -1} \frac{(4+x)^2-9}{x+1}$ **(8 درجات)**

الحل

عند التعويض المباشر عن $x = -1$ نحصل $\frac{0}{0}$ بسطًا و مقامًا نحصل على صيغة غير معينة

1	$\lim_{x\to -1} \frac{(4+x)^2-9}{x+1}$
1+1	$= \lim_{x\to -1} \frac{(4+x-3)(4+x+3)}{x+1}$
1+1	$= \lim_{x\to -1} \frac{(1+x)(7+x)}{x+1}$
1	$= \lim_{x\to -1} (7+x)$
1+1	$= 7 + (-1) = 6$

تابع : السؤال الأول :

(b) أوجد: $\lim_{x\to 0} \frac{tan2x+3xcos4x}{5x}$ **(7 درجات)**

الحل

1+1	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x}\right)$
1+1	$= \lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{5x} + \lim_{x\to 0}\frac{3\cos 4x}{5}$
1+1	$= \lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\cos 4x$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}(1) = 1$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) لتكن f : ادرس اتصال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ على الفترة $[-2, 2]$

(8 درجات)

الحل

نفرض ان: $f(x) = \sqrt{g(x)}$, $g(x) = 4 - x^2$

1

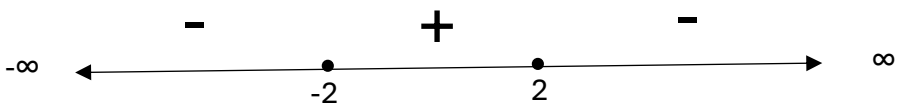
$$D_f = \{x: x \in R \, , g(x) \geq 0\}$$

نضع $g(x) = 0$

1

$$4 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

1



1

$$D_f = [-2,2]$$

دراسة اتصال الدالة f على $[-2,2]$

$1\frac{1}{2}$

$$g(x) \geq 0 \; \forall \, x \in [-2,2] \quad \rightarrow \quad (1)$$

$1\frac{1}{2}$

$$(2) \quad \leftarrow \quad g \text{ متصلة على } [-2,2]$$

1

من (1) و (2) f متصلة على $[-2,2]$

تابع : السؤال الثاني :

(b) أوجد ميل المماس $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ للمنحنى الذي معادلته $2y = x^2 + \sin y$ عند النقطة $\left(2\sqrt{\pi}, \pi\right)$

(7 درجات)

الحل

بالاشتقاق الضمني

2 $$2y' = 2x + y' \cos y$$

1 $$2y' - y' \cos y = 2x$$

1 $$(2 - \cos y)y' = 2x$$

2 $$y' = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

1 $$m = \frac{dy}{dx}\Big|_{(2\sqrt{\pi},\pi)} = \frac{2\left(2\sqrt{\pi}\right)}{2 - \cos \pi} = \frac{4\sqrt{\pi}}{3}$$

$\therefore$ ميل المماس للمنحنى عند النقطة $\left(2\sqrt{\pi}, \pi\right) = \frac{4\sqrt{\pi}}{3}$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن: $y = \sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)^3}$ **أوجد :** y'

(8 درجات)

الحل

1	$y = (2x^4 - 3x^2 + 4)^{\frac{3}{4}}$
1+1+1+1	$y' = \frac{3}{4}(2x^4 - 3x^2 + 4)^{\frac{3}{4}-1}.(8x^3 - 6x)$
1	$= \frac{3}{4}(2x^4 - 3x^2 + 4)^{-\frac{1}{4}}.(8x^3 - 6x)$
1	$= \frac{3(8x^3 - 6x)}{4(2x^4 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{4}}}$
1	$= \frac{3(8x^3 - 6x)}{4\sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)}}$

تابع : السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x - 1$: f تحقق نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$. ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية

(7 درجات)

الحل

$\frac{1}{2}$ الدالة f : دالة كثيرة حدود متصلة على R

$\frac{1}{2}$ $\therefore f$ متصلة على $[0,2] \subseteq R$

$\frac{1}{2}$ f قابلة للاشتقاق على $(0,2)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0,2]$

$\frac{1}{2}$ $$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$\frac{1}{2}$ $$f(0) = (0)^2 + 2(0) - 1 = -1$$

$\frac{1}{2}$ $$f(2) = (2)^2 + 2(2) - 1 = 7$$

$\frac{1}{2}$ $$f'(x) = 2x + 2$$

$\frac{1}{2}$ $$f'(c) = 2c + 2$$

$\frac{1}{2}$ $$2c + 2 = \frac{7 + 1}{2 - 0}$$

$$2c + 2 = 4$$

$\frac{1}{2}$ $$2c = 4 - 2 = 2$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore c = 1 \in (0,2)$$

1 $\therefore$ يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(0, -1), (2,7)$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

(9 درجات)

الحل

f دالة كثيرة حدود مجالها R

نوجد النهاية عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$$

1

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

1 $$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$\therefore 3(x-1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 1\,, x = -1$$

$\frac{1}{2}$ $$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

$\frac{1}{2}$ $$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2$$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ النقاط الحرجة هي $(1,2), (-1,6)$

1

الفترات	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,\infty)$
إشارة f'	+	-	+
سلوك f	↗	↘	↗

الدالة متزايدة على كل من الفترة $(-\infty,-1), (1,\infty)$ و متناقصة على الفترة $(-1,1)$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$6x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

الفترات	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
إشارة f''	-	+
التقعر		

$$f(0) = 4$$

منحنى الدالة مقعراً لأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$ و مقعراً لأعلى على الفترة $(0, \infty)$

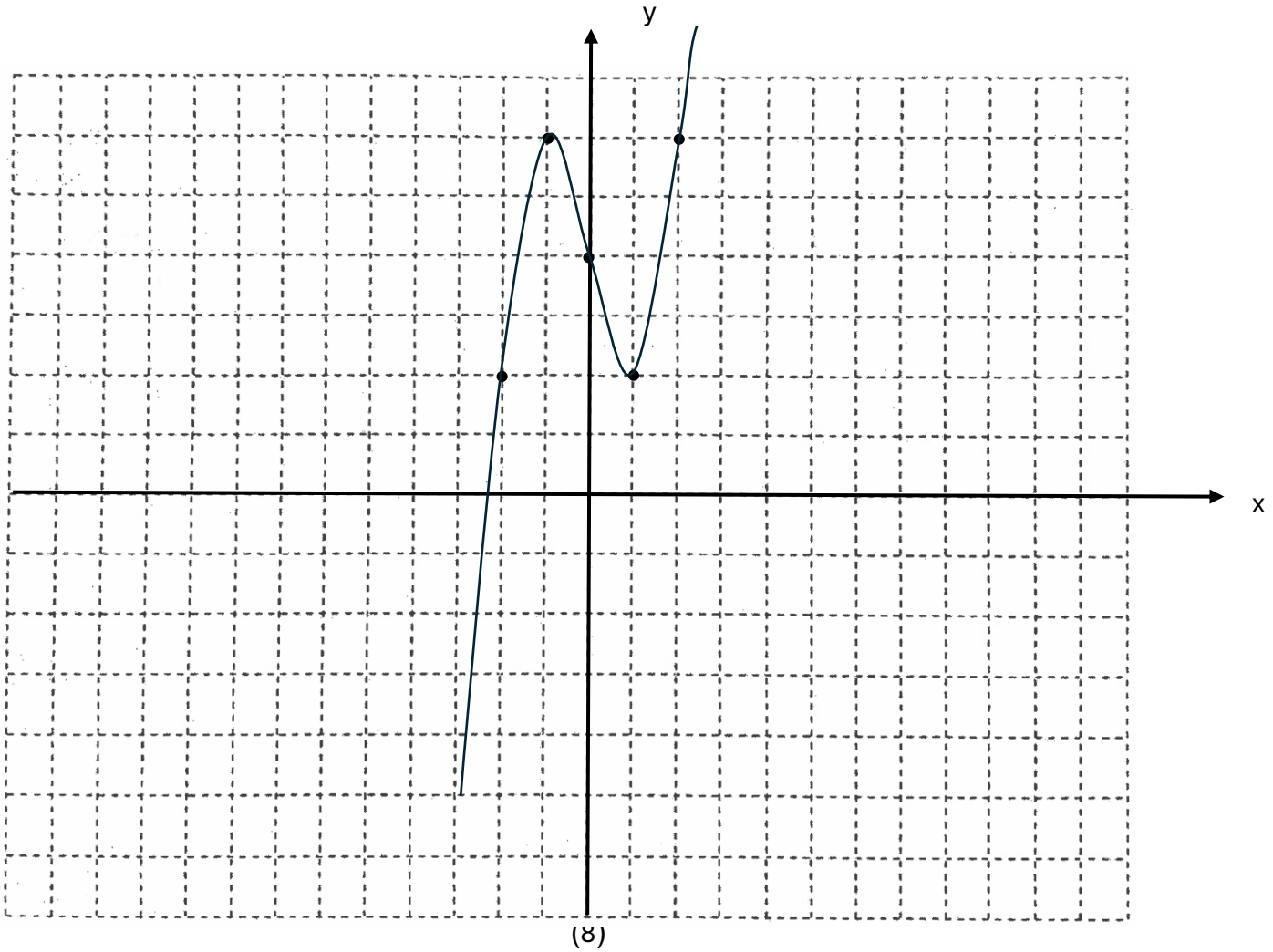
$1\frac{1}{2}$ $\therefore (0,4)$ نقطة انعطاف

نقاط إضافية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22
	اضافية	اضافية	عظمى محلية	انعطاف	صغرى محلية	اضافية	اضافية

$1\frac{1}{2}$

الرسم



(b) عينة عشوائية حجمها n = 49 ،فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 76 و الانحراف المعياري $\sigma = 14$ ، باستخدام مستوى ثقة 95%

1- أوجد هامش الخطأ

2- أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(6 درجات)

الحل

(1)

∵ مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة : $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ — **1**

نلاحظ ان σ معلومة

$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ — **1**

$\because n = 49 , \sigma = 14 , \bar{x} = 76$

هامش الخطأ :

$E = (1.96)\frac{14}{\sqrt{49}}$ — **1**

$E = 3.92$ — $\frac{1}{2}$

(2)

فترة الثقة هي: $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$ — **1**

$= (76 - 3.92 , 76 + 3.92)$ — **1**

$= (72.08 , 79.92)$ — $\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ,
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

---

(1) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$

---

(2) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in R$

---

(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها

في البنود من(4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح – اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

---

(4) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

(a) $(5, \infty)$ (b) R (c) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$ (d) $(-5, 5)$

---

(5) $\lim_{x \to 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} =$

(a) $-\frac{1}{4}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{2}$

---

(6) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2} =$

(a) ∞ (b) 0 (c) $-\infty$ (d) $\frac{1}{2}$

---

(7) إذا كانت: $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ **فإن:** $f''(x)$ **تساوي:**

a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ b) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

c) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ d) $8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

---

(8) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبة مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16cm و ذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس، ثم طي الأجزاء البارزة.
أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

a) 2cm, 8cm, 12cm b) 3cm, 6cm, 8cm

c) 3cm, 4cm, 12cm d) 2cm, 6cm, 12cm

---

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعر لأسفل في $(-1, 1)$ **:**

a) $f(x) = x|x|$ b) $f(x) = -x^2$

c) $f(x) = x^2$ d) $f(x) = -x^3$

---

(10) إذا كانت f' : $f'(x) = x^2$ **فإن الدالة** f **:**

a) **متزايدة على مجال تعريفها**

b) **متناقصة على الفترة** $(0, \infty)$ **فقط**

c) **متناقصة على مجال تعريفها**

d) **متزايدة على الفترة** $(-\infty, 0)$ **فقط**

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابـــــــة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10