

نموذج امتحان تجريبي**القسم الأول – أسئلة المقال****اجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل****السؤال الأول : (15) درجة****[a] أوجد :****(6 درجات)**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل

تابع السؤال الأول :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$$

[b] لتكن الدالة : f

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة علي $[6, 10]$.

(9 درجات)

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

[a] (1) إذا كان $g(x) = x^3$, $f(x) = 2x + 1$

(8 درجات)

أوجد $(g \circ f)'(x)$

الحل :

(2) أوجد $y' = \frac{dy}{dx}$

$$y^2 + xy = 7x$$

تابع السؤال الثاني :

[b] لتكن الدالة f : $x \leq 3$: $x > 3$ $f(x) = \begin{cases} x + 5 \\ x^2 - 1 \end{cases}$ (7 درجات)

أوجد إن امكن $f'(3)$ ؟

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

[a] أوجد القيم القصوي المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

[b] أوجد

(7 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

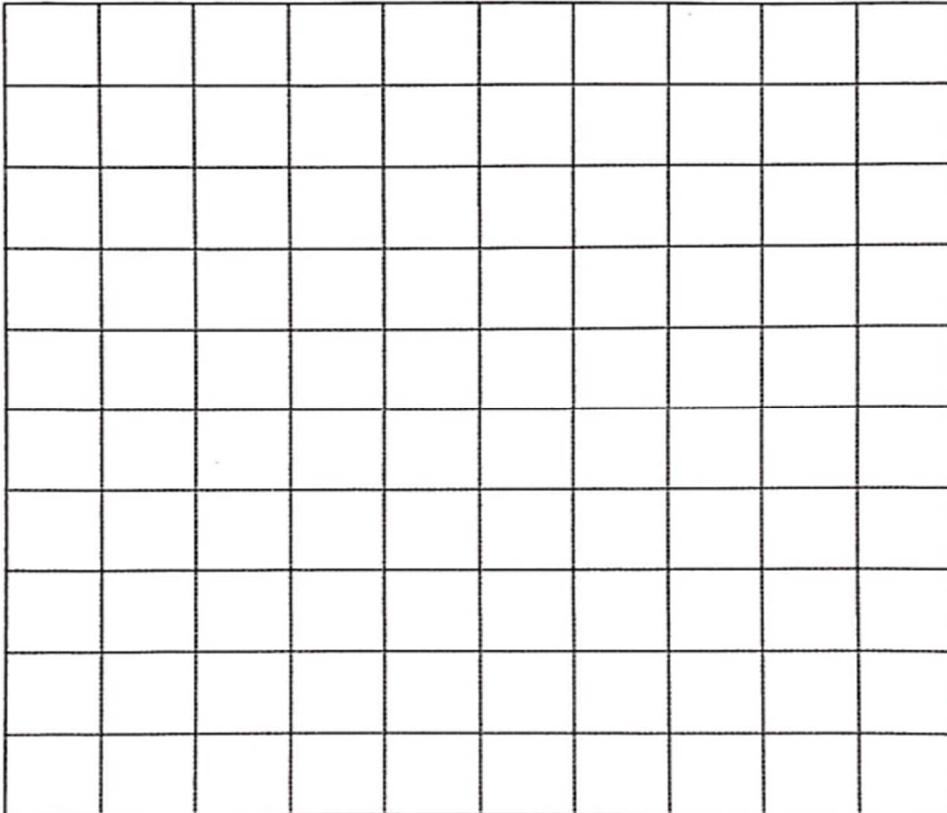
[a] لتكن الدالة $f: f(x) = x^3 - 3x + 4$

- (1) أوجد النقاط الحرجة للدالة .**
- (2) أوجد الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .**
- (3) أوجد فترات التقعر ونقاط الانعطاف**
- (4) ارسم بيان الدالة .**

(9 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع [a] :



تابع السؤال الرابع :

[b] إذا كانت $s = 1.79$, $\bar{x} = 37.2$, $n = 80$ ،

اختبر الفرض أن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية 5% .

(6 درجات)

الحل :

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في البنود من (1) الى (4) عبارات ظلل

(a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3 \quad (2)$$

$$(3) \text{ ميل مماس منحنى الدالة } f : f(x) = x^2 \text{ عند } x = -2 \text{ هو } 4$$

ثانياً : في البنود من (4) الى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

4- إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

- (a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$ (c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

5- للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

- (a) $x = 0$ (b) $x = 1$ (c) $y = 0$ (d) $y = 1$

6- في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95 % يساوي :

- (a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9

7- إذا الدالة f : $x \geq 2$: $x < 2$ فإن $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} \end{cases}$

(a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجودة

(d) f متصلة عند $x = 2$

8- لتكن الدالة $f : \sqrt{x^2 + 7} : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(g * f)(0)$ يساوي :

(a) 4

(b) -4

(c) 1

(d) -1

9- إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي :

(a) $20x + 60x^3$

(b) $15x^2 - 15x^4$

(c) $30x - 30x^4$

(d) $30x - 60x^3$

10- إذا كانت f دالة كثيرة الحدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

(a) $f''(c) = 0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) $f''(c)$ غير موجودة

-- تمت --

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	☐ a	☐ b		
2	☐ a	☐ b		
3	☐ a	☐ b		
4	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
5	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
6	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
7	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
8	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
9	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d
10	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d

لكل بند درجة واحدة فقط

القسم الأول – أسئلة المقال

اجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل

السؤال الأول : (15 درجة)

[a] أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

(6 درجات)

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos 4x}{5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

$$= 1$$

تابع السؤال الأول :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$$

[b] لتكن الدالة : f

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم
ادرس اتصال الدالة علي $[6, 10]$.

(9 درجات)

الحل :

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad g(x) = x^2 - 7x + 10 , \quad \text{نفرض أن}$$

$$\therefore D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 5)(x - 2) = 0$$

$$x = 5 \quad \text{أو} \quad x = 2$$

المعادلة المناظرة



$\therefore$ مجال الدالة f هو $R - (2, 5)$

لدراسة اتصال الدالة f علي $[6, 10]$ حيث

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in R - (2, 5)$$

$[6, 10]$ مجموعة جزئية من $R - (2, 5)$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [6, 10] \quad (1)$$

الدالة $g(x) : g(x) = x^2 - 7x + 10$ دالة متصلة علي الفترة $[6, 10]$

(2)

من (1) ، (2)

$\therefore f$ متصلة علي الفترة $[6, 10]$

السؤال الثاني : (15 درجة)

[a] (1) إذا كان $g(x) = x^3$, $f(x) = 2x + 1$

أوجد $(g \circ f)'(x)$

(8 درجات)

الحل :

$$f'(x) = 2 , \quad g'(x) = 3x^2$$

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$= 3 (f(x))^2 \cdot 2$$

$$= 6 (2x + 1)^2$$

$$= 6(4x^2 + 4x + 1)$$

$$= 24x^2 + 16x + 6$$

(2) أوجد $y' = \frac{dy}{dx}$

$$y^2 + xy = 7x$$

الحل :

$$2y y' + 1y + x y' = 7$$

$$2y y' + x y' = 7 - y$$

$$y'(2y + x) = 7 - y$$

$$y' = \frac{7 - y}{2y + x}$$

تابع السؤال الثاني :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 \\ x^2 - 1 \end{cases}$$

[b] لتكن الدالة : $x \leq 3$
: $x > 3$

أوجد إن امكن $f'(3)$
الحل :

$$f(3) = 3 + 5 = 8$$

$$f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{ان وجدت}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x + 5 - 8}{x - 3}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 3}{x - 3}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (1) = 1 \quad \longrightarrow \quad \boxed{1}$$

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{ان وجدت}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 1 - 8}{x - 3}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 3 + 3 = 6 \quad \longrightarrow \quad \boxed{2}$$

$$f'_+(3) \neq f'_-(3)$$

غير موجودة $f'(3)$

من 2 و 1

السؤال الثالث : (15 درجة)

[a] أوجد القيم القصوي المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x) = x^3 - 3x + 1$ في الفترة $[0, 3]$.
(8 درجات)

الحل :

$f(x)$ متصلة علي الفترة $[0, 3]$

∴ الدالة f لها قيمة عظمي مطلقة وقيمة صغري مطلقة في الفترة $[0, 3]$

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 0$, $x = 3$

$$f(0) = 0^3 - 3(0) + 1 = 1 \quad (0, 1)$$

$$f(3) = 3^3 - 3(3) + 1 = 19 \quad (3, 19)$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \in (0, 3)$$

$$x = -1 \notin (0, 3)$$

$$f(1) = 1^3 - 3(1) + 1 = -1 \quad \text{نقطة حرجية } (1, -1)$$

$f(x)$	0	3	1
x	1	19	-1

من الجدول :

توجد قيمة عظمي مطلقة عند $x = 3$ وهي 19

توجد قيمة صغري مطلقة عند $x = 0$ وهي -1

تابع السؤال الثالث :

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

[b] أوجد

الحل :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 \left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{|x| \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{x \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{1 + \frac{1}{x}}, \quad x \neq 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2, \quad 2 > 0$$

شرط الجذر

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1, \quad 1 \neq 0$$

شرط المقام

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(2 - \frac{1}{x}\right)}}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(9 درجات)

[a] لتكن الدالة $f(x) = x^3 - 3x + 4$:

- (1) أوجد النقاط الحرجة للدالة .
- (2) أوجد الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .
- (3) أوجد فترات التقعر ونقاط الانعطاف
- (4) ارسم بيان الدالة .

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها R

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق علي مجالها

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$3(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1, \quad x = -1$$

$$f(1) = 1^3 - 3(1) + 4 = 2 \quad \text{نقطة حرجة } (1, 2)$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6 \quad \text{نقطة حرجة } (-1, 6)$$

نكون جدول لدراسة f'

	$-\infty$	-1	1	∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	+++	---	+++	
سلوك الدالة				

الدالة متزايدة في كل من الفترة $(-\infty, -1)$ و الفترة $(1, \infty)$

ومتناقصة في الفترة $(-1, 1)$

	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$		$(0, \infty)$
إشارة f''	-----		+++
التقعر	$\cap$		$\cup$

تابع السؤال الرابع [a] : نكون جدول لدراسة f''

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$6x = 0, x = 0$$

ومقعر للأسفل في $(-\infty, 0)$

المنحني مقعر للأعلى في الفتة $(0, \infty)$

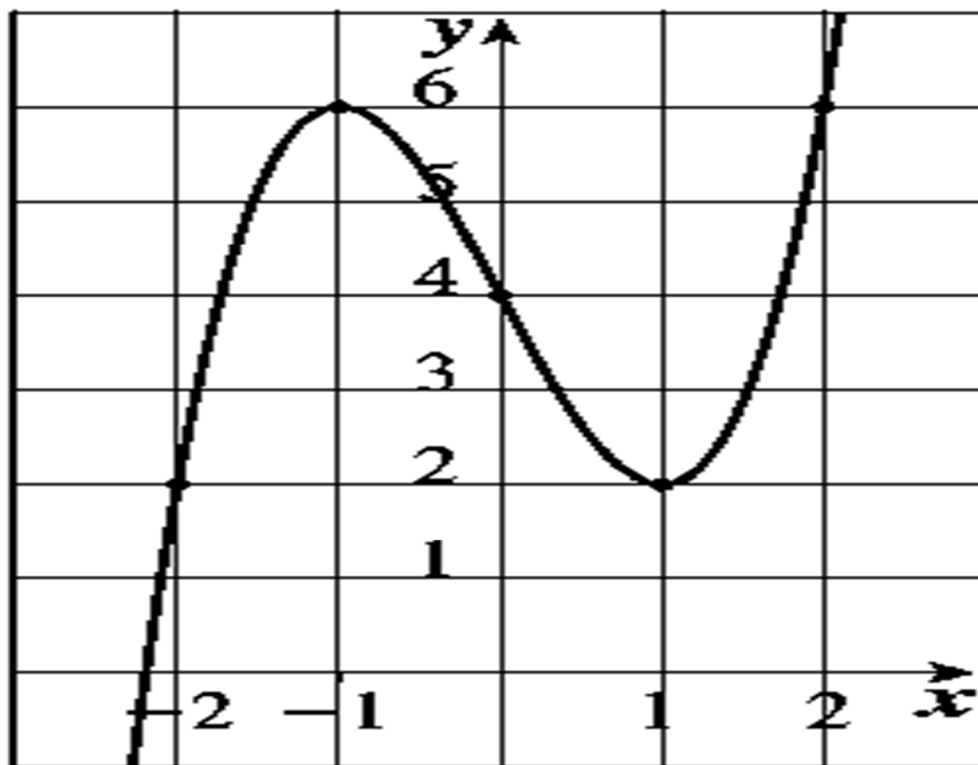
$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 4 = 4$$

نقطة انعطاف $(0, 4)$

نقاط إضافية :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	14	2	6	4	2	6	22
	نقطة إضافية	نقطة إضافية	نقطة حرجة	نقطة انعطاف	نقطة حرجة	نقطة إضافية	نقطة إضافية

بيان الدالة :



تابع السؤال الرابع :

[b] إذا كانت $s = 1.79$, $\bar{x} = 37.2$, $n = 80$,
اختبر الفرض أن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية 5% . (6 درجات)

الحل :

(1) صياغة الفرض

$$H_0 : \mu = 37 \quad \text{و} \quad H_1 : \mu \neq 37$$

(2) σ غير معلومة , $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$
$$z = \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

(3) مستوي المعنوية :

$$\alpha = 0.05 \quad , \quad \frac{\alpha}{2} = 0,025 \quad \therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

(4) منطقة القبول هي $(-1.96 , 1.96)$

(5) اتخاذ القرار الاحصائي $0.999 \in (-1.96 , 1.96)$

القرار قبول فرض عدم ورفض الفرض البديل

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في البنود من (1) الى (4) عبارات ظلل

(a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3 \quad (2)$$

(3) ميل مماس منحنى الدالة $f : f(x) = x^2$ عند $x = -2$ هو 4

ثانياً : في البنود من (4) الى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

4- إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي :

- (a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$ (c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

5- للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

- (a) $x = 0$ (b) $x = 1$ (c) $y = 0$ (d) $y = 1$

6- في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95 % يساوي :

- (a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9

7- إذا الدالة $f : f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$

- (c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

8- لتكن الدالة $f: \sqrt{x^2 + 7}$ ، $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(g * f)(0)$ يساوي :

(a)

4

(b)

-4

(c)

1

(d)

-1

9- إذا كانت $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي :

(a)

$20x + 60x^3$

(b)

$15x^2 - 15x^4$

(c)

$30x - 30x^4$

(d)

$30x - 60x^3$

10- إذا كانت f دالة كثيرة الحدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن :

(a)

$f''(c) = 0$

(b)

$f'(c) = 0$

(c)

$f(c) = 0$

(d)

غير موجودة $f''(c)$

--تمت--

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	☒ a	☐ b		
2	☒ a	☐ b		
3	☐ a	☒ b		
4	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
5	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
6	☐ a	☐ b	☒ c	☐ d
7	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
8	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d
9	☐ a	☒ b	☐ c	☐ d
10	☒ a	☐ b	☐ c	☐ d

لكل بند درجة واحدة فقط