القسم الأول: أسئلة مقالية.

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

15
7 درجات

السؤال الأول:

(a) **أوجـــد:** $\lim_{x \to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$

8 درجات

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

15

8 درجات

السؤال الثاني:

(a) أوجـد: $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$

7درجات

(b)

أدرس اتصال الدالة f على مجالها حيث

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leqslant -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

السؤال الثالث:

15
9 درجات

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

6 درجات

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

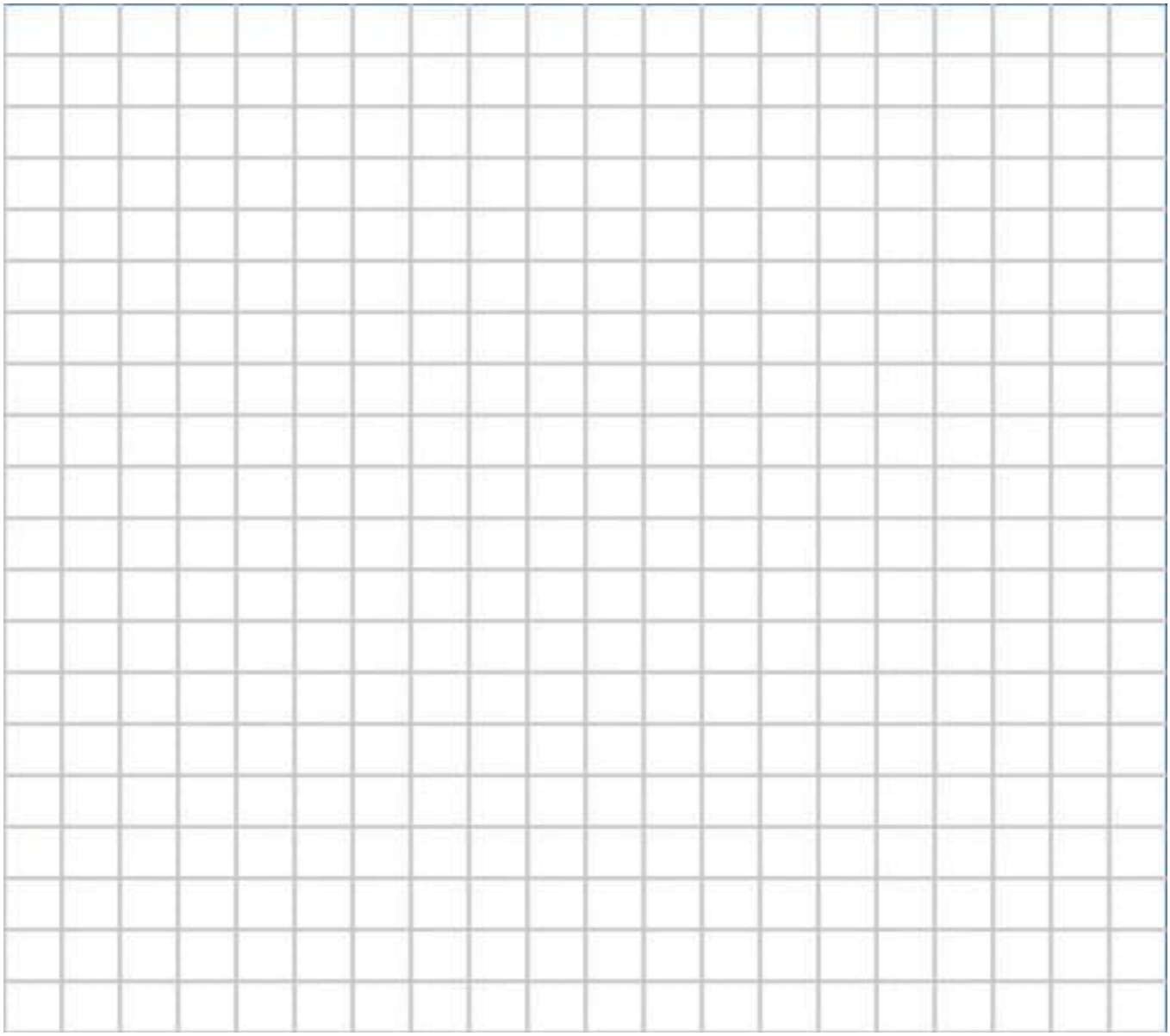
أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

ثم أوجد هذا الحجم .

15
9درجات

السؤال الرابع: (a)

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها



6 درجات

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائيه أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينه معينه يساوي 290 دينارا كويتيا ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ وإنحرافها المعياري S=32
فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير
إستخدم مستوى ثقه 95% (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

القسم الثاني : البنود الموضوعية:

أولا : في البنود من [1 – 3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

---

(1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5x + sinx}{x} = 5$

---

(2) إذا كان $f(x) = ax^2 + b$ متصلة عند $x = 0$ وكان $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$ فإن $b = 4$

---

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$
فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$

ثانيا: في البنود [4 – 10] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال علي الإجابة الصحيحة لكل منها.

---

(4) لتكن الدالة $f : f(x) = \sqrt{x}$ ، الدالة $g : g(x) = x^4 + 2$ فإن: $(g\ o\ f)(x)$ تساوي

ⓐ $\sqrt{x^2+2}$ ⓑ $\sqrt{x} + 2$ ⓒ $x^2 + 2$ ⓓ $\sqrt{x+2}$

---

(5) القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21 (b) 2.17

(c) 21.2 (d) 2.12

---

(6) إن الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي

(b) إنفصال

(c) ناب

(d) ركن

(7) إذا كانت الدالة $f : f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

a) 0
b) 1
c) 3
d) 4

---

(8) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

a) $\sqrt[3]{x}$
b) $\tan x$
c) $\sqrt{9 - x^2}$
d) $\frac{1}{x}$

---

(9) إذا كانت f داله كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

a) $f''(c)=0$
b) $f'(c) = 0$
c) $f(c) = 0$
d) $f''(c)$ غير موجودة

---

(10) إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

a) $5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$
b) $5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$
c) $-5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$
d) $-5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

ثانيا : إجابة البنود الموضوعية

1	a b c d
2	a b c d
3	a b c d
4	a b c d
5	a b c d
6	a b c d
7	a b c d
8	a b c d
9	a b c d
10	a b c d

الدرجة

_____

10

كل بند موضوعي درجة واحدة .

القسم الأول: أسئلة مقالية.

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

15
7 درجات

نموذج الاجابة

السؤال الأول:

(a) **أوجـد:** $\lim_{x \to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$

عند التعويض المباشر عن x بـ 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

1 + 1
$$f(x) = \frac{(3+x)^2 - 27}{x} = \frac{(3+x-3)((3+x)^2 + 3(3+x) + 9)}{x}$$

1
$$= \frac{x(9 + 6x + x^2 + 9 + 3x + 9)}{x}$$

1 + 1
$$= x^2 + 9x + 27 \quad , x \neq 0$$

1 + 1
$$\lim_{x \to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x} = \lim_{x \to 0} (x^2 + 9x + 27) = 27$$

8 درجات

نموذج الاجابة

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته : $2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة الى x

$\frac{1}{2}$	$\frac{d}{dx}(2y) = \frac{d}{dx}(x^2 - \cos y)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$2\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) - \frac{d}{dx}(\cos y)$
$1+1$	$2\frac{dy}{dx} = 2x + (\sin y)\frac{dy}{dx}$
1	$2\frac{dy}{dx} - (\sin y)\frac{dy}{dx} = 2x$
1	$(2 - \sin y)\frac{dy}{dx} = 2x$
1	$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{(2 - \sin y)}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\frac{dy}{dx}\Big\vert_{(1,0)} = \frac{2(1)}{2 - \sin(0)} = 1$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(1,0)$ = 1

السؤال الثاني:

نموذج الاجابة

15
8 درجات

(a)_ أوجـد:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$= \frac{x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}$$ عنما $|x| = x\ , x > 0$

$$= \frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}$$ بشرط $x \neq 0$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x}) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1 - 0 = 1\ , 1 > 0$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})} = \sqrt{1} = 1$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1 - 0 = 1 \quad , 1 \neq 0$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x\to} f(x) = \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1$$

نموذج الاجابة

7 درجات

(b

أدرس اتصال الدالة f على مجالها حيث

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leqslant -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}$	**مجال الدالة f هو** $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty)$
	ندرس اتصال الدالة f على مجالها
$\frac{1}{2}$	**نفرض** $g(x) = x + 3$
	g دالة كثيرة حدود متصلة على R
$\frac{1}{2}$	$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$
$\frac{1}{2}$	**f** دالة متصلة على $(-\infty. -1]$ $\quad (1)$
$\frac{1}{2}$	نفرض $h(x) = \frac{4}{x+3}$
	h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$
$\frac{1}{2}$	$f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$
$\frac{1}{2}$	**f** دالة متصلة على $(-1, \infty)$ $\quad (2)$
	ندرس اتصال الدالة **f** عند $x = -1$ من جهة اليمين
$\frac{1}{2}$	حيث نهاية المقام $\neq 0$ $\quad f(-1) = -1 + 3 = 2$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{4}{x+3} = 2$
$\frac{1}{2}$	$\lim_{x \to -1^+} f(x) = f(-1)$
$\frac{1}{2}$	الدالة **f** متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين $\quad (3)$
1	من (1) , (2),(3) الدالة **f** متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$
	f متصلة على R

السؤال الثالث: نموذج الاجابة

15

9 درجات

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & :x<1\\ 2\sqrt{x} & :x\geq 1\end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

مجال الدالة f هو $D_f=(-\infty,1)\cup[1,\infty)=R$ — $\frac{1}{2}$

$$\grave{f}(x)=\begin{cases}2x & :x<1\\ \text{نبحث} & :x=1\\ \frac{1}{\sqrt{x}} & :x>1\end{cases}$$ — $\frac{1}{2}$

$$f(1)=2\sqrt{1}=2$$ — $\frac{1}{2}$

ان وجدت $\grave{f}_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ — $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+1-2}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}(x+1)=1+1=2$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

ان وجدت $\grave{f}_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ — $\frac{1}{2}$

$$\grave{f}_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$ — $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{2}{(\sqrt{x}+1)}$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 1^+}x=1 \qquad ,1>0$$ — $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 1^+}(\sqrt{x}+1)=\lim_{x\to 1^+}\sqrt{x}+\lim 1=\sqrt{\lim_{x\to 1^+}x}+1=2 \qquad ,2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{2}{(\sqrt{x}+1)}=\frac{\lim_{x\to 1^+}2}{\lim_{x\to 1^+}(\sqrt{x}+1)}=\frac{2}{2}=1$$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\because \grave{f}_-(1)\neq\grave{f}_+(1)$ $\quad\therefore$ غير موجودة $\grave{f}(1)$ — $\frac{1}{2}$

$$\grave{f}(x)=\begin{cases}2x & :x<1\\ \text{غير موجودة} & :x=1\\ \frac{1}{\sqrt{x}} & :x>1\end{cases}$$ — $\frac{1}{2}$

مجال $\grave{f}(x)=R/\{1\}$ — $\frac{1}{2}$

نموذج الاجابة

6 درجات

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h
أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه
ثم أوجد هذا الحجم .

$\frac{1}{2}$ $v(h) = -2\pi h^3 + 72\pi h$

$\frac{1}{2}$ $\dot{v}(h) = -6\pi h^2 + 72\pi$

$\frac{1}{2}$ $-6\pi h^2 + 72\pi = 0$ نضع $\dot{v}(h) = 0$

$\frac{1}{2}$ $-6\pi(h^2 - 12) = 0$

$\frac{1}{2}$ $(h - 2\sqrt{3})(h + 2\sqrt{3}) = 0$

1 $h = 2\sqrt{3}$, $h = -2\sqrt{3}$ مرفوضة

للتحقق من انها قيمة عظمى

$\frac{1}{2}$ $\dot{v}(h) = -12\pi h$

$\frac{1}{2}$ $\dot{v}(2\sqrt{3}) = -12\pi(2\sqrt{3}) = -130.6$

$\frac{1}{2}$ $\dot{v}(2\sqrt{3}) < 0$

$\frac{1}{2}$ عند $h = 2\sqrt{3}$ قيمة عظمى

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ أكبر حجم للإسطوانة $v(2\sqrt{3}) = -2\pi(2\sqrt{3})^3 + 72\pi(2\sqrt{3}) = 522.4cm^3$

15
9درجات

نموذج الاجابة

السؤال الرابع: (a)

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ **وارسم بيانها**

$\frac{1}{2}$ fدالة كثيرة حدود مجالها R

$\frac{1}{2}$ نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة

$\frac{1}{2}$ fدالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها $\grave{f}(x) = 3x^2 - 3$

$\grave{f}(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $3x^2 - 3 = 0$

$(x^2 - 1) = 0$

$\frac{1}{2}$ $(x-1)(x+1) = 0$

$x = 1 \quad , x = -1$

$\frac{1}{2}$ $f(1) = -2 \quad , f(-1) = 2$

$-\infty$ -1 1 ∞

الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
اشارة $\grave{f}$	+ + + + + +	- - - - -	+ + + + + +
سلوك $\grave{f}$	متزايدة	متناقصة	متزايدة

$1\frac{1}{2}$ الدالة f متزايدة على الفترات $(1, \infty)$, $(-\infty, -1)$ ومتناقصة على الفترة $(-1, 1)$

النقاط الحرجة (1,-2), (-1,2)

$\frac{1}{2}$ $\hat{\grave{f}}(x) = 6x$

$\hat{\grave{f}}(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $6x = 0 \quad x = 0$

$f(0) = 0$

$-\infty$ 0 ∞

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
اشارة $\hat{\grave{f}}$	- -	+ +
سلوك $\grave{f}$	∩	∪

$\frac{1}{2}$

منحنى الدالة مقعر لأسفل على الفترة $(-\infty , 0)$ ومقعر لأعلى على الفترة $(0 , \infty)$ $\frac{1}{2}$

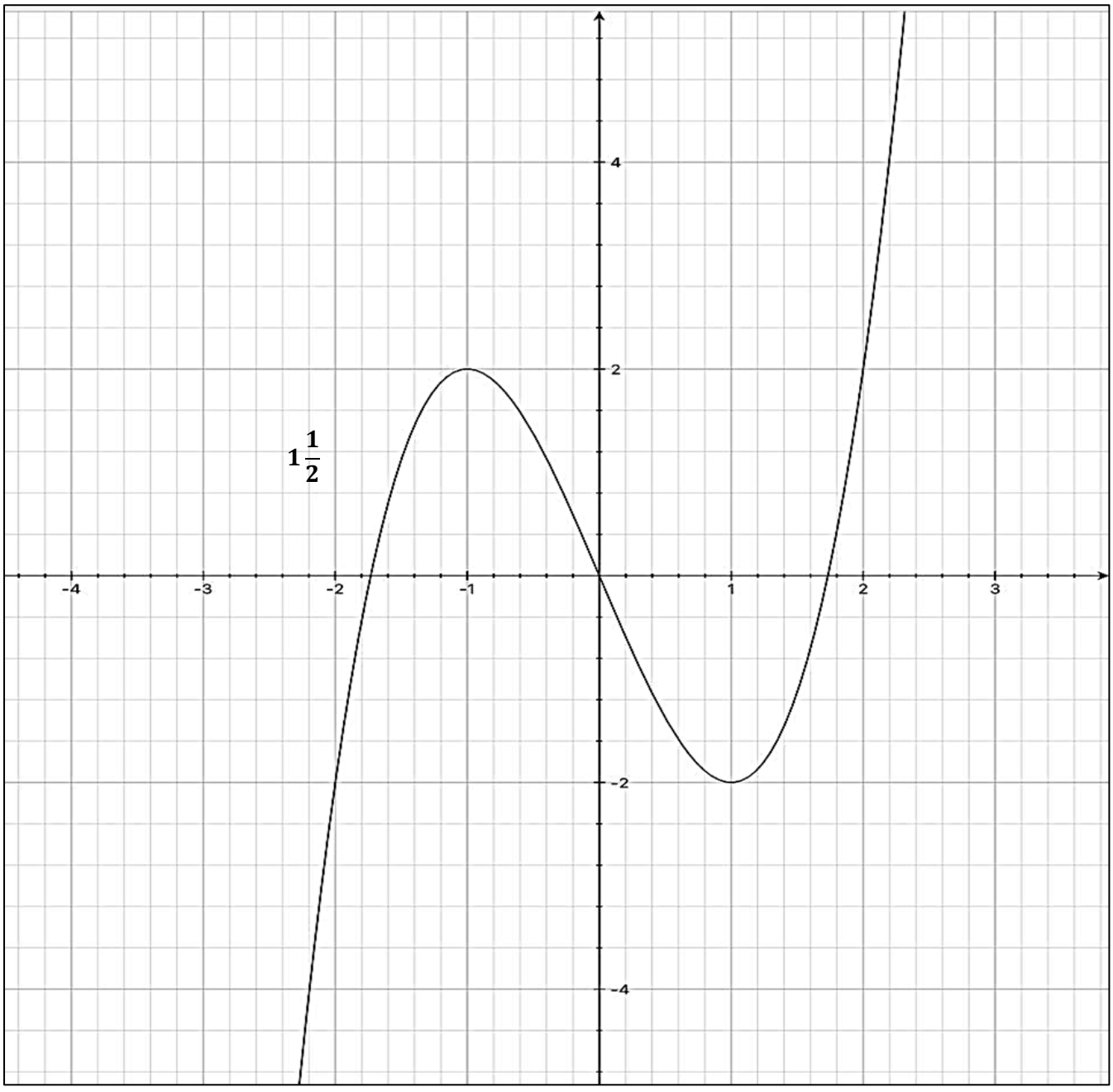
$(0,0)$ *نقطة انعطاف*

نموذج الاجابة

نقاط اضافية

1

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	2	0	-2	2



6 درجات

نموذج الاجابة

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائيه أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينه معينه يساوي 290 دينارا كويتيا ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ وإنحرافها المعياري S=32
فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير
إستخدم مستوى ثقه 95% (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

$n = 10 \quad , \quad \bar{x} = 283 \quad , \quad S = 32$

$\frac{1}{2}$ 1) صياغة الفروض

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$

$\frac{1}{2}$ 2) σ غير معلومة ، $n = 10$, $10 < 30$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ نستخدم المقياس الإحصائي t :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$\frac{1}{2}$

$$t = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}}$$

$\frac{1}{2}$

$$t \approx -0.6917$$

$\frac{1}{2}$ 3) $n = 10$ $\because$ درجات الحرية: $n - 1 = 10 - 1 = 9$

1

مستوى الثقة 95% $1 - \alpha = 0.95$

$\frac{1}{2}$

$$\alpha = 0.05 \longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$\frac{1}{2}$ من جدول توزيع t $\therefore \ t_{0.025} = 2.262$

$\frac{1}{2}$ 4) منطقة القبول هي $(-2.262 \ , \ 2.262)$

$\frac{1}{2}$ 5) اتخاذ القرار الإحصائي: $\because \ -0.6917 \in (-2.262 \ , \ 2.262)$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$

نموذج الاجابة

القسم الثاني : البنود الموضوعية:

أولا : في البنود من [1 – 3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

---

(1) $\lim_{x\to 0} \dfrac{5x + sinx}{x} = 5$

---

(2) إذا كان $f(x) = ax^2 + b$ متصلة عند $x = 0$ وكان $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$ فإن $b = 4$

---

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$
فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$

ثانيا: في البنود [4 – 10] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال علي الإجابة الصحيحة لكل منها.

---

(4) لتكن الدالة $f : f(x) = \sqrt{x}$ ، الدالة $g : g(x) = x^4 + 2$ فإن: $(g\,o\,f)(x)$ تساوي

ⓐ $\sqrt{x^2+2}$ ⓑ $\sqrt{x} + 2$ ⓒ $x^2 + 2$ ⓓ $\sqrt{x+2}$

---

(5) القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21 (b) 2.17
(c) 21.2 (d) 2.12

---

(6) إن الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي
(b) إنفصال
(c) ناب
(d) ركن

نموذج الاجابة

(7) إذا كانت الدالة $f : f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

a) 0
b) 1
c) 3
d) 4

---

(8) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

a) $\sqrt[3]{x}$
b) $\tan x$
c) $\sqrt{9 - x^2}$
d) $\frac{1}{x}$

---

(9) إذا كانت f داله كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

a) $f''(c)=0$
b) $f'(c) = 0$
c) $f(c) = 0$
d) $f''(c)$ غير موجودة

---

(10) إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

a) $5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$
b) $5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$
c) $-5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$
d) $-5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

نموذج الاجابة

ثانيا : إجابة البنود الموضوعية

1	a	**b**	c	d
2	**a**	b	c	d
3	**a**	b	c	d
4	a	b	**c**	d
5	a	b	c	**d**
6	a	b	c	**d**
7	a	b	c	**d**
8	a	b	**c**	d
9	**a**	b	c	d
10	a	b	**c**	d

الدرجة

_____

10

كل بند موضوعي درجة واحدة .