وزارة التربية	نموذج تجريبي(١)	للعام الدراسي : ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤م
منطقة مبارك الكبير التعليمية	اختبار الفترة الدراسية الأولى	
التوجيه الفني للرياضيات	الصف : الثاني عشر العلمي	

أسئلة المقال

١٥

السؤال الأول

أ) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \to -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$$

٨

ب) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

٧

السؤال الثاني

١٥

٢) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

متصلة على [1, 4]، أوجد قيمة الثابتين a, b

٨

ب) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases}(x+1)^2 & : \quad x\le 0\\ 2x+1 & : \quad x>0\end{cases}$$

أوجد $f`(0)$

السؤال الثالث

١٥

٩) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x$: f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [1 ,3-] ، ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسّر إجابتك.

٧

ب) أوجد ميل المماس $(\frac{dy}{dx})$ للمنحنى الذي معادلته: $2y = x^2 + siny$
عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

٨

السؤال الرابع

١٥

أ) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها.

٨

ب)أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$

وانحرافها المعياري $S = 9$، باستخدام مستوى ثقة 95% :

١) أوجد هامش الخطأ

٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

٣) فسر فترة الثقة

ثانيا الأسئلة الموضوعية

(التظليل في الجدول المخصص في الصفحة الأخيرة)

أولا : البنود (1–4) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ .

1	$\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{\lvert x\rvert-3} = 2$
2	الدالة f : $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x \in R$
3	ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c, f(c))$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$
4	الدالة f : $f(x) = x\lvert x\rvert$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

==========

ثانياً : البنود (5–10) لكل بند أربع اختيارات ظلل في الورقة المخصصة للإجابة دائرة الاختيار الصحيح فقط .

5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

---

6) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$ تساوي:

(a) 2 (b) -2

(c) 0 (d) ∞

---

7) لتكن الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، $g : g(x) = x^2 - 3$ فإن $(fog)(0)$ يساوي:

(a) 1 (b) -4

(c) 4 (d) -1

8) الدالة $f: f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $(-\infty,\frac{1}{2}]$ ⓑ $(5,\infty)$

ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $(-5,5)$

---

9) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16 cm ، وذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس ، ثم طي الأجزاء البارزة .

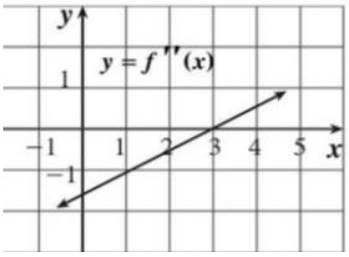
أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

ⓐ $2\ cm, 6\ cm, 12\ cm$ ⓑ $3\ cm, 4\ cm, 12\ cm$

ⓒ $2\ cm, 8\ cm, 12\ cm$ ⓓ $3\ cm, 6\ cm, 8\ cm$

---

10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً للأسفل في الفترة:



ⓐ $(-\infty, 3)$ ⓑ $(3,\infty)$

ⓒ (-1, 4] ⓓ (3 , 5)

جدول تظليل إجابات الموضوعي

السؤال	الاجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b		
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

١٠

وزارة التربية	نموذج تجريبي(١)	للعام الدراسي : ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤م
منطقة مبارك الكبير التعليمية	اختبار الفترة الدراسية الأولى	
التوجيه الفني للرياضيات	الصف : الثاني عشر العلمي	

أسئلة المقال

١٥

السؤال الأول

أ) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \to -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$$

الحل: عند التعويض المباشر عن x ب -7 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x} = \frac{((x+4) - 3)((x+4) + 3)}{x(x+7)}$$

$$= \frac{(x+1)(\cancel{x+7})}{x(\cancel{x+7})} \qquad , x \neq -7$$

$$= \frac{x+1}{x}$$

$$\lim_{x \to -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x} = \lim_{x \to -7} \frac{x+1}{x}$$

شرط المقام:

$$\because \lim_{x \to -7} x = -7 \quad , -7 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \to -7} \frac{x+1}{x} = \frac{-7+1}{-7} = \frac{6}{7}$$

٨

ب) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}$$

$$= \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{\not{x}(3-\frac{5}{x})}{-\not{x}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

عندما $x < 0$ يكون $|x| = -x$

$$= \frac{-3+\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

بشرط $x \neq 0$

شرط الجذر:

$$\because \lim_{x \to -\infty} \left(1-\frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x \to -\infty} 1 - \lim_{x \to -\infty} \frac{9}{x^2} = 1-0 = 1 \quad , 1 > 0$$

شرط المقام:

$$\therefore \lim_{x \to -\infty} \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \to -\infty} 1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{1} = 1 \quad , 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} (-3+\frac{5}{x}) = \lim_{x \to -\infty} -3 + \lim_{x \to -\infty} \frac{5}{x} = -3+0 = -3$$

$$\therefore \lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{-3+\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \to -\infty}(-3+\frac{5}{x})}{\lim_{x \to -\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{-3}{1} = -3$$

السؤال الثاني

١٥

٢) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases}5 & : x=1\\ ax+b & : 1<x<4\\ b+8 & : x=4\end{cases}$$

متصلة على $[1,4]$، أوجد قيمة الثابتين a,b

الحل:

∵ f متصلة على $[1,4]$

∴ f متصلة عند $x=1$ من اليمين ، ومتصلة عند $x=4$ من اليسار

$$\therefore f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$$

$$\therefore 5=\lim_{x\to 1^+}(ax+b)$$

$$5=a+b$$

$$\therefore f(4)=\lim_{x\to 4^-} f(x)$$

$$\therefore b+8=\lim_{x\to 4^-}(ax+b)$$

$$b+8=4a+b$$

$$8=4a$$

$$\therefore a=2$$

$$\because a=2$$

$$\therefore 5=2+b$$

$$\therefore b=3$$

٨

ب) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & : \quad x \leq 0 \\ 2x+1 & : \quad x > 0 \end{cases}$$

أوجد $f'(0)$

الحل:

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$ **(إن وجدت)**

$$= \lim_{x \to 0^-} \frac{(x+1)^2 - 1}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{\not{x}(x+2)}{\not{x}} = 2$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$ **(إن وجدت)**

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{2x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{2x}{x} = \lim_{x \to 0^+} 2 = 2$$

$$\because f'_-(0) = f'_+(0) = 2$$

$$\therefore f'(0) = 2$$

السؤال الثالث

١٥

٢) بين أن الدالة $f(x) = x^2 + 2x$: f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [-3, 1] ، ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسّر إجابتك.

الحل:

الدالة $f(x) = x^2 + 2x$: f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ فهي متصلة على الفترة [-3, 1] وقابلة للاشتقاق على (-3, 1)

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققه على الفترة [-3, 1]

∴ يوجد على الأقل $c \in (-3, 1)$ بحيث

(نظرية القيمة المتوسطة) $$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$= \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)}$$

$$\because f(1) = (1)^2 + 2(1) = 3 \quad , f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 3$$

$$f'(x) = 2x + 2 \quad , f'(c) = 2c + 2$$

$$\therefore 2c + 2 = \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)} = \frac{3 - 3}{1 + 3} = 0$$

$$\therefore c = -1 \in (-3, 1)$$

٧

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = -1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(-3, 3), (1, 3)$

ب) أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته: $2y = x^2 + siny$ عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل:

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x

$$2y^{/} = 2x + cosy \ .y^{/}$$

$$2y^{/} - cosy \ .y^{/} = 2x$$

$$y^{/}(2 - cosy \ ) = 2x$$

$$y^{/} = \frac{2x}{2 - cosy}$$

بالتعويض في $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

$$y^{/} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - cos2\pi}$$

$$= \frac{4\sqrt{\pi}}{2 - 1} = 4\sqrt{\pi}$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو $4\sqrt{\pi}$

٨

السؤال الرابع

١٥

٢) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ وارسم بيانها.

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = -3x^2$$

نضع: $f'(x) = 0$

$$-3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1 - (0)^3 = 1$$

∴ $(0, 1)$ نقطة حرجة

نكون جدول التغير لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$		0		∞
إشارة f'	$---$		$---$		
سلوك الدالة f	متناقصة	∞ ↘	متناقصة	↘ $-\infty$	

الدالة متناقصة على الفترة $(-\infty.0)$ والفترة $(0, \infty)$

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$$f''(x) = -6x$$

$$-6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

	$-\infty$		0		∞
إشارة f''	$++$		$--$		
التقعر	تقعر لأعلى ∪		تقعر لأسفل ∩		

منحنى الدالة مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty.0)$

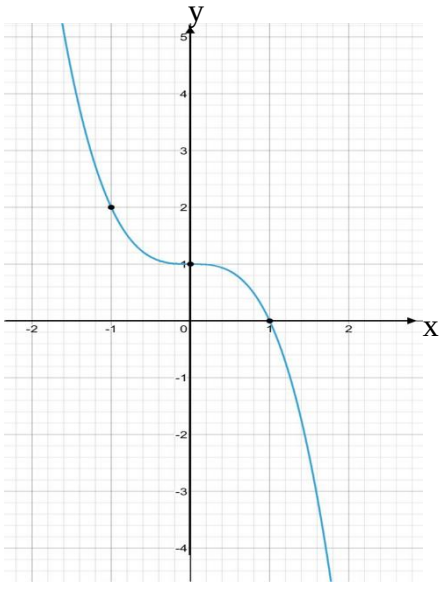
ومقعر لأسفل على الفترة $(0, \infty)$

$(0, 1)$ نقطة انعطاف

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

بيان الدالة f :



٨

ب)أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$

وانحرافها المعياري $S = 9$، باستخدام مستوى ثقة 95% :

١) أوجد هامش الخطأ

٢) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

٣) فسر فترة الثقة

الحل:

١) ∵ مستوى الثقة 95%

$$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

∵ σ^2 غير معلوم ، $n > 30$

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

∴ هامش الخطأ = 1.96

٢) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \ , \bar{x} + E)$

$$= (50 - 1.96 \, , 50 + 1.96)$$

$$= (48.04 \ , 51.96)$$

٣) التفسير: عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 81)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

ثانيا الأسئلة الموضوعية

(التظليل في الجدول المخصص في الصفحة الأخيرة)

أولا : البنود (1–4) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خطأ .

1	$\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{\lvert x\rvert-3} = 2$
2	الدالة f : $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x \in R$
3	ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c, f(c))$ هو $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$
4	الدالة f : $f(x) = x\lvert x\rvert$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

==========

ثانياً : البنود (5–10) لكل بند أربع اختيارات ظلل في الورقة المخصصة للإجابة دائرة الاختيار الصحيح فقط .

5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96, 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

---

6) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$ تساوي:

(a) 2 (b) -2

(c) 0 (d) ∞

---

7) لتكن الدالة $f : f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، $g : g(x) = x^2 - 3$ فإن $(fog)(0)$ يساوي:

(a) 1 (b) -4

(c) 4 (d) -1

8) الدالة f : $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $(-\infty,\frac{1}{2}]$ ⓑ $(5,\infty)$

ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $(-5,5)$

---

9) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16 cm ، وذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس ، ثم طي الأجزاء البارزة .

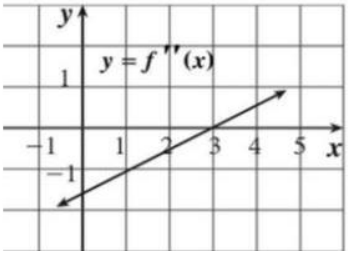
أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

ⓐ $2\ cm, 6\ cm, 12\ cm$ ⓑ $3\ cm, 4\ cm, 12\ cm$

ⓒ $2\ cm, 8\ cm, 12\ cm$ ⓓ $3\ cm, 6\ cm, 8\ cm$

---

10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً للأسفل في الفترة:



ⓐ $(-\infty, 3)$ ⓑ $(3,\infty)$

ⓒ (-1, 4] ⓓ (3 , 5)

جدول تظليل إجابات الموضوعي

السؤال	الاجابة			
(1)	●	b		
(2)	●	b		
(3)	a	●		
(4)	a	●		
(5)	a	●	c	d
(6)	●	b	c	d
(7)	a	b	●	d
(8)	a	●	c	d
(9)	●	b	c	d
(10)	●	b	c	d

١٠