وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الرياضيات

الصفّ التاسع

الفصل الدراسي الأوّل ـ القسم الأوّل

المرحلة المتوسّطة

1/1

وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الرياضيات

الصفّ التاسع

الفصل الدراسي الأوّل ـ القسم الأوّل

تأليف
أ. دلال مبارك الحجرف (رئيسًا)
أ.نـوره عبـد الله أبورقبـة العتيبـي
أ. سـاره زايـد شـيـنـان الـعـجـمي
أ. وسـميه بـادي هادي الرشـيدي
أ. عصـام عبـد الهـادي السـيد حسـن
أ. منى فـرج سـعد المطيري

الطبعة الأولى
١٤٤٧ هـ
٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج
إدارة تطوير المناهج

الطبعة الأولى: ٢٠٢٥ / ٢٠٢٦ م

المراجعة العلمية

أ. سمير عبدالله مرسي

ذات السلاسل - الكويت

أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٧٨) بتاريخ ٩ / ٩ / ٢٠٢٥م

بسم الله الرحمن الرحيم

حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah
Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ صباح خالد الحمد الصباح
ولي عهد دولة الكويت

H. H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah
Crown Prince Of The State Of Kuwait

مقدّمة

الحمدلله ربّ العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

اِنطلاقًا من التوجيهات السامية لحضرة صاحب السموّ أمير البلاد الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح ، حفظه الله ورعاه ، بضرورة الإسراع في تنفيذ كافّة مشاريع الدولة التنموية ومن ضمنها على وجه الخصوص المشاريع التعليمية ، وتماشيًا مع رؤية الكويت ٢٠٣٥ والتي تنادي بكويت جديدة فقد شرعت وزارة التربية في تطوير مناهجها التعليمية مستندة ، في ذلك إلى أهمّية رأس المال البشري كعنصر أساسي في تنمية الوطن ورفعته.

ولأنّ المناهج التعليمية هي قاعدة الهرم التعليمي إلى جانب المعلّم والمتعلّم ، وتُعدّ أحد الروافد المهمّة في خلق جيل متعلّم وواعٍ ، قادر على المشاركة في بناء المجتمع ، ولأنّ المناهج عبارة عن كمّ الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدَّم للمتعلّم ، فقد أولت الوزارة أهمّية بتطوير المناهج حسب المعايير العلمية وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون ، وإيمانًا بأهمّيتها وانطلاقًا من أنّها ذات صفة عالمية مع الأخذ في الاعتبار خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحلّية ، ملتزمة بأن تصبّ جميعها في تعزيز الهويّة الوطنية وبعقلية منفتحة على الآخرين مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسّك بمبادئ الإسلام والتسامح من جهة ، وغزيرة بمهارات القرن الواحد والعشرين لتعزيز المفاهيم الرياضية لجميع المتعلّمين من جهة أخرى لكي يكونوا في طليعة المنافسين في المسابقات العلمية والدولية ، وذلك عبر بناء الخطط التعليمية المعتمَدة من قطاع المناهج مؤكّدين على أهمّية التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتّى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلّم ، متضمّنة في الكثير من بنودها التمارين ذات المستويات العليا في التفكير والفهم والتحليل والتركيب .

وقد تمّت صياغة وترتيب الكتاب المدرسي في منهجية خاصة ذات هيكل ومجالات معينة تتمحور حول العدّ والجبر والهندسة والقياس ، وأخيرًا الإحصاء والاحتمال .

فقد تمّ بناء الكتاب وفق منهجية تربوية حديثة تراعي التدرّج المنطقي في المفاهيم والمهارات لبناء معرفة رياضية تراكمية تراعي الفروق الفردية بين المتعلّمين وتعزّز التفكير الرياضي العميق .

كما ويحوي الكتاب على وحدات تعليمية وموضوع محوري يتمّ إبرازه في مقدّمة كلّ وحدة ، تساعدهم على تنمية الفهم البنائي وربط المفاهيم الجديدة مع سياقات من واقع الحياة .

وحرصنا على إدراج التمارين المتنوّعة مع نهاية كلّ درس ، والتي تنوّعت بين الأسئلة المباشرة والمسائل الحياتية وأسئلة مهارات تفكير عليا ، مثل التبرير والنقد وتعدّد طرق الحلّ والاستنتاج .

تنتهي كلّ وحدة بقسم خاصّ للتقويم لقياس مدى تحقيق الأهداف متضمّنة أسئلة شاملة للمفاهيم والمهارات التي تمّ تناولها ، حتّى تكون أداة تمكّننا من تحديد الاحتياجات التعليمية لاحقًا .

ممّا سبق من معطَيات وغيرها من الجوانب التعليمية والتربوية ، فقد تمّت صياغة وإعداد كتب الرياضيات لتحقّق نقلة نوعية ذات جودة عالية تلبيّ الطموحات المطلوبة وتكون نافذة واسعة تُطلّ على آمالنا وتطلّعاتنا في المستقبل لما نهدف إليه من تأسيس فكر رياضي في عقول أجيالنا القادمة تنهض بها أمّتنا وتضعها في مكانها المناسِب في الصفوف المتقدّمة ، ويُشار إليها بالبنان مع كلّ محفل.

المحتويات

الجزء الأوّل :

الوحدة التعليمية الأولـــــى : الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

الوحدة التعليمية الثانية : التحليل والمعادلات

الوحدة التعليمية الثالثـة : الحدوديات النسبية - الهندسة الإحداثية

الوحدة التعليمية الرابعة : هندسة التحويلات - الإحصاء والاحتمال

الجزء الثاني :

الوحدة التعليمية الخامسة : العلاقات والدوال

الوحدة التعليمية السادسة : المعادلات الخطّية والمتباينات الخطّية

الوحدة التعليمية السابعة : هندسة المثلّث

الوحدة التعليمية الثامنة : النسبة المئوية - الهندسة والقياس

الوحدة التعليمية الأولى

الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

المحتوى	رقم الصفحة
معايير المنهج ومؤشّرات الأداء للوحدة التعليمية الأولى	١٦
مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الأولى	١٧
هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الأولى	١٨
(١ - ١) الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية	٢٠
(١ - ٢) الأعداد الحقيقية (مقارنة - ترتيب)	٢٤
(١ - ٣) العمليات على الأعداد الحقيقية	٣٢
(١ - ٤) القيمة المطلَقة	٣٦
(١ - ٥) حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد	٤٣
(١ - ٦) الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة	٥١
تقويم الوحدة التعليمية الأولى	٥٩

الوحدة التعليمية الثانية

التحليل والمعادلات

المحتوى	رقم الصفحة
معايير المنهج ومؤشّرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية	٦٦
مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية	٦٧
هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الثانية	٦٨
(٢ - ١) تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما	٧٠
(٢ - ٢) تحليل الحدودية الثلاثية : $س^{٢} + ب س + جـ$	٧٥
(٢ - ٣) تحليل الحدودية الثلاثية : $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، $أ \neq ١$	٨١
(٢ - ٤) تحليل المربّع الكامل	٨٦
(٢ - ٥) تحليل الحدودية الرباعية	٩٤
(٢ - ٦) حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد	٩٨
تقويم الوحدة التعليمية الثانية	١٠٦
المشروع الأوّل	١١٣

الوحدة التعليمية
الأولى

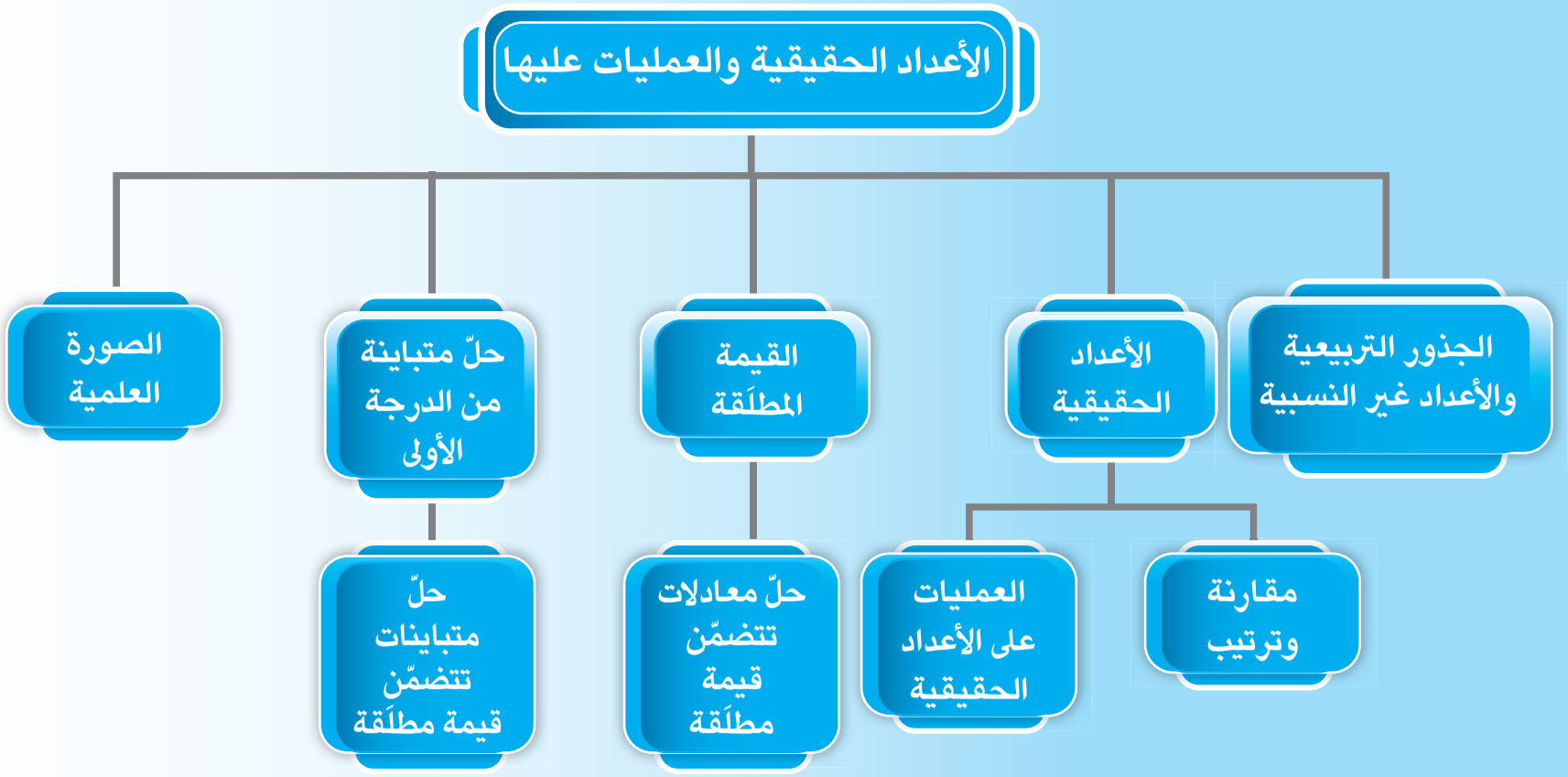
الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

العلوم في حياتنا

تهتمّ دولة الكويت بتطوّر العلوم والثقافة ، لزيادة الوعي لدى مواطنيها ، ومن مظاهر هذا الاهتمام إنشاء المراكز العلمية والثقافية ، ومنها مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي ، وهو أحد أكبر معالم التطوّر الثقافي من نوعه حول العالم والذي تمّ افتتاحه في مايو ٢٠١٧ م . يضمّ المركز عدّة متاحف ومنشآت ، منها :
متحف التاريخ الطبيعي ، ومتحف العلوم والتكنولوجيا ، ومركز الفنون الجميلة ، ومتحف العلوم العربية الإسلامية ، ومتحف الفضاء ومسرح .

المجال	معايير المنهج	مؤشّر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل الأعداد واستخدامها ضمن أشكال متكافئة متنوّعة ، وإدراك أنّ مختلف أشكال الأعداد تتلاءم مع حالات مختلفة .	العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - التذكّر - التعرّف - الفهم - المقارنة والتمييز - القوانين - التمثيل -حلّ المشكلات - العلاقات - الاستدلال - الاستنتاج - التقويم
	اِستخدام المعادلات والنماذج الرياضية لحلّ المسائل .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - القراءة -الترميز والبرمجة - حلّ المشكلات - التمثيل - التذكّر - الفهم - التعرّف - الاستدلال
	تحديد العمليات المناسِبة ، واستخدامها لحلّ المسائل وتعليل الخيارات .	الاستنتاج - التحويل - القيادة - اِتّخاذ القرار - التذكّر - التعرّف - الفهم - التحليل والتركيب - حلّ المشكلات - العلاقات - الاستدلال - التمثيل
	تقدير وتقريب لتحديد النتائج المعقولة للعمليات الحسابية .	التذكّر - الفهم - التعرّف - العمل الجَماعي- الاستكشاف والتقصّي - حلّ المشكلات - المقارنة والتمييز - التعليل - التمثيل - الوسائط - الاستدلال
	استخدام التمثيلات البيانية والجداول والتمثيلات الجبرية للقيام بالتوقعات ولحل المسائل .	التذكّر - التعرّف - الفهم - التمثيل - الاستكشاف والتقصّي - الاستدلال - الاستنتاج - حلّ المشكلات

مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الأولى



هل أنت مستعدّ ؟

١ أوجِد مساحة مربّع طول ضلعه ٣ سم . .....

٢ أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي :

أ $٣^{٢}$ = ...

.....

ب $٨^{٢}$ = ...

.....

ج $(-٦)^{٢}$ = ...

.....

٣ أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي :

أ $\sqrt{٤}$ = ...

.....

ب $\sqrt{٢٥}$ = ...

.....

ج $\sqrt{٤٩}$ = ...

.....

د $-\sqrt{١٦}$ = ...

.....

٤ قارِن بوضع > أو < أو = فيما يلي :

أ ٠,٦ ◯ $\frac{٣}{٥}$

ب ٠,٧ ◯ $\frac{٢}{٥}$

ج $٣,\overline{٩}$ ◯ ٣,٩٥

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ) ٩ + ٣ × ٨ = ...

.....

ب) ١٥ ÷ (٧ - ٤) = ...

.....

ج) $٢٦^{٢}$ ÷ (٧ + ٢) = ...

.....

د) ٨ × $\sqrt{٤٩}$ - ١٠ = ...

.....

٦ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ) $\frac{٤}{٧} \times \frac{٧}{٨}$ = ...

.....

ب) $\frac{٥}{٩}$ ÷ ٥ = ...

.....

٧ أوجِد قيمة ٥س - ٣ ، إذا كانت س = ٢ .

.....

.....

٨ حُلّ المعادلة الآتية : ٢س + ١ = ٧ .

.....

.....

.....

٩ بسِّط كلًّا من التعابير الآتية :

أ) $س^{٤} \times س^{٥}$ = ...

ب) $\frac{ب^{٦}}{ب^{٢}}$ = ...

ج) $س^{-٤}$ = ...

هل أنتَ مستعدٌّ ؟

١ - ١ الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية
Square Roots and Irrational Numbers

سوف تتعلّم : الأعداد غير النسبية .

العبارات والمفردات :

جذر تربيعي	Square Root	عدد غير نسبي	Irrational Number
جذر تربيعي أساسي	Principal Square Root		

اِستكشِف

لدى سعد لوحات مربّعة الشكل لبعض معالم دولة الكويت (أبراج المياه - برج التحرير - أبراج الكويت) .

كما هو موضَّح في الأشكال المقابِلة :

من فضلك ، ساعِد سعدًا في إيجاد طول ضلع كلّ مربّع .

مساحة المربّع = ٤ م^{٢} (لوحة أبراج المياه)

طول الضلع = $\sqrt{٤}$ م = ... م

مساحة المربّع = ٩ م^{٢} (لوحة برج التحرير)

طول الضلع = ...

مساحة المربّع = ٧ م^{٢} (لوحة أبراج الكويت)

طول الضلع = ...

هل وجدت عددًا نسبيًّا مربّعه يساوي ٧ ؟ .....

تعلم أنّ مجموعة الأعداد النسبية ن = $\left\{ \frac{أ}{ب} : أ ، ب \in صـ ، ب \neq ٠ \right\}$ وأنّ الأعداد النسبية يمكن كتابتها في صورة أعداد عشرية (أو كسور عشرية) منتهية مثل ٣,٢٥ ، ٠,٤٨٧ أو بصورة أعداد عشرية دورية (أو كسور عشرية دورية) مثل $٢,١\overline{٦}$ ، $٠,\overline{٣}$.

تذكّر

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجَب س : هو العدد الذي إذا ضُرب في نفسه كان الناتج س .

بالعودة إلى (اِستكشِف) :

$\sqrt{٧}$ لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية ن ، ولذلك فهو ينتمي إلى مجموعة أخرى جديدة تُسمّى مجموعة **الأعداد غير النسبية** $\bar{ن}$.

أي أنّ الجذر التربيعي لأيّ عدد ليس مربّعًا كاملًا ، هو عدد غير نسبي .

تذكّر

$\frac{٥}{٩} = ٠,\overline{٥}$

$\frac{١٧}{٩٩} = ٠,\overline{١٧}$

الأعداد غير النسبية : هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

وفي ما يلي بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية :

- $\sqrt{٥}$ ، $-\sqrt{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، ...
- الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرّر مثل π ≈ ٣,١٤١٥٩ ...
- كسور عشرية ذات نمط في كتابتها مثل ٠,٠٢٠٢٢٠٢٢٢٠٢٢٢٢ ...

الجذور التربيعية

تعلم أنّ $(-٣)^{٢} = ٩$ ، $(٣)^{٢} = ٩$ ،

وأنّه يوجد جذران تربيعيان للعدد ٩ هما :

$+\sqrt{٩} = ٣$ (الجذر التربيعي الموجَب) ،

$-\sqrt{٩} = -٣$ (الجذر التربيعي السالب)

ويُعرف الجذر التربيعي الموجَب : **بالجذر التربيعي الأساسي** .

اللوازم

آلة حاسبة

دورك الآن

ضَعِ الأعداد الآتية في مكانها المناسِب في الجدول :

$\sqrt{١٥}$ ، $-\sqrt{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٦٤}}$ ، π ، $\frac{٧}{٩}$ ،

-٠,١٧ ، ٠,٣ ، ٠,٣٥٣٣٥٣٣٣٥... ،

عدد نسبي	عدد غير نسبي

مثال (١) :

قدِّر $\sqrt{١٣}$

الحلّ :

نبحث عن عددَين مربّعَين كاملَين متتاليَين يقع بينهما العدد ١٣ وهما ٩ ، ١٦

$٩ < ١٣ < ١٦$

$\sqrt{٩} < \sqrt{١٣} < \sqrt{١٦}$

$٣ < \sqrt{١٣} < ٤$

بالتالي فإنّ $\sqrt{١٣}$ يقع بين ٣ ، ٤

١٣ أقرب إلى العدد ١٦

$\sqrt{١٣} \approx ٣,٦$

(تحقَّق من إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة)

تذكَّر

$١^{٢١} = ١$	$٤٩ = ٧^{٢}$
$٤^{٢٢} = ٤$	$٦٤ = ٨^{٢}$
$٩^{٢٣} = ٩$	$٨١ = ٩^{٢}$
$١٦^{٢٤} = ١٦$	$١٠٠ = ١٠^{٢}$
$٢٥^{٢٥} = ٢٥$	$١٢١ = ١١^{٢}$
$٣٦^{٢٦} = ٣٦$	$١٤٤ = ١٢^{٢}$

من خواصّ الجذور التربيعية

إذا كان ا ، ب عددَين نسبيَّين موجَبين ، فإنّ :

- $\sqrt{ا \times ب} = \sqrt{ا} \times \sqrt{ب}$
- $\sqrt{\frac{ا}{ب}} = \frac{\sqrt{ا}}{\sqrt{ب}}$
- $ا = \sqrt{ا} \times \sqrt{ا}$

انتبه

- $\sqrt{ا + ب} \neq \sqrt{ا} + \sqrt{ب}$
- $\sqrt{ا - ب} \neq \sqrt{ا} - \sqrt{ب}$

مثال (٢) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي موظِّفًا خواصّ الجذور التربيعية :

(أ) $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٥$

(ب) $\sqrt{٤٩ \times ٩} = \sqrt{٤٩} \times \sqrt{٩} = ٧ \times ٣ = ٢١$

(ج) $\sqrt{\frac{٢٥}{٦٤}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٦٤}} = \frac{٥}{٨}$

(د) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٨ \times ٢} = \sqrt{١٦} = ٤$

(هـ) $\frac{\sqrt{٢٤}}{\sqrt{٦}} = \sqrt{\frac{٢٤}{٦}} = \sqrt{٤} = ٢$

(و) $-\sqrt{٠,٨١} = -\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}} = -\frac{\sqrt{٨١}}{\sqrt{١٠٠}} = -\frac{٩}{١٠} = -٠,٩$

(ز) $\sqrt{٣٦٠٠} = \sqrt{١٠٠ \times ٣٦} = \sqrt{١٠٠} \times \sqrt{٣٦} = ١٠ \times ٦ = ٦٠$

(ح) $٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = ٢ \times ٣ = ٦$

عبِّر عن فهمك

هل الجذر التربيعي للعدد ٥٠ يساوي ضعف الجذر التربيعي للعدد ٢٥ ؟ وضِّح إجابتك .

تمارين ذاتية :

١ حدِّد ما إذا كان كلّ عدد ممّا يلي عددًا نسبيًّا أم غير نسبي :

أ) $\sqrt{١٦}$ .....

ب) $\sqrt{٢٠}$ .....

ج) $٢,\overline{١٥}$ .....

د) $-٠,٧٧$ .....

هـ) $\frac{٨}{٣}$ .....

و) $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}}$ .....

ز) π .....

ح) $٠,٢٤٢٤٢٤٤٤...$ .....

ط) $\sqrt{٣} + ٢$ .....

٢ قدِّر كلًّا ممّا يلي :

أ) $\sqrt{٣٥}$ .....

ب) $\sqrt{٦٨}$ .....

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي موظِّفًا خواصّ الجذور التربيعية :

أ) $-\sqrt{\frac{١}{٨١}} =$ .....

ب) $\sqrt{١١} \times \sqrt{١١} =$ .....

ج) $\sqrt{٤ \times ٤٩} =$ .....

د) $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} =$ .....

هـ) $\sqrt{\frac{٢٧}{٣}} =$ .....

و) $\sqrt{٢٥٠٠} =$ .....

ز) $\sqrt{٠,٦٤} =$ .....

ح) $٣\sqrt{٥} \times ٢\sqrt{٥} =$ .....

ط) $٥\sqrt{٧} \times ٢\sqrt{٧} =$ .....

ي) $٧\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} =$ .....

مهارات تفكير عليا :

٤ في أحد المعارض ، يوجد قاعة عرض ، لها أرضية مربّعة الشكل مقسَّمة إلى أربعة أجزاء متطابقة . إذا كانت مساحة الجزء الواحد من الأرضية تساوي ٤٠٠ م^٢ ، فما طول ضلع أرضية القاعة ؟

.....

.....

١ - ٢

الأعداد الحقيقية (مقارنة – ترتيب)
Real Numbers (Comparing - Ordering)

سوف تتعلّم : الأعداد الحقيقية ومقارنتها وترتيبها وتمثيلها .

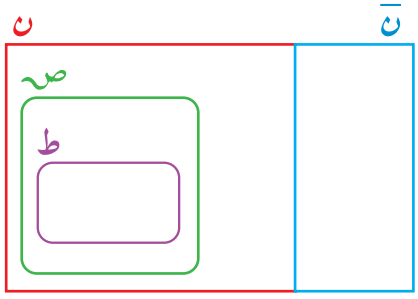
العبارات والمفردات :

الأعداد الحقيقية	Real Numbers	فترة مغلَقة	Closed Interval
الفترات	Intervals	فترة مفتوحة	Open Interval
فترات محدودة	Bounded Intervals	فترة نصف مغلَقة	Half-Closed Interval
فترات غير محدودة	Unbounded Intervals	فترة نصف مفتوحة	Half-Open Interval

حُلّ وناقِش

١ ضَع كلًّا من الأعداد الآتية في مكانها المناسِب على شكل ڤن المقابِل .

$\frac{١}{٢}$ ، -٤ ، ٩ ، $\sqrt{٥}$ ، ٠,٦ ، $\frac{٧}{٩}$ ، $\sqrt[٣]{-٢}$ ، $\sqrt{١٦}$ ، ٠ ، ٥

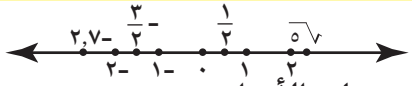


٢ أكمِل : $ن \cap \bar{ن} =$ .....

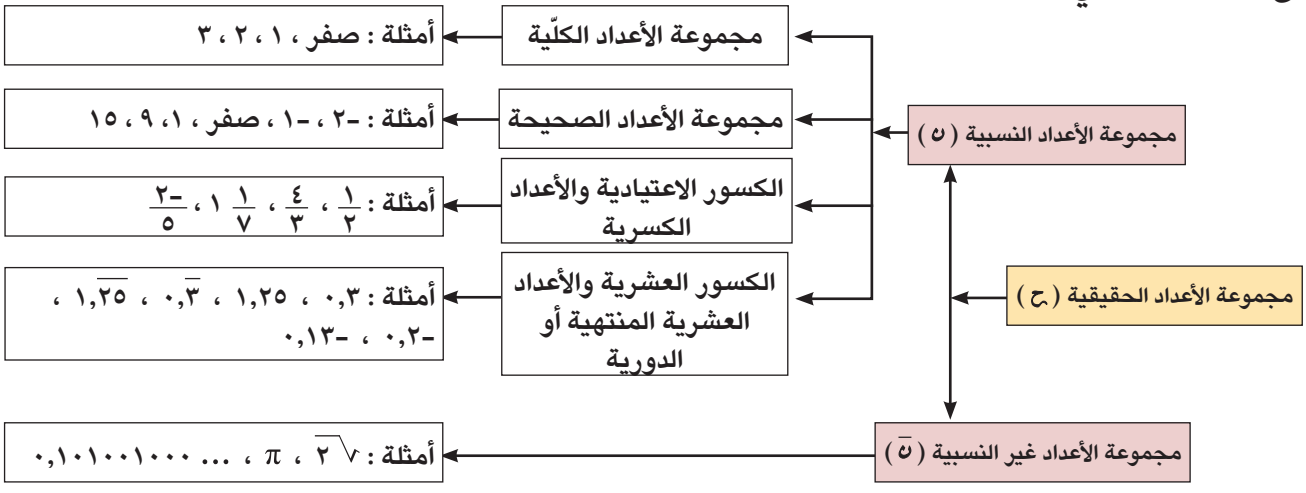
اِتّحاد مجموعة الأعداد النسبية (ن) ومجموعة الأعداد غير النسبية ($\bar{ن}$) يشكّل مجموعة تُسمّى **مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)** .

أي أنّ : $ن \cup \bar{ن} = ح$

ويمكن تمثيلها على خطّ الأعداد بحيث **كلّ نقطة على هذا الخطّ تمثّل عددًا حقيقيًّا وكلّ عدد حقيقي يُمثَّل بنقطة على خطّ الأعداد .**



يوضّح المخطّط الآتي العلاقات بين مجموعات الأعداد :



مثال (١) :

قارِن بين العددَين:

(أ) $3{,}14$ ، π

الحلّ :

$\pi \approx 3{,}14159$

$\therefore \pi > 3{,}14$

(ب) $0{,}\overline{6}$ ، $\frac{3}{5}$

الحلّ :

$0{,}\overline{6} \approx 0{,}666$

$\frac{3}{5} = 0{,}6$

$0{,}666 > 0{,}6$

$\therefore 0{,}\overline{6} > \frac{3}{5}$

(ج) $\frac{\pi}{5}$ ، $\frac{4}{9}$

الحلّ :

$\frac{\pi}{5} \approx 0{,}628 > \frac{1}{2}$

$\frac{4}{9} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{4}{9} < \frac{\pi}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 3{,}140 & 0{,}628 \\ \hline 30 & 5 \\ \hline 140 & \\ 100 & \\ \hline 400 & \\ 400 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

حلّ آخر :

$\frac{\pi}{5} \approx 0{,}628$

$\frac{4}{9} = 0{,}\overline{4}$

$\therefore \frac{4}{9} < \frac{\pi}{5}$

تذكَّر

$\frac{4}{9} = 0{,}\overline{4}$

مثال (٢) :

رتِّب تصاعديًّا الأعداد الآتية : π ، $\sqrt{17}$ ، $3\frac{5}{8}$

الحلّ :

$\pi \approx 3{,}1415$

$3\frac{5}{8} = 3{,}625$

$\therefore \pi < 3\frac{5}{8}$

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$

$4 < \sqrt{17} < 5$

$\therefore 4 < \sqrt{17}$

$\therefore \sqrt{17} > 3\frac{5}{8}$

$\therefore$ **الترتيب التصاعدي :** π ، $3\frac{5}{8}$ ، $\sqrt{17}$

دورك الآن (١)

(أ) رتِّب تصاعديًّا الأعداد الآتية :

2π ، $\sqrt{27}$ ، $6{,}\overline{5}$

.....

.....

.....

(ب) رتِّب تنازليًّا الأعداد الآتية :

$3\frac{1}{8}$ ، $-3{,}\overline{13}$ ، $-\pi$ ، $\sqrt{8}$

.....

.....

.....

الفترات

الفترة : هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ، وتنقسم الفترات إلى نوعَين : فترات محدودة، وفترات غير محدودة .

أوّلًا : الفترات المحدودة

يُعبَّر عن الفترة بقوسَين يوضع داخلهما عددان، الأصغر يمثّل بداية الفترة والأكبر يمثّل نهاية الفترة مثلًا :

[-٥ ، ١] ، (٤ ، ٧) ، (-٦ ، -٤] ، [٠ ، ٣)

وتُصنَّف الفترات المحدودة إلى ثلاثة أنواع:

الفترات المغلَقة : [أ ، ب] هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ ، ب بما فيها أ ، ب ؛ أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ وأصغر من أو تساوي ب .

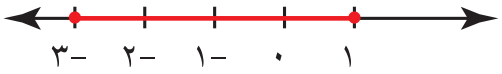
مثال (٣) :

اِشرح معنى الفترة [-٣ ، ١] ومثّلها على خطّ الأعداد :

الحلّ :

[-٣ ، ١] : هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية التي تقع بين -٣ ، ١ وتضمّ أيضًا العددَين -٣ ، ١

أو [-٣ ، ١] : هي مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٣ وأصغر من أو تساوي ١



ونمثّل طرفَي الفترة المغلَقة على خطّ الأعداد بدوائر مظلَّلة .

اِنتبِه

يكون العدد الواقع إلى اليسار على خطّ الأعداد أصغر من العدد الواقع إلى يمينه دائمًا .

الفترات المفتوحة : (أ ، ب) هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ ، ب فقط ؛ أي الأعداد الحقيقية الأكبر من أ ، وأصغر من ب .

مثال (٤) :

مثّل الفترة (-٤ ، ٥) على خطّ الأعداد .

ونمثّل طرفَي الفترة المفتوحة على خطّ الأعداد بدوائر غير مظلَّلة .

الفترات نصف المفتوحة أو نصف المغلَقة :

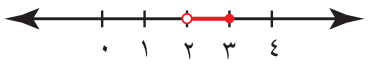
(أ ، ب] : هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ ، ب ومن ضمنها ب .

[أ ، ب) : هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية التي تقع بين أ ، ب ومن ضمنها أ .

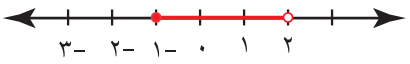
مثال (٥) :

مثِّل كلًّا من الفترات الآتية على خطّ الأعداد :

(أ) (٢ ، ٣] :



(ب) [-١ ، ٢) :

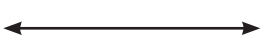


يوضّح الجدول الآتي أنواع الفترات المحدودة : ليكن أ ، ب عددَين حقيقيَّين حيث أ < ب .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[أ ، ب]	مغلَقة	أ ≤ س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ والأصغر من أو تساوي ب
(أ ، ب)	مفتوحة	أ < س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ والأصغر من ب
[أ ، ب)	نصف مغلَقة أو نصف مفتوحة	أ ≤ س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ والأصغر من ب
(أ ، ب]	نصف مفتوحة أو نصف مغلَقة	أ < س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ والأصغر من أو تساوي ب

دورك الآن (٢)

أكمِل الجدول الآتي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[١ ، ٣]		١ ≤ س ≤ ٣		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣
(-١ ، ٤)	مفتوحة			
	نصف مغلَقة أو نصف مفتوحة			مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤ والأصغر من ٠
	نصف مفتوحة أو نصف مغلَقة	-٥ < س ≤ -٢		

عبِّر عن فهمك

هل كلّ مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تمثّل فترة ؟

ثانيًا : الفترات غير المحدودة

فترات تتضمّن ∞ ، $-\infty$

$[أ ، \infty)$ هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية الأكبر من أ ومن ضمنها أ .

$(أ ، \infty)$ هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية الأكبر من أ .

$(-\infty ، أ]$ هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية الأصغر من أ ومن ضمنها أ .

$(-\infty ، أ)$ هي مجموعة كلّ الأعداد الحقيقية الأصغر من أ .

ملاحظة :

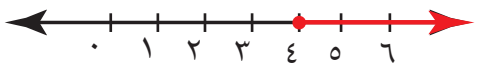
الرمز ∞ يُقرأ ما لا نهاية . وهو أكبر من أيّ عدد حقيقي .

الرمز $-\infty$ يُقرأ سالب ما لا نهاية . وهو أصغر من أيّ عدد حقيقي .

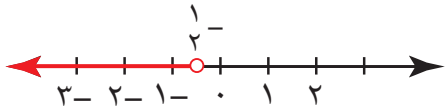
مثال (٦) :

مثِّل كلًّا من الفترات الآتية على خطّ الأعداد :

(أ) $[٤ ، \infty)$:



(ب) $(-\infty ، -\frac{١}{٢})$:



يوضّح الجدول الآتي أنواع الفترات غير المحدودة : ليكن أ ، ب عددَين حقيقيَّين .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$[أ ، \infty)$	نصف مغلَقة وغير محدودة من أعلى	س ≥ أ		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي أ
$(أ ، \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	س > أ		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أ
$(-\infty ، ب]$	نصف مغلَقة وغير محدودة من أسفل	س ≤ ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي ب
$(-\infty ، ب)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	س < ب		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ب

دورك الآن (٣)

أكمِل الجدول الآتي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[-٤ ، ∞)	نصف مغلَقة وغير محدودة من أعلى			مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤
	مفتوحة وغير محدودة من أعلى			مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
		س ≥ -٢		
(-∞ ، -٢)				مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من -٢

تمارين ذاتية :

١ قارِن بين العددَين في كلّ ممّا يلي :

(أ) $0,\overline{6}$ ، $\frac{2}{3}$

.....

.....

.....

(ب) -2π ، $-6,2$

.....

.....

.....

(ج) $0,\overline{25}$ ، $\frac{1}{4}$

.....

.....

.....

(د) $1\frac{2}{5}$ ، $\sqrt{5}$

.....

.....

.....

٢ (أ) رتِّب تصاعديًّا الأعداد الآتية :

$\frac{٣}{٥}$ ، $٠,\overline{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$

.....

.....

.....

(ب) رتِّب تنازليًّا الأعداد الآتية :

$٣\frac{٣}{٨}$ ، $-٣,\overline{٣٧}$ ، $\sqrt{١٥}$

.....

.....

.....

(ج) رتِّب تصاعديًّا الأعداد الآتية :

$٠,\overline{٥}$ ، $\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٣}{٧}$

.....

.....

.....

.....

(د) رتِّب تنازليًّا الأعداد الآتية :

٢π ، $\sqrt{٤٨}$ ، $-٦,\overline{٢٥}$ ، $-٦\frac{٧}{٢٠}$

.....

.....

.....

.....

.....

٣ (أ) أُكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٢ والأصغر من ٥

.....

(ب) أُكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٢ والأصغر من أو تساوي ٥

.....

ج أُكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من -٣

.....

د أُكتب الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي -٣

.....

هـ إذا كانت ٣ ≥ س > $\sqrt{٣٦}$ ، فحدِّد الفترة ومثِّلها على خطّ الأعداد .

.....

.....

٤ أكمِل الجدول الآتي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[٢ ، ٥]			←——→	
			←○——○→ (-٢ ، ١)	
			←——→	مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤
		س > ٥	←——→	

مهارات تفكير عليا :

٥ تُقاس سرعة إغلاق الكاميرات الرقمية بوحدة الثانية . إذا كانت سرعات إغلاق الستّ كاميرات الرقمية بالثانية كما يلي : $\frac{١}{١٢٥}$ ، ٠,٠٦ ، $\frac{١}{٢٠}$ ، ٠,١٢٥ ، $\sqrt{٢}$ ، ٠,٠٠٤
فرتِّب هذه السرعات من الأسرع إلى الأبطأ .

.....

.....

١ - ٣

العمليات على الأعداد الحقيقية
Operations on Real Numbers

سوف تتعلّم : إجراء عمليات على الأعداد الحقيقية .

حُلّ وناقِش

يعمل ناصر بعد المدرسة في شركة والده كمتدّرب في إدارة الحسابات .

لنفترِض أنّ الجدول الآتي يوضّح بعض المصروفات لهذا الشهر .

مجال المصروفات	قيمة المصروفات
قرطاسية	١٠٠ دينار
ضيافة	١٥٠ دينارًا
صيانة	١٥٠ دينارًا
مجموع المصروفات الفعلي	..... دينار

كتب ناصر العبارة الرياضية المناسِبة لإيجاد مجموع الحسابات وهي : ١٠٠ + ١٥٠ × ٢

حسب ناصر ومحاسب الشركة الناتج بطريقتَين مختلفتَين كما يلي :

الخطوات التي اتّبعها ناصر	الخطوات التي اتّبعها المحاسب
..... = ١٥٠ + ١٠٠	..... = ٢ × ١٥٠
..... دينار = ٢ × ٢٥٠	..... دينار = ٣٠٠ + ١٠٠

ناصر

محاسب الشركة

أكمِل الجدول .

قارِن النواتج بمجموع المصروفات الفعلي ، وأيّ منها كان صحيحًا ؟

هل نحتاج إلى أولويات لتبسيط التعابير العددية ؟ فسِّر ذلك .

.....

.....

ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

يمكنك تبسيط التعابير العددية باستخدام أولويات وهي :

(أ) **تبسيط العمليات داخل الأقواس .**

(ب) **الأسس والجذور والأعداد الدورية .**

(ج) **إجراء عمليات الضرب والقسمة من جهة اليمين .**

(د) **إجراء عمليات الجمع والطرح من جهة اليمين .**

دورك الآن (١)

حدِّد الإجراء الذي يتمّ أوّلًا :

أ) $\sqrt{٨١} - ٢ \times ٨$ .....

ب) $-١٢ (٧٠ + ٣٠)$ .....

ج) $٤٨ \div ٣٢ \times ٢$ .....

د) $\frac{(٢٤ + ٤)}{-٤}$ .....

عبِّر عن فهمك

بأيّ العمليات نبدأ : $\frac{٨ - ٦}{٢} + ٣$.

خواصّ العمليات على الأعداد الحقيقية

إذا كانت أ ، ب ، جـ أعدادًا حقيقية فإنّ :

- أ + ب = ب + أ — خاصّية الإبدال لعملية الجمع .
- أ × ب = ب × أ — خاصّية الإبدال لعملية الضرب .
- أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ — خاصّية التجميع لعملية الجمع .
- أ × (ب × جـ) = (أ × ب) × جـ — خاصّية التجميع لعملية الضرب .
- أ × (ب + جـ) = أ × ب + أ × جـ — خاصّية توزيع الضرب على الجمع .

دورك الآن (٢)

أُذكر الخاصّية المستخدَمة :

أ) $\pi + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} + \pi$ — خاصّية .....

ب) $\sqrt{٢} \times (\sqrt{٨} \times \sqrt{٥}) = (\sqrt{٢} \times \sqrt{٨}) \times \sqrt{٥}$ — خاصّية .....

ج) $\frac{٤}{٣} \times (\frac{٣}{٤} + \frac{٦}{٤}) = (\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤}) + (\frac{٤}{٣} \times \frac{٦}{٤})$ — خاصّية .....

مثال :

أوجِد الناتج في أبسط صورة : $٣ \times \overline{٠,٦} - \sqrt{٣} \times \sqrt{٢٧}$

الحلّ :

$$٣ \times \overline{٠,٦} - \sqrt{٣} \times \sqrt{٢٧}$$
$$= ٣ \times \frac{٦}{٩} - \sqrt{٨١}$$
$$= \cancel{٣}^{١} \times \frac{٢}{\cancel{٣}_{١}} - ٩$$
$$= ٢ - ٩$$
$$= -٧$$

تذكَّر

- $\overline{٠,٦} = \frac{٦}{٩}$
- $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$

حيث أ ، ب عددان موجَبان .

دورك الآن (٣)

أوجِد الناتج في أبسط صورة :

(أ) $٥ \times \sqrt{١٦} \div \overline{٠,٣} - ٧ \times ٢$

.....

.....

.....

.....

(ب) $\sqrt{\frac{١٠٠}{١٦}} \times ٨ - ٢٥$

.....

.....

.....

.....

عبِّر عن فهمك

ضَع أقواسًا لتصبح العبارة صحيحة : $١٢ \div ٣ + ١ + ٢ = ٥$

تمارين ذاتية :

١ أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي بطريقتَين مختلفتَين :

(أ) $٤ \times (٧ + ٨)$ .....

.....

.....

(ب) $٨ \times (١٠ - ١)$ .....

.....

.....

٢ أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي :

(أ) $٢٥ \div ٥ \times (-٣) + ٧$

.....

.....

(ب) $١٨ - (-٤) + ٦ \div (-٣)$

.....

.....

(ج) $\frac{١٢ - ٦}{٦} + (-١)$

.....

.....

(د) $\frac{-٣(٩ + ٢)}{-١١} + (-٢)$

.....

.....

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

(أ) $٢ \times \frac{٣}{٨} - \frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٢}}$

.....

.....

.....

(ب) $\sqrt{٢٧} \times \sqrt{٣} + ٠,\overline{٧} \times \frac{١٨}{٧}$

.....

.....

.....

(ج) $٨ \times \sqrt{٢٥} \div ٠,\overline{٦} + ٤ \times ٩$

.....

.....

.....

(د) $\sqrt{٤٩} \div ٠,\overline{٧} - ٩ \times ٦$

.....

.....

.....

٤ نظّمت إحدى المدارس رحلة إلى المركز العلمي ، وكانت أسعار التذاكر على الشكل الآتي :
زيارة المركز ٣,٥ دنانير ، زيارة قاعة الاستكشاف ٤,٥ دنانير .
أُحسب المبلغ الإجمالي للرحلة مستعينًا بالجدول الموضَّح فيه عدد المتعلّمين المشارِكين ؟

أنواع التذاكر	زيارة المركز	زيارة قاعة الاستكشاف
عدد المتعلّمين	٢٠	١٠

.....

.....

٥ إذا أنتجت كلّ من الكويت والإمارات العربية المتّحدة والصين الكمّية نفسها من النفط في أحد الأيّام ولتكن ٣,٦ مليون برميل ، وأنتجت المملكة العربية السعودية في اليوم نفسه ١٠ ملايين برميل ، فاحسب إجمالي إنتاج الدول الأربع في هذا اليوم .

.....

.....

.....

١ - ٤ القيمة المطلَقة Absolute Value

سوف تتعلّم : إيجاد القيمة المطلَقة وحلّ معادلات تتضمّن القيمة المطلَقة .

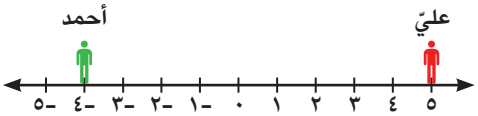
العبارات والمفردات :

معادلة	Equation	متغيّر	Variable
قيمة مطلَقة	Absolute value		

اِستكشِف

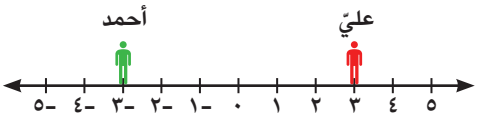
يقف كلّ من عليّ وأحمد على خطّ للأعداد ، كما هو موضَّح في الشكل أدناه :

(أ) يقول عليّ : إنّه يقف على بعد ٥ وحدات إلى يمين الصفر ، ويقول أحمد : إنّه يقف على بعد ٤ وحدات إلى يسار الصفر .



أيّهما الأقرب إلى الصفر على خطّ الأعداد ؟ .....

(ب) يقول عليّ : إنّه يقف على بعد ٣ وحدات إلى يمين الصفر ، ويقول أحمد : إنّه يقف على بعد ٣ وحدات إلى يسار الصفر .



أيّهما الأقرب إلى الصفر على خطّ الأعداد ؟ .....

القيمة المطلَقة

القيمة المطلَقة لعدد حقيقي : هي البعد على خطّ الأعداد بين هذا العدد والصفر .

إيجاد القيمة المطلَقة للعدد الحقيقي يتشابه مع إيجاد القيمة المطلَقة للعدد النسبي .

فمثلًا $|-\overline{٠,٨١}| = \overline{٠,٨١}$ ، $|٠,٥| = ٠,٥$ ، $|-\frac{٢}{٣}| = \frac{٢}{٣}$

مثال (١) :

أوجِد كلًّا ممّا يلي : (أ) $|\pi - ٢|$ (ب) $|\sqrt{١٦ - ٩}|$

الحلّ :

(أ) $|\pi - ٢| \approx |٣,١٤ - ٢| \approx |-١,١٤| \approx ١,١٤$

(ب) $|\sqrt{١٦ - ٩}| = |\sqrt{٧}| = \sqrt{٧}$

من خواصّ القيمة المطلَقة : لكلّ س ، ص ∈ ح

(١) | س × ص | = | س | × | ص |

(٢) | س / ص | = | س | / | ص | ، حيث ص ≠ ٠

(٣) | س − ص | = | ص − س |

عبِّر عن فهمك

هل | ٥ + (−٣) | = | ٥ | + | −٣ | ؟ ولماذا ؟

.....

دورك الآن (١)

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي مستخدِمًا خواصّ القيمة المطلَقة :

(أ) | ٣ × ٦ |

= | ..... | × | ..... |

= ..... × .....

= .....

(ب) | −٤ / ٩ |

= | ..... | / | ..... |

= .....

(ج) | ٠,٥ − ٢٣,٥ |

= | ..... − ٢٣,٥ |

= | ..... |

= .....

إيجاد قيمة مقدار جبري

مثال (٢) :

أوجِد قيمة : | س + ٤ | + | −٠,٥ | إذا كانت س = −٦

الحلّ :

| س + ٤ | + | −٠,٥ |

= | −٦ + ٤ | + | −٠,٥ | بالتعويض عن قيمة س

= | −٢ | + ٠,٥

= ٢ + ٠,٥

= ٢,٥

دورك الآن (٢)

أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي :

(أ) $|$ س × ٦ + ٤ $|$

إذا كانت س = ١١

.....

.....

(ب) $|$ س − ٥ $|$ + $|$ −٣,٢ $|$

إذا كانت س = − ٤

.....

.....

حلّ معادلات تتضمّن قيمة مطلَقة

بالرجوع إلى (اِستكشِف) السابق، نستطيع أن نعرّف أيضًا القيمة المطلَقة على الشكل الآتي :

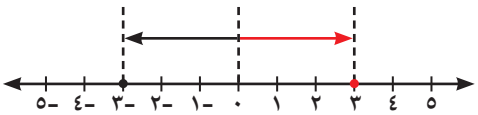
لكلّ عدد حقيقي س يكون :

(أ) $|$ س $|$ =
- س إذا كان س < ٠
- ٠ إذا كان س = ٠
- − س إذا كان س > ٠

(ب) $|$ س $|$ ≥ ٠

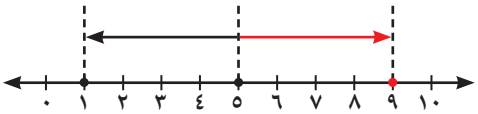
يمكن استخدام خطّ الأعداد لحلّ معادلات تتضمّن قيمة مطلَقة .

عندما نقول : إنّ $|$ س $|$ = ٣ نعني بها أنّ المسافة بين س و الصفر تساوي ٣ وحدات ، كما هو موضَّح في التمثيل البياني المقابِل على خطّ الأعداد.



∴ للمعادلة $|$ س $|$ = ٣ حلّان هما ٣ ، − ٣

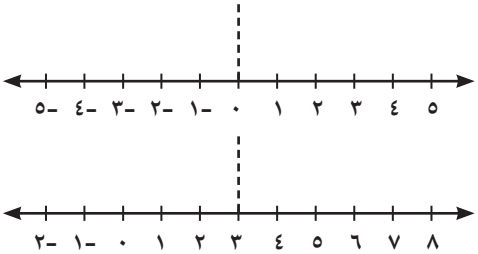
وعندما نقول : إنّ $|$ س − ٥ $|$ = ٤ نعني بها أنّ المسافة بين س و العدد ٥ تساوي ٤ وحدات ، كما هو موضَّح في التمثيل البياني المقابِل على خطّ الأعداد .



∴ للمعادلة $|$ س − ٥ $|$ = ٤ حلّان هما ٩ ، ١

دورك الآن (٣)

أكمِل لتوجِد حلّ المعادلات الآتية مستعينًا بالتمثيل الموضَّح على خطّ الأعداد :



(أ) $|$ س $|$ = ٤ للمعادلة حلّان هما :

س = ... أو س = ...

(ب) $|$ س − ٣ $|$ = ٥ للمعادلة حلّان هما :

س = ... أو س = ...

(١) إذا كان $أ$ عددًا حقيقيًّا موجَبًا ، فإنّ المعادلة :

$|س| = أ$

لها حلّان هما $س = أ$ أو $س = -أ$ ومجموعة الحلّ هي $\{أ ، -أ\}$

(٢) إذا كان $أ$ عددًا حقيقيًّا سالبًا ، فإنّ المعادلة :

$|س| = أ$ ليس لها حلّ ومجموعة حلّها هي $\varnothing$

(٣) إذا كان $أ = ٠$ ، فإنّ المعادلة :

$|س| = أ$ لها حلّ وحيد هو $س = ٠$ ومجموعة حلّها هي $\{٠\}$

مثال (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $|س| = ٥$

الحلّ :

$س = ٥$ أو $س = -٥$

∴ مجموعة الحلّ $= \{٥ ، -٥\}$

(ب) $|٢س + ١| = ٣$

الحلّ :

$|٢س + ١| = ٣$

$٢س + ١ = ٣$ أو $٢س + ١ = -٣$

$٢س + ١ - ١ = ٣ - ١$ $٢س + ١ - ١ = -٣ - ١$

$٢س = ٢$ $٢س = -٤$

$\frac{١}{٢} \times ٢س = \frac{١}{٢} \times ٢$ $\frac{١}{٢} \times ٢س = \frac{١}{٢} \times -٤$

$س = ١$ $س = -٢$

∴ مجموعة الحلّ $= \{١ ، -٢\}$

لاحِظ أنّ

ح = ح$^-$ ∪ {٠} ∪ ح$^+$

تذكَّر

- المجموعة الخالية نعبّر عنها : { } أو $\varnothing$
- المعكوس الجمعي للعدد $أ$ هو $(-أ)$ بحيث :

$أ + (-أ)$ = صفر

$(-أ) + أ$ = صفر

- المعكوس الضربي للعدد $أ$ هو $\frac{١}{أ}$ بحيث :

$أ \times \frac{١}{أ} = \frac{١}{أ} \times أ = ١$ ، حيث $أ \neq ٠$

ج) $|٥ص - ٢| + ٩ = ٩$

الحلّ :

$|٥ص - ٢| + ٩ = ٩$

$|٥ص - ٢| + ٩ - ٩ = ٩ - ٩$

$|٥ص - ٢| = ٠$

$٥ص - ٢ = ٠$

$٥ص = ٢$ (بالضرب في $\frac{١}{٥}$ للطرفَين)

$ص = \frac{٢}{٥}$

∴ مجموعة الحلّ = $\{\frac{٢}{٥}\}$

اِنتبِه

تخلَّص من العدد ٩ ، وذلك بإضافة المعكوس الجمعي للطرفَين قبل البدء بفكّ المطلَق .

د) $٢|٣ - س| = ٦$

الحلّ :

$٢|٣ - س| = ٦$

$\frac{١}{٢} \times ٢|٣ - س| = \frac{١}{٢} \times ٦$

$|٣ - س| = ٣$

$|س - ٣| = ٣$

$س - ٣ = ٣$ أو $س - ٣ = -٣$

$س - ٣ + ٣ = ٣ + ٣$ $س - ٣ + ٣ = -٣ + ٣$

$س = ٦$ $س =$ صفر

∴ مجموعة الحلّ = $\{٠ ، ٦\}$

اِنتبِه

تخلَّص من العدد ٢ ، وذلك بالضرب في المعكوس الضربي للطرفَين قبل البدء بفكّ المطلَق .

تذكَّر

$|س - ص| = |ص - س|$

هـ) $|٤س + ١| + ٧ = ١$

الحلّ :

$|٤س + ١| + ٧ = ١$

$|٤س + ١| + ٧ - ٧ = ١ - ٧$

$|٤س + ١| = -٦$

∴ مجموعة الحلّ = $\varnothing$

تمارين ذاتية :

١ أوجِد قيمة كلّ ممّا يلي :

(أ) $|٢ س| - ٣$ إذا كانت $س = ٥$

.....

.....

.....

(ب) $|س + ٢| + |٦|$ إذا كانت $س = -٢$

.....

.....

.....

(ج) $|س \times ٧ - ٦|$ إذا كانت $س = ٨$

.....

.....

.....

(د) $|س - ٨| + |-١,٣|$ إذا كانت $س = ٤$

.....

.....

.....

٢ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $|٥ س - ٣| = ٨$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب) $|٧ س| = ٠$

.....

.....

.....

ج) $|١ - ص| = ٤$

.....

.....

.....

.....

.....

د) $|٣ س + ٧| = ٠$

.....

.....

.....

هـ) $|٩ س - ٢| = -١$

.....

.....

و) $|\frac{١}{٢} س - ٣| = ١٠$

.....

.....

.....

ز) $|س| - ١ = ٣$

.....

.....

.....

ح) $٣ |٤ س + ١| - ٩ = ٠$

.....

.....

.....

.....

١ - ٥ حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد

Solving First Degree Inequality in One Variable

سوف تتعلّم : حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد .

العبارات والمفردات :

المتباينة	Inequality

حُلّ وناقِش

في يوم المعلّم العالمي ، أرادت إدارة المدرسة تصميم بطاقة مستطيلة الشكل ويحيط بها إطار ذهبي اللون كإهداء لمعلّمي المدرسة .

قم للمُعلّم وفِّه التبجيلا
كادَ المُعلّم أن يكون رسولًا

١ ما القانون المستخدَم لحساب محيط البطاقة ؟

.....

٢ قرّرت إدارة المدرسة أن يكون طول البطاقة ٢٠ سم ، شرط ألّا يتعدّى محيط البطاقة ٦٠ سم . أُكتب متباينة تحقّق هذه الشروط .

.....

٣ أ حُلّ المتباينة التي كتبتها .

.....

.....

ب ما العرض الأقصى للبطاقة ؟ .....

معلومة مفيدة :

يحلّ الإخصائيون في المعامل المتباينات كي لا تتخطّى كلفة إنتاج السلعة المبلغ المقرَّر .

في المعادلات نستخدم علاقة المساواة ، بينما في المتباينات نستخدم العلاقات ($>$ ، $\geq$ ، $<$ ، $\leq$) .

المتباينات $٢٠س > ٥$ ، $ب < -٣$ ، $٢م + ٤ \leq ٧$ ، هي متباينات من الدرجة الأولى في متغيّر واحد ، بينما $٣ص^{٢} - ٤ < ٥$ هي متباينة من الدرجة الثانية لأنّ أسّ المتغيّر ص يساوي ٢ .

طريقة حلّ المتباينات من الدرجة الأولى في متغيّر واحد تشبه طريقة حلّ المعادلات من الدرجة الأولى في متغيّر واحد ، والاختلاف يكون في مجموعة الحلّ .

المتباينة $٢م + ٤ < ٧$ ، إذا كانت م = ٣ ، تصبح $٢ \times ٣ + ٤ < ٧$ وهذه عبارة صحيحة .

العدد ٣ يحقّق صحّة المتباينة وهو أحد حلولها .

من خواصّ التباين :

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، إذا كان أ < ب فإنّ :

(١) أ + جـ < ب + جـ

(٢) أ × جـ < ب × جـ ، حيث جـ > ٠

(٣) أ × جـ > ب × جـ ، حيث جـ < ٠

مثال (١) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : ٢س + ٣ ≥ ٧ في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

٢ س + ٣ ≥ ٧

٢ س + ٣ - ٣ ≥ ٧ - ٣ إضافة المعكوس الجمعي للعدد ٣ للطرفَين

٢ س ≥ ٤

$\frac{١}{٢} \times ٢ س \geq \frac{١}{٢} \times ٤$ ضرب الطرفَين في المعكوس الضربي للعدد ٢

س ≥ ٢

∴ مجموعة الحلّ = [٢ ، ∞ -)

مثال (٢) :

أوجِد مجموعة حلّ : ٢ - ٣ س < ١٤ في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

٢ - ٣ س < ١٤

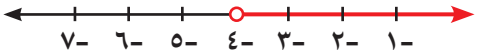
- ٣ س < ١٤ - ٢

- ٣ س < ١٢

$-\frac{١}{٣} \times -٣ س > -\frac{١}{٣} \times ١٢$ بضرب طرفَي المتباينة في $-\frac{١}{٣}$ ،

س > - ٤

∴ مجموعة الحلّ = (٤- ، ∞)



اِنتبِه

عند ضرب المتباينة في عدد حقيقي سالب نعكس علاقة الترتيب .

مثال (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : ٣ > س + ١ ≥ ٤ ، س ∈ ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

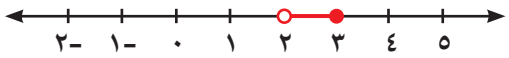
الحلّ :

٣ > س + ١ ≥ ٤

٣ - ١ > س + ١ - ١ ≥ ٤ - ١

٢ > س ≥ ٣

مجموعة الحلّ = (٢ ، ٣]



حلّ متباينات تتضمّن قيمة مطلَقة

أوّلًا :

المتباينة |س| ≥ ٣ تعني أنّ س عدد حقيقي بعده عن الصفر أصغر من أو يساوي ٣ ، أي أنّ : - ٣ ≥ س ≥ ٣

وتُكتب مجموعة حلّ المتباينة كالآتي [-٣ ، ٣] .

تذكَّر

إذا كان | س | = أ

حيث أ ∈ ح+

فإنّ : س = أ أو س = -أ

| س | ≥ أ ⟺ -أ ≥ س ≥ أ ، حيث س ∈ ح ، أ ∈ ح+

مثال (٤) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : | س + ٤ | > ٧ في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

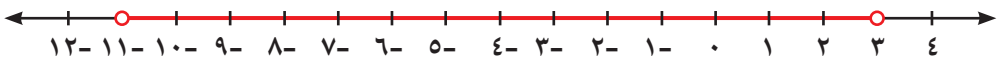
| س + ٤ | > ٧

- ٧ > س + ٤ > ٧

- ٧ - ٤ > س + ٤ - ٤ > ٧ - ٤

- ١١ > س > ٣

مجموعة الحلّ = (- ١١ ، ٣)



تذكَّر

الرمز ⟺ يُقرأ إذا وفقط إذا .

مثال (٥) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة $|٢س + ٤| - ٣ \geq ٥$ في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

$|٢س + ٤| - ٣ \geq ٥$

$|٢س + ٤| - ٣ + ٣ \geq ٥ + ٣$

$|٢س + ٤| \geq ٨$

$-٨ \geq ٢س + ٤ \geq ٨$

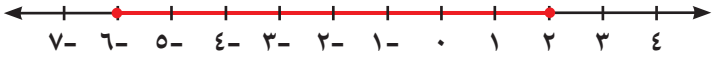
$-٨ - ٤ \geq ٢س + ٤ - ٤ \geq ٨ - ٤$

$-١٢ \geq ٢س \geq ٤$

$\frac{-١٢}{٢} \geq \frac{٢}{٢}س \geq \frac{٤}{٢}$

$-٦ \geq س \geq ٢$

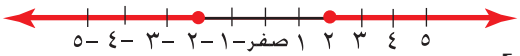
مجموعة الحلّ = [-٦ ، ٢]



ثانيًا :

المتباينة $|س| \leq ٢$ تعني أنّ س عدد حقيقي بعده عن الصفر أكبر من أو يساوي ٢ ،

أي أنّ $س \leq ٢$ أو $س \geq -٢$



وتُكتب مجموعة حلّ المتباينة كالآتي : [٢ ، ∞) ∪ (-∞ ، -٢]

$|س| \leq ا \Leftrightarrow س \leq ا$ أو $س \geq -ا$ ، حيث $س \in ح ، ا \in ح^+$

مثال (٦) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : $|٢س - ١| \leq ٣$ في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

$|٢س - ١| \leq ٣$

$٢س - ١ \leq ٣$ أو $٢س - ١ \geq -٣$

$٢س - ١ + ١ \leq ٣ + ١$ $٢س - ١ + ١ \geq -٣ + ١$

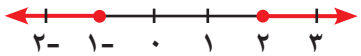
$٢س \leq ٤$ $٢س \geq -٢$

$س \leq \frac{٤}{٢}$ $س \geq \frac{-٢}{٢}$

$س \leq ٢$ $س \geq -١$

$س \in (٢ ، ∞]$ $س \in [-١ ، ∞ -)$

مجموعة الحلّ = [٢ ، ∞) ∪ (-∞ ، -١]



تذكَّر

- «أو» تعبّر عن الاتّحاد .
- «و» تعبّر عن التقاطع .

مثال (٧) :

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : $|٢ - س| > ٧$ في ح ، ومثِّلها على خط الأعداد الحقيقية .

الحلّ :

$|٢ - س| > ٧$

$|٢ - س| > \frac{٧}{٢}$

$|س - ٢| > \frac{٧}{٢}$

$س - ٢ > \frac{٧}{٢}$ أو $س - ٢ < -\frac{٧}{٢}$

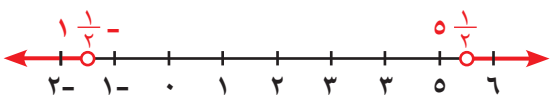
$س - ٢ + ٢ > \frac{٧}{٢} + ٢$ $س - ٢ + ٢ < -\frac{٧}{٢} + ٢$

$س > \frac{١١}{٢}$ $س < -\frac{٣}{٢}$

$س > ٥\frac{١}{٢}$ $س < -١\frac{١}{٢}$

$س \in (٥\frac{١}{٢} ، \infty)$ $س \in (-\infty ، -١\frac{١}{٢})$

مجموعة الحلّ $= (٥\frac{١}{٢} ، \infty) \cup (-\infty ، -١\frac{١}{٢})$



تذكَّر

$|س - ص| = |ص - س|$

عبِّر عن فهمك

- ما مجموعة حلّ $|س| < -٧$ ؟ ولماذا ؟
- ما مجموعة حلّ $|س| > -٧$ ؟ ولماذا ؟
- ما مجموعة حلّ $|س| > ٠$ ؟ ولماذا ؟
- ما مجموعة حلّ $|س| \geq ٠$ ؟ ولماذا ؟

دورك الآن (١)

أوجِد مجموعة حلّ المتباينة : $٣ - |س| \geq ٤$ في ح .

.....

.....

.....

.....

دورك الآن (٢)

يقدّم محلّ للعصائر الطازجة أنواعًا مختلفة من العصير . إذا كان يقدّم نوعًا من العصير بخلط ثلاثة أنواع من عصير الفاكهة : الفراولة والمانجو والأناناس ، وإذا كانت كمّية عصير الفراولة المستخدَمة هي $\frac{١}{٤}$ لتر ، والمانجو $١\frac{١}{٢}$ لتر ، فما الكمّية التي يمكن إضافتها من عصير الأناناس علمًا بأنّ وعاء الخلط يتّسع لـ ٢ لتر على الأكثر .

(اُكتب متباينة لإيجاد كمّية عصير الأناناس المناسِبة) .

.....

.....

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات الآتية في ح ، ومثِّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

١ س - ٩ > ٥

.....

.....

.....

.....

.....

٢ ١ ≥ ٢ ص + ٣ < ١١

.....

.....

.....

.....

.....

٣ $٣ - ٥ س \geq ٨$

.....

.....

.....

.....

.....

٤ $|س + ٧| > ٥$

.....

.....

.....

.....

٥ $|م + ١| \leq ٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦ $٢|س| - ٣ < ٧$

.....

.....

.....

.....

٧ $|٣ س - ٤| + ١ \geq ١١$

.....

.....

.....

.....

.....

٨ ٥ - | س | > -٢

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٩ ٩ ≥ | ٣ - ٢ س |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات تفكير عليا :

١٠ لتحصل مريم على تقدير امتياز في مادّة الرياضيات ، عليها أن تحصل على ١٨٠ درجة فأكثر من مجموع درجات الفصلَين الدراسيَّين ، إذا حصلت مريم على ٩١ درجة في نهاية الفصل الدراسي الأوّل ، فما الدرجات التي يجب أن تحصل عليها مريم في الفصل الدراسي الثاني لتحصل على تقدير امتياز في درجة نهاية العام ؟

.....

.....

.....

.....

.....

١ - ٦ الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة

Scientific Notation by Using Integer Exponents

سوف تتعلّم : كتابة الأعداد الكبيرة والأعداد متناهية الصغر بالصورة العلمية .

العبارات والمفردات :

صورة علمية	Scientific Notation	أسس سالبة	Negative Exponents
أسس موجَبة	Positive Exponents		

حُلّ وناقِش

١ أكمِل الجدول الآتي :

العبارة	الناتج
٨,٧ × ١٠ = ٨,٧ × $١٠^{١}$	٨٧
٨,٧ × ١٠٠ = ٨,٧ × $١٠^{٢}$	.....
٨,٧ × ..... = ٨,٧ × $١٠^{٣}$	.....

العبارة	الناتج
٨,٧ × $١٠^{-١}$ = ٨,٧ × $\frac{١}{١٠}$	٠,٨٧
٨,٧ × $١٠^{-٢}$ = ٨,٧ × $\frac{١}{١٠٠}$	.....
٨,٧ × $١٠^{-٣}$ = ... × ٨,٧	.....

٢ إذا ضُرب العدد ٨,٧ في إحدى القوى الموجَبة للعدد ١٠ ، فما العلاقة بين الموقع الجديد للفاصلة العشرية وقيمة الأسّ ؟

٣ إذا ضُرب العدد ٨,٧ في إحدى القوى السالبة للعدد ١٠ ، فما العلاقة بين الموقع الجديد للفاصلة العشرية وقيمة الأسّ السالب ؟

الصورة العلمية (القياسية) باستخدام الأسس الصحيحة الموجَبة

غالبًا ما يستخدم العلماء قوى العدد ١٠ في وصف معالم الأرض للتعبير عن الأعداد الكبيرة في الصورة العلمية ، وفي الصورة العلمية يُكتب العدد كقوى للعدد ١٠ مضروبة في عدد قيمته المطلَقة أصغر من ١٠ وأكبر من أو تساوي ١ .

فمثلًا : ٤٥٦ ٠٠٠ ٠٠٠ = ٤,٥٦ × $١٠^{٨}$

-٢٨٧ = -٢,٨٧ × $١٠^{٢}$

معلومة مفيدة :

الميكروبيولوجي
Microbiology

هو علم دراسة الأحياء الدقيقة غير المرئية بالعين المجرَّدة ، مثل البكتيريا والفطريات .

الميكرومتر : وهو أحد أجزاء وحدة المتر التي تُستخدم لقياس المسافات والأطوال القصيرة جدًّا ، وهي تمثّل ٠,٠٠٠٠٠١ من المتر (واحد من مليون من المتر) .

النانومتر : وهو أيضًا أحد أجزاء وحدة المتر الصغيرة جدًّا ؛ التي تُستخدم لقياس المسافات والأطوال الشديدة القصر ، وهي تمثّل ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١ من المتر (واحد من مليار من المتر) .

مثال (١) :

أُكتب العدد ٦٥ ٢٤١ بالصورة العلمية .

الحلّ :

٦٥ ٢٤١ ,٠ — ضَع العدد في الصورة العشرية

٦٥ ٢٤١ ,٠ — عُدّ المنازل التي نحتاج أن نحرّك بها الفاصلة العشرية لتحصل على عدد عشري قيمته المطلَقة أكبر من أوتساوي واحدًا وأصغر من ١٠

$٦٥٢٤١,٠ \times \frac{١٠^{٤}}{١٠^{٤}}$ — اِضرب واقسم على قوى العدد ١٠ بحيث تحافظ على قيمة العدد كما هي .

$٦,٥٢٤١ \times ١٠^{٤}$ — بالقسمة على العدد $١٠^{٤}$ ، نحرّك الفاصلة العشرية إلى اليسار ٤ منازل .

∴ $٦٥ ٢٤١ = ٦,٥٢٤١ \times ١٠^{٤}$

∴ $٦,٥٢٤١ \times ١٠^{٤}$ — تُسمّى بالصورة العلمية (القياسية) للعدد .

اِنتبِه

نحرّك الفاصلة العشرية إلى اليسار عند القسمة على قوى العدد ١٠ الموجَبة

الصورة العلمية (القياسية) للعدد :

يُكتب العدد على الصورة : أ × $١٠^{ن}$ حيث ١ ≤ | أ | < ١٠ ، ن ∈ صـ .

فمثلًا :

الشكل النظامي		الصورة العلمية (القياسية)
٦٥ ٢٤١	=	$٦,٥٢٤١ \times ١٠^{٤}$

- $٦,٥٢٤١$: عدد عشري قيمته المطلَقة أكبر من أو يساوي ١ وأصغر من ١٠
- $١٠^{٤}$: قوى العدد ١٠ في الصورة الأسّية

دورك الآن (١)

أُكتب بالصورة العلمية كلًّا ممّا يلي :

(أ) ٣٧٥ ٤ = ٤,٣٧٥ × ١٠ ☐

(ب) ٤١٥,٣ = ...

(ج) ١ ١٨٠ مليونًا = ١ ١٨٠ ٠٠٠ ٠٠٠ = ١,١٨ × ..... = ...

(د) ٢٣١ مليارًا = ...

تذكَّر

- المليون = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ = $١٠^{٦}$
- المليار = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ = $١٠^{٩}$
- التريليون = ١ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ = $١٠^{١٢}$

دورك الآن (٢)

أُكتب رمز كلّ من الأعداد الآتية بالشكل النظامي :

(أ) $١,٤ \times ١٠^{٣} = ١٤٠٠$

(ب) $٣,٤٥٦ \times ١٠^{٥} =$ .....

(ج) $٦,٨٩ \times ١٠^{٦} =$ .....

(د) $٢,٠٠٣ \times ١٠^{٧} =$ .....

الصورة العلمية (القياسية) باستخدام الأسس الصحيحة السالبة

بالعودة إلى (حُلّ وناقِش) السابق ، كُتبت الأعداد الكبيرة بالصورة العلمية مستخدِمًا الأسس الصحيحة الموجَبة ، وسوف تتعلّم كيفية كتابة الأعداد الصغيرة جدًّا بالصورة العلمية مستخدِمًا الأسس الصحيحة السالبة .

مثال (٢) :

أُكتب العدد ٠,٠٠٢٥٦ بالصورة العلمية .

الحلّ :

$٠,٠٠٢٥٦$

عُدّ المنازل التي نحتاج أن نحرّك بها الفاصلة العشرية لتحصل على عدد عشري قيمته المطلَقة أكبر من أو تساوي واحدًا وأصغر من ١٠

$٠,٠٠٢٥٦ \times \frac{١٠^{٣}}{١٠^{٣}}$

اِضرب واقسم على قوى العدد ١٠ بحيث تحافظ على قيمة العدد كما هي .

$٢,٥٦ \times ١٠^{-٣}$

بالضرب في العدد $١٠^{٣}$ نحرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين ٣ منازل .

∴ $٠,٠٠٢٥٦ = ٢,٥٦ \times ١٠^{-٣}$

∴ $٢,٥٦ \times ١٠^{-٣}$ تُسمّى بالصورة العلمية (القياسية) للعدد .

اِنتبِه

نحرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين عند الضرب في قوى العدد ١٠ الموجَبة

دورك الآن (٣)

أُكتب بالصورة العلمية كلًّا ممّا يلي :

(أ) $٠,٠٠٠٥٩ = ٥,٩ \times ١٠^{\square}$

(ب) $-٠,٠٠٠٠٠٦٤٥ =$ ..... $= -$

(ج) أربعمئة وخمسون جزءًا من مئة ألف = $٠,٠٠٤٥٠ =$ .....

(د) ٤٣ جزءًا من مليون = ... = ...

(هـ) $\frac{٥٣}{١٠٠٠٠٠} =$ ..... = ...

دورك الآن (٤)

أُكتب رمز كلّ من الأعداد الآتية بالشكل النظامي :

(أ) $٥,٢ \times ١٠^{-٢}$ = ...

(ب) ٣×١٠^{-٦} = ...

(ج) $-٤,٠٠٣ \times ١٠^{-٥}$ = ...

(د) $٢,٥٦٤ \times ١٠^{-٤}$ = ...

دورك الآن (٥)

قارِن بوضع $<$ ، $>$ ، $=$ في كلّ ممّا يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

(أ) $٤,٤ \times ١٠^{-٣}$ ◯ $٤,٤ \times ١٠^{-٥}$

(ب) $٣,٠٥ \times ١٠^{٧}$ ◯ $٧,٢ \times ١٠^{٧}$

(ج) $٢,٧ \times ١٠^{-٦}$ ◯ $٤,٠٧ \times ١٠^{-٤}$

مثال (٣) :

أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي بالصورة العلمية :

(أ) $٤,١ \times ١٠^{٣} + ٧,٢ \times ١٠^{٣}$

الحلّ :

$٤,١ \times ١٠^{٣} + ٧,٢ \times ١٠^{٣}$

$= ١٠^{٣} (٤,١ + ٧,٢)$ (بأخذ $١٠^{٣}$ عامل مشترَك)

$= ١٠^{٣} (١١,٣)$

$= ١١,٣ \times ١٠^{٣}$

$= ١,١٣ \times ١٠^{٤}$

(ب) $٦,٤ \times ١٠^{٨} - ٢,٣ \times ١٠^{٨}$

الحلّ :

$٦,٤ \times ١٠^{٨} - ٢,٣ \times ١٠^{٨}$

$= ١٠^{٨} (٦,٤ - ٢,٣)$ (بأخذ $١٠^{٨}$ عامل مشترَك)

$= ٤,١ \times ١٠^{٨}$

$= ٤,١ \times ١٠^{٨}$

(ج) $(٢,١ \times ١٠^{٥}) \div (٣ \times ١٠^{-٢})$

الحلّ :

$(٢,١ \times ١٠^{٥}) \div (٣ \times ١٠^{-٢})$

$= \frac{٢,١ \times ١٠^{٥}}{٣ \times ١٠^{-٢}} = \frac{٢,١}{٣} \times ١٠^{٥-(-٢)}$

$= ٠,٧ \times ١٠^{٧}$

$= ٧ \times ١٠^{٦}$

تذكَّر

إذا كان س ، ص أعدادًا صحيحة :

- $أ^{س} \times أ^{ص} = أ^{س+ص}$
- $\frac{أ^{س}}{أ^{ص}} = أ^{س-ص}$ ، حيث $أ \neq ٠$

د) $(٣,٢ \times ١٠^{٧}) \times (٢ \times ١٠^{-٣})$

الحلّ :

$(٣,٢ \times ١٠^{٧}) \times (٢ \times ١٠^{-٣})$

$= (٣,٢ \times ٢) \times (١٠^{٧} \times ١٠^{-٣})$

$= ٦,٤ \times ١٠^{٤}$

تذكّر

الضرب عملية إبدالية .

دورك الآن (٦)

يبلغ طول حشرة السوس $٩,٦٥٢ \times ١٠^{-٢}$ سم ، بينما يبلغ طول حشرة الماء ٠,٠١٩٨١ سم . أيّ الحشرتَين هي الأصغر طولًا ؟

مثال (٤) :

يبلغ طول قطر الأرض $١,٢٨ \times ١٠^{٤}$ كم ، وطول قطر كوكب المشتري $١,٤٣ \times ١٠^{٥}$ كم ، فبكم يزيد طول قطر كوكب المشتري عن طول قطر الأرض ؟

الحلّ :

مقدار الزيادة $= ١,٤٣ \times ١٠^{٥} - ١,٢٨ \times ١٠^{٤}$

$= ١٠^{٤} \times (١,٤٣ \times ١٠ - ١,٢٨)$

$= ١٠^{٤} \times (١٤,٣ - ١,٢٨)$

$= ١٠^{٤} \times ١٣,٠٢ = ١,٣٠٢ \times ١٠^{٥}$ كم

معلومة مفيدة :

أوزان بعض كواكب مجموعتنا الشمسية بالطنّ.

(١) عطارد $٣,٣ \times ١٠^{٢٠}$

(٢) الزهرة $٤,٩ \times ١٠^{٢١}$

(٣) الأرض $٥,٩ \times ١٠^{٢١}$

(٣) المشتري $١,٩ \times ١٠^{٢٤}$

عبِّر عن فهمك

١ هل يوجد عدد لا يمكن كتابته في الصورة العلمية ؟

٢ هل ($١٠^{\text{صفر}}$) هو عدد في الصورة العلمية ؟

تمارين ذاتية :

١ أُكتب بالصورة العلمية كلًّا ممّا يلي :

أ) ٣٥٩ ٠٠٠ = ...

.....

ب) ٠,٠٠٣٤٢ = ...

.....

ج) ٦١ ٣٥٤ = ...

.....

د) ٠,٠٠٠١٩٦٧ = ...

.....

.....

هـ) ٨٦٦ ٤ مليونًا = ...

.....

.....

و) ٣٤١ تريليونًا = ...

.....

.....

ز) خمسمئة وسبعة وثلاثون مليارًا = ...

.....

.....

ح) ستّمئة وثلاثون جزءًا من عشرة آلاف = ...

.....

.....

ط) ١٣ جزءًا من مليون = ...

.....

.....

ي) ٣٨٦ جزءًا من مليار = ...

.....

.....

٢ أُكتب كلًّا ممّا يلي بالشكل النظامي :

أ) $٣,١٤ \times ١٠^{٥} =$ .....

.....

ب) $-٣,٤ \times ١٠^{-٣} =$ .....

.....

ج) $٢,٠٩ \times ١٠^{٤} =$ .....

.....

د) $٢ \times ١٠^{-٧} =$ .....

.....

هـ) $-٥ \times ١٠^{٧} =$ .....

.....

و) $٣,٢٣١ \times ١٠^{-٢} =$ .....

.....

٣ قارِن بوضع > ، < ، = في كلّ ممّا يلي ، لتحصل على عبارة صحيحة :

أ) $٩,٩ \times ١٠^{٧}$ ◯ $١,١ \times ١٠^{٨}$

ب) $٣,٢ \times ١٠^{-٢}$ ◯ $١,٧ \times ١٠^{-٣}$

ج) $٣,٥٤ \times ١٠^{-١}$ ◯ ٣٥٤ جزءًا من ألف

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي بالصورة العلمية :

أ) $٢,٥ \times ١٠^{٦} + ٣,٢ \times ١٠^{٦} =$ .....

.....

ب) $٩,٨ \times ١٠^{٤} - ٢,٧ \times ١٠^{٤} =$ .....

.....

ج) $(٤,٣ \times ١٠^{٢}) \times (٥ \times ١٠^{-٤}) =$ .....

.....

د) $(٦,٣ \times ١٠^{-٤}) \div (٧ \times ١٠^{٢}) =$ .....

.....

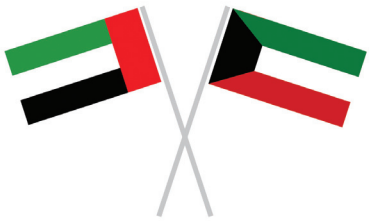
٥ بلغت مساحة مركز الشيخ عبد الله السالم الثقافي ١٢٧ ٠٠٠ متر مربّع .
أُكتب هذه المساحة في الصورة العلمية .

.....

.....

مهارات تفكير عليا :

٦ في عام ٢٠١٦ م ، بلغ عدد سكّان دولة الكويت حوالي (٤,١ × ١٠^٦) نسمة ، بينما بلغ عدد سكّان دولة الإمارات العربية المتّحدة حوالي (٨,٣ × ١٠^٦) نسمة .
فأيّ الدولتَين هي الأكثر عددًا في السكّان؟ وكم بلغ مجموع عدد سكّان الدولتَين معًا بالصورة العلمية ؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

تقويم الوحدة التعليمية الأولى
Unit One Assessment

أوّلًا : البنود المقالية

١ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $|٢س + ٥| = ٩$

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) $٢|٦ - ص| = ١$

.....

.....

.....

.....

.....

(ج) $٤|س - ٩| + ٧ = ٧$

.....

.....

.....

.....

.....

٢ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات الآتية في ح ، مع تمثيل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد الحقيقية :

(أ) $|٣س - ٧| \geq ٢$

.....

.....

.....

.....

.....

(ب) $|س + ١| > ٥$

(ج) $٣|٤ - س| < ٦$

(د) $|٥س + ٤| - ٣ \leq ٨$

(هـ) $٧ - |س| > ١٠$

٣ أكمِل الجدول الآتي :

رمز العدد بالشكل النظامي	الصورة العلمية
١٨ ٠٠٠	.....
.....	$٦,٠٣ \times ١٠^{-٣}$
٠,٠٠٠٤٥	.....
.....	$-٨,٤٤ \times ١٠^{٥}$

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي بالصورة العلمية :

(أ) $(٨,٣ \times ١٠^{٩}) + (١,٥ \times ١٠^{٩}) =$ .....

.....

(ب) $(٩,٣٦ \times ١٠^{٦}) - (٨,١ \times ١٠^{٦}) =$ .....

.....

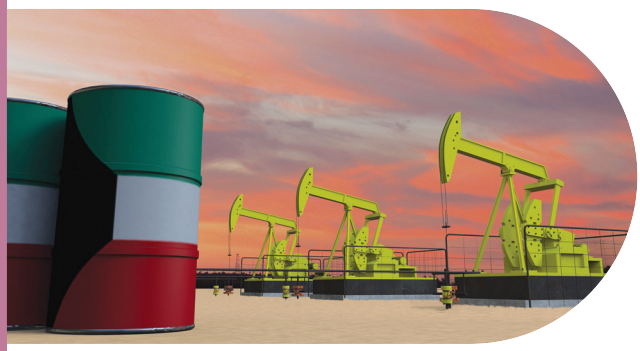
(ج) $(٣ \times ١٠^{٥}) \times (٤,١ \times ١٠^{-٣}) =$ .....

.....

(د) $(٢,٤ \times ١٠^{-٢}) \div (٦ \times ١٠^{٧}) =$ .....

.....

٥ تُنتج دولة الكويت كمّية من النفط تبلغ ٣,١ ملايين برميل يوميًّا ، إذا أرادت زيادة إنتاجها نصف مليون برميل يوميًّا ، فكم سيبلغ إنتاجها من النفط في اليوم الواحد بعد الزيادة ؟



إنتاج دولة الكويت في اليوم الواحد بعد الزيادة =

.....

.....

الشكل النظامي : .....

الصورة العلمية : .....

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١ - ٥) ، ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\sqrt[٧]{\text{س} + \text{ص}} = \sqrt[٧]{\text{س}} + \sqrt[٧]{\text{ص}}$	أ	ب
٢ الأعداد : $\sqrt[٧]{١٠}$ ، $٣,\overline{٦}$ ، $-\pi$ مرتَّبة ترتيبًا تنازليًّا .	أ	ب
٣ مجموعة حلّ المعادلة $\lvert \text{س} \rvert = -٣$ في ح ، هي $\{٣ ، -٣\}$	أ	ب
٤ مجموعة حلّ المتباينة $\lvert \text{س} + ١ \rvert \geq ٣$ في ح ، هي $[-٤ ، ٢]$	أ	ب
٥ إذا كانت $\text{س} = ٤$ ، فإنّ قيمة $\lvert \text{س} - ٤ \rvert + ٧$ هي ٧	أ	ب

في البنود (٦ - ١٢) لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

٦ الفترة التي تعبّر عن مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥ والأكبر من أو تساوي -٥ هي :

[أ] $(-٥ ، ٥)$ [ب] $(-٥ ، ٥]$ [ج] $[-٥ ، ٥)$ [د] $[-٥ ، ٥]$

٧ الفترة الممثَّلة على خطّ الأعداد **هي :**

[أ] $(\frac{١}{٢} ، \infty)$ [ب] $[\frac{١}{٢} ، \infty)$ [ج] $(-\infty ، \frac{١}{٢}]$ [د] $(-\infty ، \frac{١}{٢})$

٨ مجموعة حلّ المتباينة $\lvert ٢\text{س} - ١ \rvert > ٣$ في ح هي :

[أ] $(٢ ، \infty)$ [ب] $(-\infty ، -١] \cup [٢ ، \infty)$

[ج] $(-\infty ، -١) \cup (٢ ، \infty)$ [د] $(-١ ، ٢)$

٩ $٨ \times \frac{٣}{٢} - \frac{\sqrt{٢٧}}{\sqrt{٣}} =$

أ ٩ ب ٣ ج $١\frac{١}{٢}$ د $-١\frac{١}{٢}$

١٠ أكبر الأعداد الآتية هو :

أ $٤,٢٣ \times ١٠^{٤}$ ب ٣٨ ٠٠٠ ج $٤,٢٣ \times ١٠^{٥}$ د $٩,٣٧ \times ١٠^{-٤}$

١١ العدد ٠,٠٠١٢٣ بالصورة العلمية هو :

أ $١,٢٣ \times ١٠^{٣}$ ب $١,٢٣ \times ١٠^{-٣}$ ج $١٢,٣ \times ١٠^{٢}$ د ١٢٣×١٠^{-٣}

١٢ العدد غير النسبي في ما يلي هو :

أ $\sqrt{١١}$ ب $\frac{٥}{٩}$ ج $\frac{١}{\sqrt{١٤٤}}$ د $٠,\overline{٣}$

الوحدة التعليمية
الثانية

التحليل والمعادلات

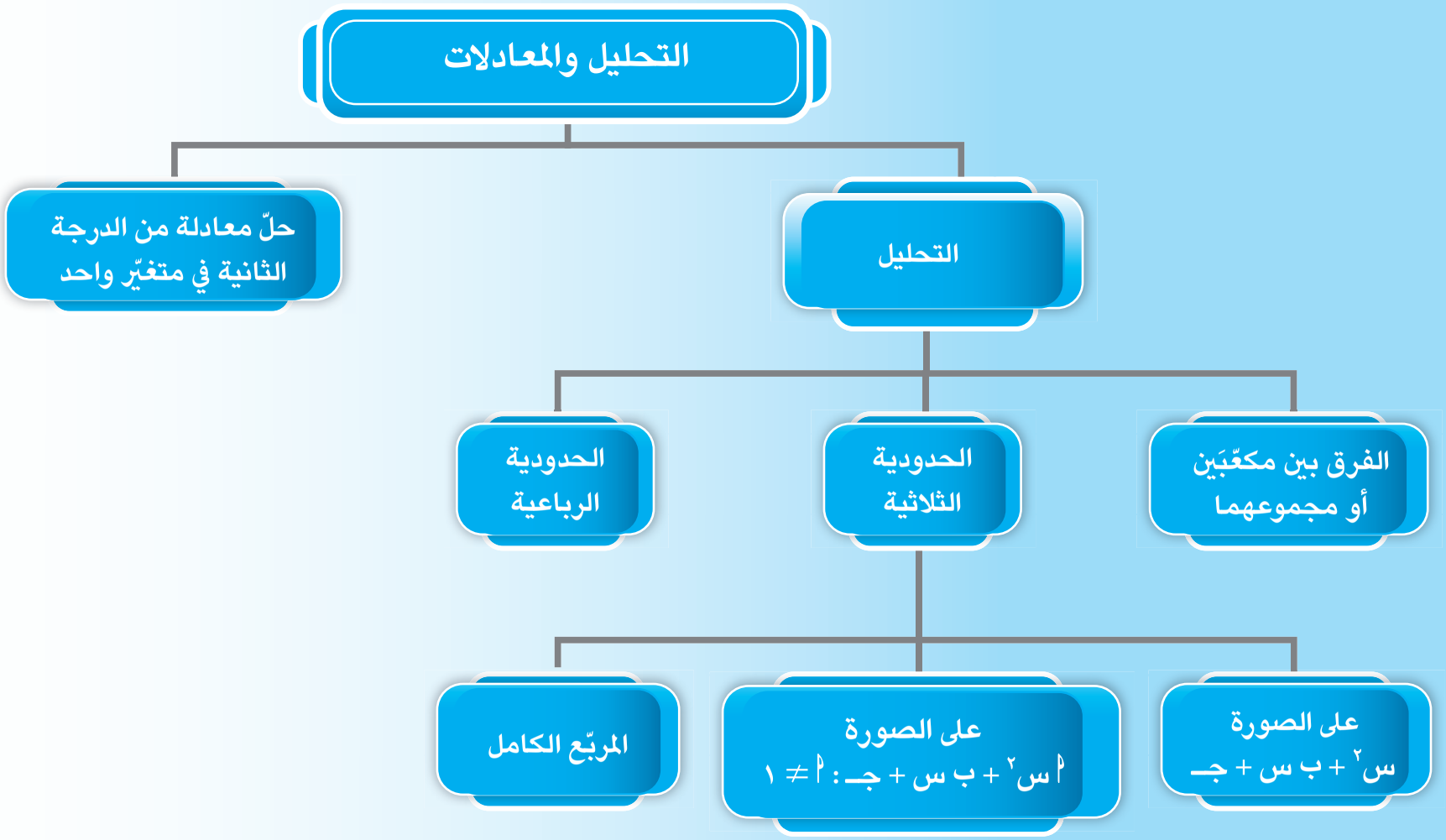
عالم الصناعة

تُعدّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل في دولة الكويت ؛ وحيث إنّ الكويت بلدًا مصدِّرًا للنفط كان لا بدّ من وجود مصانع كشركة الصناعات الهندسية الثقيلة وبناء السفن (HEISCO) حيث تأسّست عام ١٩٧٤ م. ومقرّها في الشويخ ، ومن أنشطتها :

- بناء وإصلاح السفن وأعمال الترسية .
- تصنيع الهياكل المعدنية والمبادلات الحرارية والخزّانات .
- التنفيذ الهندسي الشامل في مشاريع النفط والغاز والبتروكيماويات .
- أعمال الإنشاء المدني والصيانة الصناعية وخدمات الشحن والتفتيش الفنّي والإشعاعي والحلول اللوجستية .

المجال	معايير المنهج	مؤشّر الأداء
العدّ والجبر	تمثيل وتحليل المواقف والبنى الرياضية باستخدام الرموز الجبرية .	العمل الجَماعي - الاستكشاف والتقصّي - التذكّر - التعرّف - الفهم - المقارنة والتمييز - التمثيل - النمذجة - التحليل والتركيب - القوانين
	فهم الأنماط والعلاقات والدوالّ .	التعاون - المشاركة - الاستنتاج - الترميز والبرمجة - حلّ المشكلات - الاستدلال - القيادة - اِتّخاذ القرار - الاستكشاف والتقصّي

مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية



هل أنت مستعدّ ؟

١ أوجِد العامل المشترَك الأكبر (ع . م . أ) لكلّ ممّا يلي :

(أ) ١٤ ، ٧

.....

.....

.....

(ب) ٦س^{٢} ، ٨س^{٣}

.....

.....

.....

٢ حلِّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) ٢س^{٢} – ٨س

.....

.....

.....

(ب) ص^{٢} – ٤

.....

.....

.....

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

(أ) $\sqrt[٣]{\frac{-٨}{٢٧}}$

.....

.....

.....

(ب) $\sqrt[٣]{٠,٠٦٤}$

.....

.....

.....

٤ اِختصِر ما يلي :

(أ) $(٣^{٢})^{٣}$

.....

.....

.....

(ب) $(٢^{-٤})^{٢}$

.....

.....

.....

(ج) $(ص^{٣})^{٢}$

.....

.....

.....

(د) $(س^{٢} ص^{٣})^{٤}$

.....

.....

.....

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ) س (س + ٣)

.....

.....

ب) ٣ (٢س^{٢} – ٧س + ٥)

.....

.....

ج) (٣س – ١) × (س + ٤)

.....

.....

د) (٢ص – ١) × (٢ص – ١)

.....

.....

هـ) (س + ٥)^{٢}

.....

.....

و) (س – ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})

.....

.....

٦ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

أ) ٦ س + ٥ = ٨ س

.....

.....

ب) س^{٢} – ١٦ = ٠

.....

.....

٧ أوجِد مساحة منطقة مربّعة طول ضلعها (س – ٣) سم .

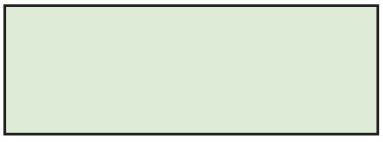
.....

.....

.....

.....

٨ منطقة مستطيلة أبعادها موضَّحة في الشكل المقابِل. أوجِد مساحتها .



.....

.....

.....

هل أنتَ مستعدٌّ ؟

٢ - ١ تحليل الفرق بين مكعّبَين أو مجموعهما

Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

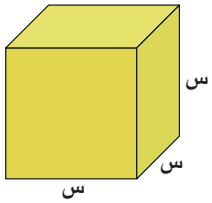
سوف تتعلّم : تحليل الفرق بين مكعّبَين وتحليل مجموع مكعّبَين .

العبارات والمفردات :

تحليل	Factorising	مجموع مكعّبَين	Sum of Two Cubes
الفرق بين مكعّبَين	Difference Between Two Cubes		

اِستكشِف

أنتج مصنع للإسفنج قطعة مكعّبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، كما في الشكل (أ) .



الشكل (أ)

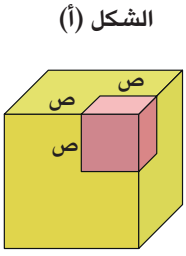
ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعّب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول ، كما في الشكل (ب) .

- أُحسب كلًّا من : حجم المكعّب الكبير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم المكعّب الصغير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

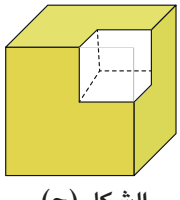
حجم الجزء المتبقّي = س^{٣} - ص^{٣} وحدة مكعّبة

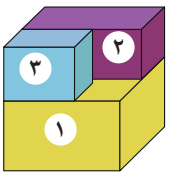
يُسمّى المقدار س^{٣} - ص^{٣} **فرقًا بين مكعّبَين** ، كما في الشكل (ج) .

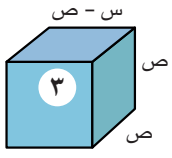


الشكل (ب)

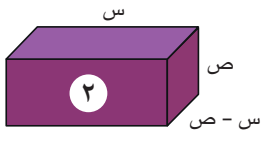
وكذلك يمكن التوصّل إلى حجم الجزء المتبقّي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسَّمات ① ، ② ، ③ كلّ منها على شكل شبه مكعّب معلومة أبعاده كما يلي :


الشكل (ج)

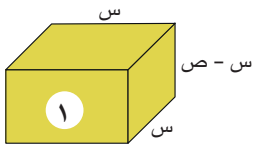




الحجم = ... × ..... × ..... × (س - ص)



الحجم = ... × ..... × (س - ص)



الحجم = ... × ..... × (س - ص)

حجم الجزء المتبقّي = حجم الجزء ① + حجم الجزء ② + حجم الجزء ③

س^{٣} - ص^{٣} = ... (س - ص) + ... (س - ص) + ... (س - ص)

= (س - ص) (س^{٢} + س ..... + ...)

تحقَّق جبريًّا: (س − ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

= س (س^{٢} + س ص + ص^{٢}) − ص (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

= س^{٣} + س^{٢} ص + س ص^{٢} − ص س^{٢} − س ص^{٢} − ص^{٣} = س^{٣} − ص^{٣}

ممّا سبق، نستنتج أنّه لتحليل الفرق بين مكعّبَين س^{٣} ، ص^{٣} نتّبع القاعدة الآتية :

س^{٣} − ص^{٣} = (س − ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

أي أنّ الفرق بين مكعّبَي حدَّين يُحلَّل إلى حاصل ضرب عاملَين كما يلي :

(الحدّ الأوّل − الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأوّل + الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

يمكن استخدام قانون الفرق بين مكعّبَين لتحليل المقدار س^{٣} + ص^{٣}

يُكتب المقدار س^{٣} + ص^{٣} على الصورة س^{٣} − (− ص)^{٣}

س^{٣} + ص^{٣} = س^{٣} − (− ص)^{٣}

= (س − (− ص)) (س^{٢} + س (− ص) + (− ص)^{٢})

= (س + ص) (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

∴ س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} − س ص + ص^{٢})

يُسمّى المقدار س^{٣} + ص^{٣} مجموع مكعّبَين

معلومة مفيدة :

الإسفنج الطبيعي يتمّ استخراجه من حيوان الإسفنج البحري ، ولكنّ الإسفنج المستخدَم في منازلنا هو عبارة عن مادّة صناعية يتمّ تصنيعها من سيلّيلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية .

أي أنّ مجموع مكعّبَي حدَّين يُحلَّل إلى حاصل ضرب عاملَين كما يلي :

(الحدّ الأوّل + الحدّ الثاني) (مربّع الحدّ الأوّل − الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني)

مثال (١) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) س^{٣} − ٢٧

الحلّ :

س^{٣} − ٢٧ = (س − ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)

(ب) ٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}

الحلّ :

٦٤ أ^{٣} + ب^{٣} = (٤ أ + ب) (١٦ أ^{٢} − ٤ أ ب + ب^{٢})

(ج) ١ − م^{٣} ن^{٦}

الحلّ :

١ − م^{٣} ن^{٦} = (١ − م ن^{٢}) (١ + م ن^{٢} + م^{٢} ن^{٤})

انتبِه

١^{٢} = ١	٨^{٢} = ٦٤
١^{٣} = ١	٤^{٣} = ٦٤

لاحِظ أنّ

ن^{٦} = (ن^{٢})^{٣}

ن^{٦} = (ن^{٣})^{٢}

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٣} - ٦٤ = (\ldots\ldots - ٤)(\ldots\ldots + \ldots\ldots + ١٦)$

(ب) $١ - ٨ ص^{٣} = (\ldots\ldots - ٢ ص)(\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots)$

(ج) $٨ ل^{٣} + ٢٧ م^{٣} = (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)$

مثال (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٥٤ ص - ٢ص^{٤}$

الحلّ :

$٥٤ ص - ٢ص^{٤} = ٢ ص (٢٧ - ص^{٣})$

$= ٢ ص (٣ - ص)(٩ + ٣ص + ص^{٢})$

(ب) $٠,٠٠٨ - س^{٣}$

الحلّ :

$٠,٠٠٨ - س^{٣} = (٠,٢ - س)(٠,٠٤ + ٠,٢ س + س^{٢})$

(ج) $\frac{١}{٨} ف^{٣} + ١$

الحلّ :

$\frac{١}{٨} ف^{٣} + ١ = (\frac{١}{٢} ف + ١)(\frac{١}{٤} ف^{٢} - \frac{١}{٢} ف + ١)$

انتبِه

في التحليل، اِبدأ باستخراج العامل المشترَك الأكبر إن وُجد.

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٣ ع^{٣} - ٨١ = ٣ (ع^{٣} - \ldots\ldots)$

$= ٣ (ع - \ldots\ldots)(\ldots\ldots + ٣ ع + \ldots\ldots)$

(ب) $٢ س^{٤} + ١٦ س = \ldots\ldots (\ldots\ldots + ٨)$

$= \ldots\ldots (\ldots\ldots + ٢)(\ldots\ldots + \ldots\ldots - \ldots\ldots)$

(ج) $٥ - ٤٠ م^{٣} = \ldots\ldots (١ - \ldots\ldots م^{٣})$

$= \ldots\ldots (١ - \ldots\ldots م)(\ldots\ldots)$

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $\frac{٢٧}{٦٤}$ + ن^{٦} = (..... + ن^{٢}) (..... − ..... + ن^{٤})

(ب) $\frac{١}{١٢٥}$ أ^{٣} − $\frac{٨}{٢٧}$ ب^{٣} = (..... أ − ..... ب) (..... + ... + ... ب^{٢})

(ج) س^{٣} − ٠,١٢٥ = (س − .....) (..... + ... س + ٠,٢٥)

عبِّر عن فهمك

هل يمكن تحليل (م^{٦} − ن^{٦}) بطريقتَين مختلفتَين ؟ وضِّح ذلك .

.....

دورك الآن (٤)

صندوق على شكل شبه مكعّب حجمه (أ^{٣} + ٢٧) متر مكعّب وارتفاعه (أ + ٣) متر ، وظِّف مفهوم التحليل ، لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكَّر

حجم شبه المكعّب =
مساحة القاعدة × الارتفاع

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) أ^{٣} + ١ = ...

(ب) ب^{٣} − ٨ = ...

(ج) ٨ ل^{٣} + ١٢٥ = ...

(د) ١ − ٢٧ هـ^{٣} = ...

(هـ) ل^{٣} م^{٦} + ن^{٣} = ...

(و) ١٢٥ س^{٣} − ٦٤ ص^{٣} ع^{٣} = ...

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ٠,٠٢٧ - ص^{٣} = ...

.....

ب) $\frac{٨}{٢٧}$ أ^{٣} + $\frac{١}{٦٤}$ ب^{٣} = ...

.....

ج) ٥٤ ب^{٤} - ٢ ب = ...

.....

د) ٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٣} = ...

.....

هـ) ٣ س^{٥} - ٢٤ س^{٢} = ...

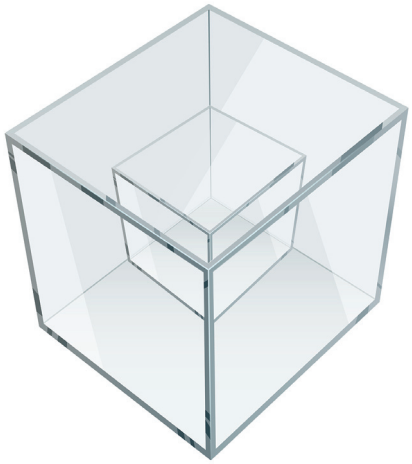
.....

و) ١٦ س^{٤} + ٥٤ س ص^{٣} = ...

.....

مهارات تفكير عليا :

٣ يريد فهد تخزين هديّة داخل صندوق مكعّب الشكل طول ضلعه (س + ١) سم ، لكنّه يحتاج إلى وضع صندوق آخر مكعّب الشكل أصغر منه طول ضلعه (س) سم ، وملء الفراغ المتبقّي بالزينة . كم حجم الفراغ المتبقّي ؟



.....

.....

.....

.....

٤ اِختر الإجابة الصحيحة :

صندوق على شكل شبه مكعّب مساحة قاعدته (س^{٢} - ٢س + ٤) متر مربّع وارتفاعه (س + ٢) متر ، فإنّ حجمه بالمتر المكعّب يساوي :

أ) (س^{٣} + ٨)

ب) (س^{٣} + ١٦)

ج) (س^{٣} - ٨)

د) (س^{٣} - ١٦)

٢ - ٢

تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ

Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^{٢} + ب س + جـ .

العبارات والمفردات :

حدودية ثلاثية	Trinomial

إستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

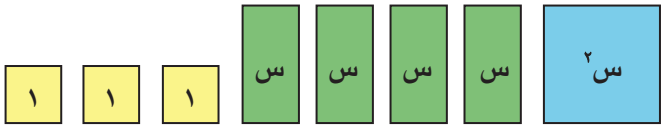
س^{٢} + ٤ س + ٣

اللوازم :

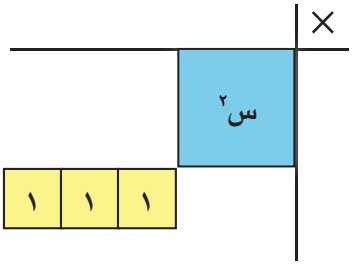
بطاقات الجبر	
س × س	س^{٢}
١ × س	س
١ × ١	١

الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :



ضَع البطاقة س^{٢} في زاوية رقعة الضرب ، ورتِّب بطاقات ١ . بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣ كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :

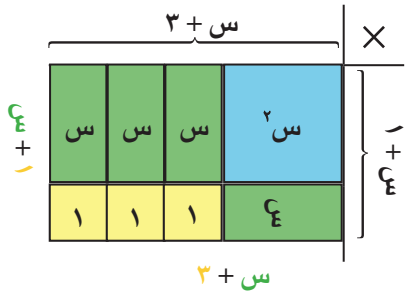
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س

فيكون بذلك طول المستطيل (س + ٣)

وعرض المستطيل (س + ١)

∴ مساحة المستطيل = (س + ٣) (س + ١)

∴ س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)



تحقَّق جبريًّا

(س + ٣) (س + ١) = س × س + س × ١ + ٣ × س + ٣ × ١

= س^{٢} + ١ س + ٣ س + ٣ × ١

= س^{٢} + (١ + ٣) س + ٣ × ١

= س^{٢} + ٤ س + ٣

انتبِه

اِجمع الحدود المتشابهة.

عندما نكتب : س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)

نقول : إنّنا حلّلنا الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ إلى حاصل ضرب عاملَين هما (س + ٣) (س + ١)

لاحِظ: إنّه لتحليل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ نحلّل العدد ٣ إلى عاملَين يحقّقان الشرطَين:

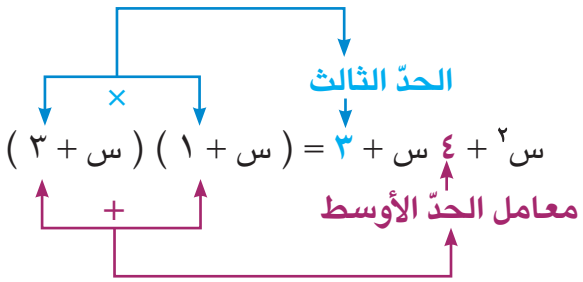
حاصل ضربهما ٣ الحدّ الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحدّ الأوسط

٣ × ١ = ٣

-٣ × -١ = ٣

كما في الشكل الآتي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة س^{٢} + ب س + جـ إلى عواملها ،
اِبحث عن عددَين م ، ن حيث جـ = م ن ، ب = م + ن
فيكون س^{٢} + ب س + جـ = (س + م) (س + ن)

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

(أ) س^{٢} + ٦ س + ٥

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما ٥ وناتج جمعهما ٦

الحلّ :

س^{٢} + ٦ س + ٥ = (س + ٥) (س + ١)

(ب) ٢^{٢} - ٧ ٢ + ١٢

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما ١٢ وناتج جمعهما -٧

الحلّ :

٢^{٢} - ٧ ٢ + ١٢ = (٢ - ٤) (٢ - ٣)

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ٧$

$= (\ldots\ldots + \ldots\ldots) (\ldots\ldots + \ldots\ldots)$

(ب) $س^{٢} - ٩ س + ١٨$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots) (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

(أ) $أ^{٢} + أ - ٢$

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما (-٢) وناتج جمعهما (+١)

الحلّ :

$أ^{٢} + أ - ٢ = (أ + ٢) (أ - ١)$

(ب) $س^{٢} - ٥ س - ٣٦$

نبحث عن عددَين حاصل ضربهما (-٣٦) وناتج جمعهما (-٥)

الحلّ :

$س^{٢} - ٥ س - ٣٦ = (س - ٩) (س + ٤)$

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ٢ س - ٣$

$= (\ldots\ldots) (\ldots\ldots)$

(ب) $س^{٢} - ٥ س ص - ١٤ ص^{٢}$

$= (\ldots\ldots) (\ldots\ldots)$

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٥ ص^{٢} + ١٥ ص - ٢٠$

$= ٥ (\ldots\ldots + \ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$= ٥ (\ldots\ldots - \ldots\ldots) (\ldots\ldots + \ldots\ldots)$

(ب) $- س^{٢} + ٧ س - ١٢$

$= - (\ldots\ldots)$

$= \ldots\ldots$

اِنتبِه

عند أخذ (-١) كعامل مشترَك يصبح ما داخل القوسَين هو المعكوس الجمعي للحدودية .

عبِّر عن فهمك

أعطِ ثلاث قِيَم مختلفة لـ جـ في الحدودية :
$س^{٢} + ٣ س - جـ$ بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملَين .

دورك الآن (٤)

حلِّل الحدوديات الثلاثية الآتية تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} - ٩ ص + ٢٠$

.....

.....

.....

(ب) $س^{٣} + ١٢ س^{٢} + ٣٢ س$

.....

.....

.....

(ج) $ص^{٢} - ص - ٤٢$

.....

.....

.....

(د) $س^{٢} + ٧ س ف - ١٨ ف^{٢}$

.....

.....

.....

عبِّر عن فهمك

يقول حسين : إنّ تحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س - ٢١$ هو $(س - ٣) (س + ٧)$
بينما يقول حمود : إنّ تحليلها هو $(س + ٣) (س - ٧)$.
أيّهما على صواب ؟ فسِّر إجابتك .

تمارين ذاتية :

١ أكمِل بوضع (+) أو (-) في كلّ ممّا يلي :

(أ) $س^{٢}$ ..... ٥ س + ٦ = (س ..... ٢) (س ..... ٣)

(ب) $س^{٢}$ ..... س - ١٢ = (س ..... ٣) (س ..... ٤)

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ٤ س + ٣$

.....

(ب) $س^{٢} - ٦ س + ٨$

.....

(ج) $ص^{٢} + ٧ ص - ٣٠$

.....

(د) $س^{٢} - ٥ س - ٦$

.....

(هـ) $س^{٢} - س - ٥٦$

.....

(و) $س^{٢} + ٧ س - ٤٤$

.....

(ز) $ب^{٢} - ١٠ ب ك + ١٦ ك^{٢}$

.....

(ح) $م^{٢} + ١٥ م ن + ٥٤ ن^{٢}$

.....

(ط) $ص^{٤} - ١٧ ص^{٣} + ٣٠ ص^{٢}$

.....

.....

(ي) $-٢ س^{٢} + ٢ س + ٤$

.....

.....

٣ يُنتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ،
إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي ($س^{٢}$ + ٩ س + ٢٠) وحدة مربّعة.
أوجِد بعدَي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

.....

.....

مهارات تفكير عليا :

٤ شبه مكعّب حجمه ٢س^{٣} + ١٠س^{٢} + ١٢ س وحدة مكعّبة ، وارتفاعه يساوي العامل المشترَك الأكبر لحجمه . ما أبعاد شبه المكعّب (بدلالة س) ؟

.....

.....

٥ اِختر الإجابة الصحيحة .

مستطيل مساحته س^{٢} + ٦ س + ٥ وحدة مربعة ، إذا كان طوله (س + ٥) وحدة طول فإنّ محيطه بوحدات الطول يساوي:

(أ) ٢ س + ٦

(ب) ٤ س + ١٢

(ج) س^{٢} + ٦

(د) ٤ س + ١٠

٢ - ٣

تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ١

Factorising Trinomials : a x^2 + bx + c, a ≠ 1

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١

اِستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

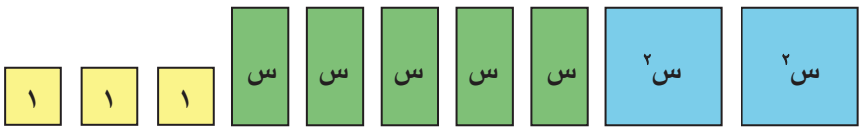
٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

اللوازم

بطاقات الجبر	
س^{٢}	س × س
س	١ × س
١	١ × ١

الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

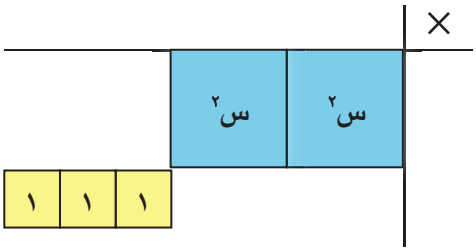
في زاوية رقعة الضرب، ضَع بطاقات س^{٢} ،

كذلك ضَع بطاقات ١ على شكل مصفوفة.

بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

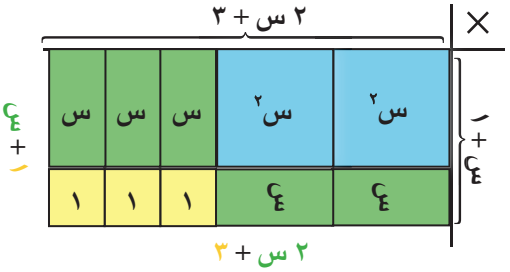
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س ،

فنلاحظ أنّ : طول المستطيل = ٢ س + ٣

وعرض المستطيل = س + ١

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٣) (س + ١)

∴ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)



تحقَّق جبريًّا

أوجِد ناتج ضرب (٢س + ٣) (س + ١)

الحلّ :

$$(٢س + ٣)(س + ١) = ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣$$
$$= ٢س^{٢} + ٥س + ٣$$

أي أنّ $٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$

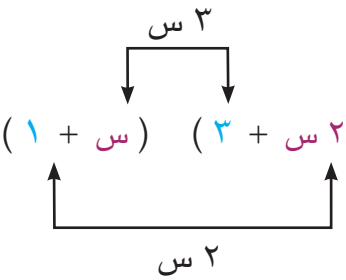
نلاحظ أنّنا حلّلنا $٢س^{٢} + ٥س + ٣$ إلى عاملَين (٢س + ٣) ، (س + ١) حيث إنّ

الحدّ الأوّل $٢س^{٢}$ في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٢س × س

الحدّ الثالث (المطلَق) ٣ في المقدار الثلاثي هو ناتج ضرب ٣ × ١

الحدّ الأوسط ٥ س هو ناتج جمع (٢س × ١) + (٣ × س) أي

[حاصل ضرب طرفَي عاملَي تحليل المقدار وهما (٢س ، ١) + حاصل ضرب وسطَي عاملَي التحليل للمقدار الثلاثي وهما (٣ ، س)]



حيث $٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$

٣ س + ٢ س = ٥ س = الحدّ الأوسط

$\therefore ٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$

مثال توضيحي

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$٥س^{٢} - ١٢س + ٧$

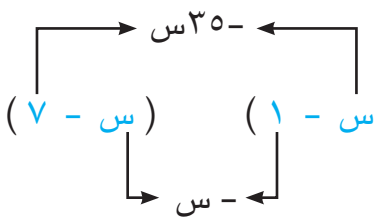
الحلّ :

الحدّ الأوّل : $٥س^{٢}$ عوامل الحدّ الأوّل هي ٥ س ، س

الحدّ الأوسط : $-١٢س$ (سالب)

الحدّ الثالث : ٧ (موجَب) عوامل الحدّ الثالث هي -٧ ، -١

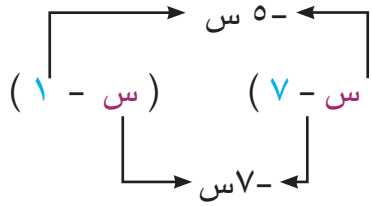
المحاولة الأولى $٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥س - ١) (س - ٧)$



نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (- ٣٦ س) وهو لا يساوي الحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب (- ١٢س) .

∴ المحاولة ليست صحيحة ؛ لذلك نبدّل موضع العاملَين -٧ ، -١

المحاولة الثّانية $٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥ س - ٧) (س - ١)$



نلاحظ أنّ الحدّ الأوسط الناتج (-١٢س) وهو مساوٍ للحدّ الأوسط للمقدار الثلاثي المطلوب .

∴ المحاولة صحيحة

∴ $٥ س^{٢} - ١٢ س + ٧ = (٥ س - ٧) (س - ١)$

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

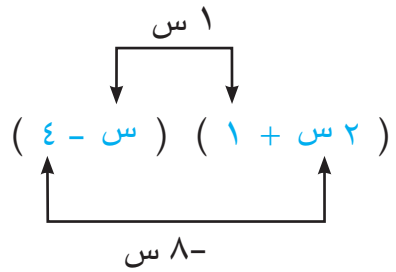
$٢ س^{٢} - ٧ س - ٤$

الحلّ :

الحدّ الأوّل : $٢ س^{٢}$ عوامل الحدّ الأوّل هي ٢ س ، س

الحدّ الأوسط : -٧ س (سالب)

الحدّ الثالث : -٤ (سالب) عوامل الحدّ الثالث هي -٤ ، ١
أو -١ ، ٤ أو -٢ ، ٢



الحدّ الأوسط = -٧ س = س + -٨ س

∴ $٢ س^{٢} - ٧ س - ٤ = (٢ س + ١) (س - ٤)$

دورك الآن (١)

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

أ) ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ = (..... + ...) (..... + ...)

ب) ٢ هـ^{٢} – ٣ هـ – ٥ = (..... + ...) (..... – .....)

ج) ٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (..... – .....) (..... + ...)

انتبِه

بعد إجراء التحليل ، تحقَّق من صحّته .

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

٦ س^{٢} – ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢}

الحلّ :

الحدّ الأوّل : ٦ س^{٢} عوامل الحدّ الأوّل هي ٦ س ، س
أو ٢س ، ٣ س

الحدّ الأوسط : –١٩ س ص (سالب)

الحدّ الثالث : + ١٠ ص^{٢} عوامل الحدّ الثالث هي –٢ ص ، –٥ ص
أو –ص ، –١٠ ص

–١٥ س ص

(٢ س – ٥ ص) (٣ س – ٢ ص)

–٤ س ص

الحدّ الأوسط = –١٩ س ص = (–٤ س ص) + –١٥ س ص

٦ س^{٢} – ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢} = (٢ س – ٥ ص) (٣س – ٢ص)

دورك الآن (٢)

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

أ) ٤ س^{٢} – ٤ س – ٣ = ...

ب) ٧ ك^{٢} – ١١ ل ك – ٦ ل^{٢} = ...

ج) ٤٢ ص^{٢} + ٣٢ ص + ٦ = ٢ (.....)

= ٢ (.....) (.....)

د) ١٣ ع^{٣} + ٥ ع^{٢} – ٨ ع = ...

= .....

عبِّر عن فهمك

أوجِد قيمتَين للمعامل ك تسمحان بتحليل الحدودية :

٤ س^{٢} + ك س + ١٠

تمارين ذاتية :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

١ ٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥

.....

.....

.....

.....

٢ ١١ ل^{٢} − ١٢ ل + ١

.....

.....

.....

.....

٣ ٢ ك^{٢} − ١١ ك − ٢١

.....

.....

.....

.....

٤ ٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل − ٣ ل^{٢}

.....

.....

.....

.....

٥ ٢٥ س^{٢} + ١٠ س − ١٥

.....

.....

.....

.....

٦ ٦ س^{٢} − ٥ س ص − ص^{٢}

.....

.....

.....

.....

٧ ٢١ ف^{٣} − ٧٠ ف^{٢} + ٤٩ ف

.....

.....

.....

.....

٨ ٤ هـ^{٣} + ١٢ هـ^{٢} + ٩ هـ

.....

.....

.....

.....

٢ - ٤ تحليل المربّع الكامل
Factorising Perfect Square

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل ، والتحليل بإكمال المربّع .

العبارات والمفردات :

مربّع كامل	Perfect Square
إكمال المربّع	Completing the Square

اِستكشِف

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا باستخدام بطاقات الجبر :

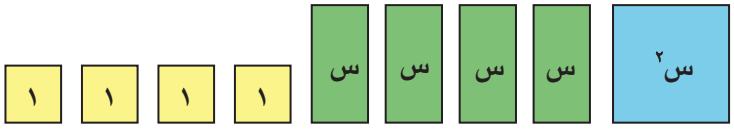
$س^{٢} + ٤ س + ٤$

اللوازم :

بطاقات الجبر	
س × س	$س^{٢}$
١ × س	س
١ × ١	١

الخطوة الأولى :

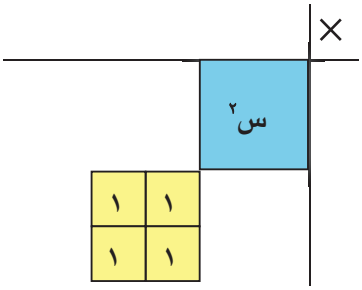
مثِّل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٤$ ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ، ضَع بطاقة $س^{٢}$ ،

كذلك ضَع بطاقات ١ على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمِل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات س ،

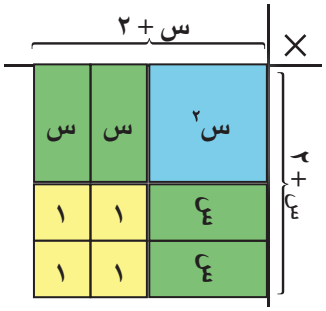
فنلاحظ أنّ طول ضلع المربّع = س + ٢

∴ مساحة المربّع = (س + ٢) (س + ٢)

$= (س + ٢)^{٢}$

∴ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$

$= (س + ٢)^{٢}$ (تحقَّق جبريًّا)



أكمِل ما يلي :

$(أ + ب)^{٢} =$ ..... + ... + ...

$(أ - ب)^{٢} =$ ..... − ..... + ...

$(أ \pm ب)^{٢} = أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢}$ يُسمّى ذلك **مربّعًا كاملًا** .

- $أ^{٢}$: مربّع الحدّ الأوّل
- $٢أب$: ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني
- $ب^{٢}$: مربّع الحدّ الثاني

تحليل المربّع الكامل

$أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢} = (أ \pm ب)^{٢}$

- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل
- إشارة الحدّ الأوسط
- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث

∴ لتحليل الحدودية $س^{٢} + ٤س + ٤$ بالطريقة الجبرية :

- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = س
- الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٢

∴ $س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

وهذا المقدار $(س^{٢} + ٤س + ٤)$ يُسمّى **مربّعًا كاملًا** .

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (١) :

حدِّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية الآتية مربّعًا كاملًا أم لا ؟ ثمّ حلِّل الحدودية إذا كانت مربّعًا كاملًا .

$س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

الحلّ :

- هل $س^{٢}$ مربّع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجَب = س
- هل ٢٥ مربّع كامل ؟ **الإجابة :** نعم ، وجذره التربيعي الموجَب = ٥
- هل الحدّ الأوسط **ضعف** حاصل ضرب س × ٥

الإجابة : نعم ، حيث ٢ × س × ٥ = ١٠ س (الحدّ الأوسط)

∴ الحدودية الثلاثية $س^{٢} + ١٠س + ٢٥$ مربّع كامل

∴ $س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}$

دورك الآن (١)

أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

.....

.....

.....

(ب) $ص^{٢} + ٣ ص + ٩$

.....

.....

.....

(ج) $٩ س^{٢} - ٦ س - ١$

.....

.....

.....

(د) $٤ س^{٢} + ٣٦ س + ٩$

.....

.....

.....

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ١٦$

$= (\ ..... + ...)^{٢}$

(ب) $١٦ ب^{٢} - ٢٤ ب + ٩$

$= (\ ..... - .....)^{٢}$

(ج) $ص^{٢} + ١٦ ص + ٦٤$

.....

(د) $١ - ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

.....

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

الحلّ :

$٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

$= ٥ (٤ س^{٢} - ٤ س + ١)$ (بأخذ العامل المشترَك)

$= ٥ (٢ س - ١)^{٢}$

تذكَّر

إخراج العامل المشترَك الأكبر إن وُجد .

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $٩ س^{٣} - ٦ س^{٢} ص + س ص^{٢}$

.....

.....

(ب) $٤ ب^{٣} جـ + ٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤ ب جـ^{٣}$

.....

.....

مثال (٣) :

أوجِد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

$٩ س^{٢} + جـ س ص + ٤٩ ص^{٢}$

الحلّ :

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

الحدّ الأوسط = $\pm$ ٢ × ٣ س × ٧ ص

جـ س ص = $\pm$ ٤٢ س ص

∴ جـ = ٤٢ أو جـ = -٤٢

دورك الآن (٤)

وظِّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

$(١٠١)^{٢} = (١٠٠ + ...)^{٢}$

$= (١٠٠)^{٢} + ٢ \times ١٠٠ \times ..... + (.....)^{٢}$

$= ١٠٠٠٠ + ... + ... = ...$

عبِّر عن فهمك

ليكن المقدار $س^{٢} + ٦س +$ جـ مربّعًا كاملًا، هل يمكن إيجاد قيمة جـ ؟ فسِّر إجابتك .

إكمال المربّع

تعلم أنّ الحدودية $س^{٢} + ب س +$ جـ مربّع كامل إذا كان :

$س^{٢} + ب س + جـ = (س + \sqrt{جـ})^{٢}$

لكنّ الحدودية $س^{٢} + ب س$ ليست مربّعًا كاملًا

لنفترِض عند إضافة جـ يصبح مربّعًا كاملًا

$س^{٢} + ب س + جـ = (س + \sqrt{جـ})^{٢}$

$= س^{٢} + ٢\sqrt{جـ} س + جـ$

∴ $ب = ٢\sqrt{جـ}$

$\sqrt{جـ} = \left(\frac{ب}{٢}\right)$ نربّع الطرفَين

∴ $جـ = \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}$ ماذا تلاحظ ؟

وبصورة عامّة :

لإكمال الحدودية $س^{٢} + ب\ س$ إلى مربّع كامل ، نُضيف إليها مربّع نصف معامل س أي $\left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢}$

$س^{٢} + ب\ س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^{٢} = \left(س + \frac{ب}{٢}\right)^{٢}$ وهو مربّع كامل .

مثال (٤) :

أكمِل $س^{٢} + ٤\ س$ إلى مربّع كامل .

الحلّ :

معامل س = ٤

نصف معامل س = $\frac{٤}{٢}$

مربّع نصف معامل س = $\left(\frac{٤}{٢}\right)^{٢} = (٢)^{٢} = ٤$

نُضيف مربّع نصف معامل س

$س^{٢} + ٤\ س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

دورك الآن (٥)

أكمِل: $س^{٢} + ١٤\ س$ إلى مربّع كامل .

مربّع نصف معامل س = ...

$س^{٢} + ١٤\ س + ... = (.....)^{٢}$

مثال (٥) :

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$

الحلّ :

$س^{٢} - ٦\ س + ٨$ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح ($س^{٢} - ٦\ س$) مربّعًا كاملًا ، نُضيف مربّع نصف معامل س

مربّع نصف معامل س = $\left(\frac{-٦}{٢}\right)^{٢} = (-٣)^{٢} = ٩$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح ٩

$س^{٢} - ٦\ س + ٨ = س^{٢} - ٦\ س + ٩ - ٩ + ٨$

$= (س - ٣)^{٢} - ١$ (فرق بين مربّعَين)

$= (س - ٣ - ١)(س - ٣ + ١)$

$= (س - ٤)(س - ٢)$

مثال (٦) :

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

س^{٢} – ٥ س + ٦

الحلّ :

س^{٢} – ٥ س + ٦ ليست مربّعًا كاملًا

حتّى يصبح (س^{٢} – ٥ س) مربّعًا كاملًا، نُضيف مربّع نصف معامل س

مربّع نصف معامل س = $\left(\frac{-٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

وحتّى لا تتغيّر الحدودية المطلوب تحليلها يلزم طرح $\frac{٢٥}{٤}$

س^{٢} – ٥س + ٦ = س^{٢} – ٥س + $\frac{٢٥}{٤}$ – $\frac{٢٥}{٤}$ + ٦

$= \left(س - \frac{٥}{٢}\right)^{٢} - \frac{١}{٤}$ (فرق بين مربّعَين)

$= \left(س - \frac{٥}{٢} - \frac{١}{٢}\right)\left(س - \frac{٥}{٢} + \frac{١}{٢}\right)$

= (س – ٣) (س – ٢)

انتبه

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} = \left(-\frac{أ}{ب}\right)^{٢}$

دورك الآن (٦)

حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

٢س^{٢} + ٨ س – ١٠

= ٢ (.....) بأخذ العامل المشترَك

مربّع نصف معامل س = ...

٢س^{٢} + ٨ س – ١٠ = ٢ (س^{٢} + ٤ س + ... – ..... – ٥)

= ٢[(.....)^{٢} – .....]

= ٢ (..... + ...) (..... – .....)

= ٢ (..... + ...) (..... – .....)

تمارين ذاتية :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية الآتية تمثّل مربعًا كاملًا ؟

(أ) $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

.....

.....

(ب) $ع^{٢} - ٤ ع - ٤$

.....

.....

(ج) $١ + ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

.....

.....

(د) $٩ ب^{٢} + ١٢ ب + ١٦$

.....

.....

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $ص^{٢} - ٢ ص + ١$

.....

(ب) $١ + ٦ ب + ٩ ب^{٢}$

.....

(ج) $س - ٤ س^{٢} + ٤ س^{٣}$

.....

.....

(د) $س^{٢} + ٢٢ س + ١٢١$

.....

.....

(هـ) $س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٩ س$

.....

.....

(و) $١٢ س^{٢} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{٢}$

.....

.....

٣ وظِّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

(أ) $(١٠٣)^{٢}$

.....

.....

.....

(ب) $(٥٩)^{٢}$

.....

.....

.....

٤ أوجِد قيمة جـ التي تجعل كلًّا من الحدوديات الثلاثية الآتية مربعًا كاملًا :

(أ) $س^{٢}$ + جـ س + ٨١

.....

.....

.....

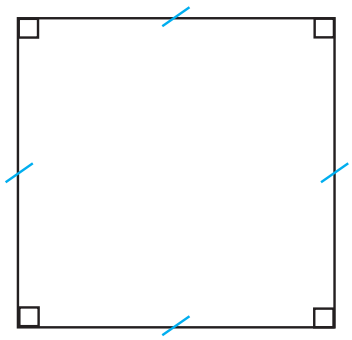
(ب) ٤ $س^{٢}$ – جـ س ص + ٩ $ص^{٢}$

.....

.....

.....

٥ ما طول ضلع المربّع الذي مساحته ($س^{٢}$ + ٢٢ س + ١٢١) وحدة مربّعة .



.....

.....

.....

٦ أكمِل كلًّا ممّا يلي إلى مربّع كامل :

(أ) $س^{٢}$ + ١٨ س

.....

.....

.....

.....

(ب) $س^{٢}$ – ٧ س

.....

.....

.....

.....

٧ حلِّل كلًّا ممّا يلي بطريقة إكمال المربّع :

(أ) $س^{٢}$ + ٦ س – ٧

.....

.....

.....

.....

(ب) ٢ $س^{٢}$ – ٨ س – ٢٤

.....

.....

.....

.....

٢ - ٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quadrinomial Polynomial

سوف تتعلّم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

حدودية رباعية	Quadrinomial Polynomial

حُلّ وناقِش

الحدودية الرباعية هي حدودية مكوَّنة من أربعة حدود غير متشابهة .

فمثلًا : $أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب\,س + ب\,ص$ حدودية رباعية

- هل يمكنك تحليل الحدودية الرباعية باستخدام طرق التحليل التي درستها من قبل ؟
- هل يوجد عامل مشترَك بين الحدود الأربعة ؟

$أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب\,س + ب\,ص$ — هل يوجد عامل مشترَك بين حدَّين من الحدود ؟

$= (أ^{٢}س + أ^{٢}ص) + (ب\,س + ب\,ص)$ — أخرِج العامل المشترَك لكلّ حدَّين .

$= أ^{٢}(\ldots\ldots + \ldots\ldots) + ب(\ldots\ldots + \ldots\ldots)$ — هل يوجد عامل مشترَك بين الحدَّين ؟

$= (\ldots\ldots + \ldots\ldots)(\ldots\ldots + \ldots\ldots)$ (تحقَّق جبريًّا)

جرِّب ، الآن ، تحليل الحدودية الرباعية بأخذ عوامل مشترَكة أخرى

$أ^{٢}س + أ^{٢}ص + ب\,س + ب\,ص$

تحقَّق ، هل حصلت على التحليل نفسه ؟

تذكَّر

- الجمع عملية إبدالية
- الضرب عملية إبدالية.

مثال (١) :

حلِّل الحدودية الآتية تحليلًا تامًّا :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

الحلّ :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

$= (هـ\,جـ + هـ\,د) + (ب\,جـ + ب\,د)$ (جزِّىء)

$= هـ(جـ + د) + ب(جـ + د)$ (بأخذ العامل المشترَك)

$= (جـ + د)(هـ + ب)$ (بأخذ العامل المشترَك)

دورك الآن (١)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} هـ - س^{٢} د + ص^{٢} هـ - ص^{٢} د$

$= (س^{٢} هـ - س^{٢} د) + (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$= س^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots) + ص^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots) (س^{٢} + ص^{٢})$

(ب) $٢ س + جـ س + ٢ جـ + جـ^{٢}$

.....

.....

.....

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٢ س - ٦$

الحلّ :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٢ س - ٦ = (س^{٣} - ٣ س^{٢}) + (+ ٢ س - ٦)$

$= س^{٢} (س - ٣) + ٢ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^{٢} + ٢)$

دورك الآن (٢)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} - ٣ س - س ص + ٣ ص$

.....

.....

.....

(ب) $٢٠ س^{٢} ص + ١٠ ب س^{٢} - ٤ أ ص - ٢ أ ب$

$= ٢ (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

.....

.....

.....

.....

تذكَّر

$(س - ص) = - (- س + ص)$

$= - (ص - س)$

مثال (٣) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢$

الحلّ :

$س^{٣} - ٢ س^{٢} - س + ٢ = (س^{٣} - ٢ س^{٢}) + (- س + ٢)$

$= س^{٢} (س - ٢) - (س - ٢)$

$= (س - ٢) (س^{٢} - ١)$ (حلِّل الفرق بين مربّعَين)

$= (س - ٢) (س - ١) (س + ١)$

انتبه

أكمِل الحلّ حتّى تصل إلى تحليلًا تامًّا .

دورك الآن (٣)

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٤ س + ١٢$

.....

.....

.....

.....

(ب) $ص^{٣} + ٤ ص^{٢} - ٩ ص - ٣٦$

.....

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١ $م هـ - س م + هـ ص - س ص$

.....

.....

.....

٢ $٢ أ^{٢} س + ٢ س ب + أ^{٢} ص + ب ص$

.....

.....

.....

٣ $٤س^{٢} + ٢أ س + ٨ ب س + ٤ أ ب$

.....

.....

.....

٤ $٦س^{٢} - ٨ س ص - ٣ س ب + ٤ ب ص$

.....

.....

.....

٥ $س^{٣} - ٢ س^{٢} - ٩ س + ١٨$

.....

.....

.....

٦ $س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٢٥ س - ٥٠$

.....

.....

.....

٦ - ٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد

Solving Second Degree Equation in One Variable

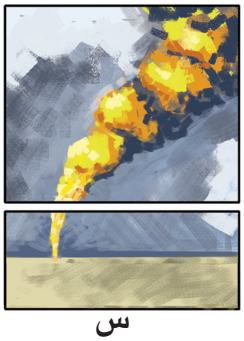
سوف تتعلّم : حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على صورة واحدة: أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ ، أ ≠ ٠

العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد	Second Degree Equation with One Variable
حلّ معادلة	Solving an Equation

حُلّ وناقِش

تشارك أمل في مسابقة رسم لوحة فنّية بمناسبة إطفاء آخر بئر نفطية ، وكان من شروط المسابقة أن تكون مساحة اللوحة ١٥٠ سم^{٢} .



فلم تجد في المكتبة إلّا لوحتان إحداهما مربّعة الشكل والأخرى مستطيلة الشكل كما هو موضَّح في الشكل المقابل . ساعِد أمل على إيجاد قِيَم س التي تجعل مجموع مساحتَي اللوحتَين يساوي ١٥٠ سم^{٢} .

١ أُكتب مساحة اللوحة المربّعة بدلالة س : .....

٢ أُكتب مساحة اللوحة المستطيلة بدلالة س : .....

٣ أوجِد قِيَم س التي تجعل مجموع المساحتَين يساوي ١٥٠ سم^{٢}

- **نكتب المعادلة :** ..... + ... = ١٥٠

نبحث عن عدد موجَب مجموع مربّعه وخمسة أمثاله يساوي ١٥٠

- **نضع المعادلة في صورة** أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

..... + ... - ..... = ٠

- **نحلّل بطريقة مناسِبة لإيجاد قِيَم س :**

(..... + ...) (..... - .....) = ٠

- **نوجِد قِيَم س** .....
- **هل تقبل القيمتان؟ لماذا؟** .....

.....

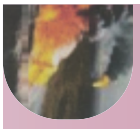
لاحِظ أنّ

المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكَّر

حلّ المعادلة يعني إيجاد قِيَم المتغيّر التي تحقّق المعادلة .

معلومة مفيدة :



تحتفل الكويت سنويًّا في ٦ نوفمبر بذكرى إطفاء آخر بئر نفطية إثر العدوان العراقي الغاشم .

خاصّية الضرب الصفري

لكلّ أ ، ب عددان حقيقيان ، إذا كان أ × ب = ٠ ، فإنّ أ = ٠ أو ب = ٠

مثال (١) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : (س + ٥) (س − ٦) = ٠ ،
حيث س ∈ ح ، ثمّ تحقَّق من صحّة الحلّ .

الحلّ :

(س + ٥) (س − ٦) = ٠

س + ٥ = ٠ أو س − ٦ = ٠ (اِستخدِم خاصّية الضرب الصفري)

س = − ٥ أو س = ٦

∴ مجموعة الحلّ = { − ٥ ، ٦ }

لاحِظ أنّ

عند حلّ المعادلة التربيعية ، سنعتبر أنّ قِيَم المتغيّر تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يُذكر غير ذلك .

تحقَّق :

عوِّض عن س بالعدد − ٥

(− ٥ + ٥) (− ٥ − ٦) ≟ ٠

٠ × − ١١ ≟ ٠

٠ = ٠ ✓

عوِّض عن س بالعدد ٦

(٦ + ٥) (٦ − ٦) ≟ ٠

١١ × ٠ ≟ ٠

٠ = ٠ ✓

مثال (٢) :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) ص^{٢} − ٥ ص = ٠

الحلّ :

ص^{٢} − ٥ ص = ٠

ص (ص − ٥) = ٠

ص = ٠ أو ص − ٥ = ٠

ص = ٥

∴ مجموعة الحلّ = { ٠ ، ٥ }

تذكَّر

خطوات حلّ معادلة تربيعية :

١ ضع المعادلة في الصورة العامّة .

٢ حلِّل .

٣ اِستخدِم خاصّية الضرب الصفري.

(ب) $س^{٢} = ٩$

الحلّ :

$س^{٢} = ٩$

$س^{٢} - ٩ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٣) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٣ = ٠$

$س = ٣$ $س = -٣$

∴ **مجموعة الحلّ = { ٣ ، -٣ }**

(ج) $ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

الحلّ :

$ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

$(ص - ٥)(ص - ١) = ٠$

$ص - ٥ = ٠$ أو $ص - ١ = ٠$

$ص = ٥$ $ص = ١$

∴ **مجموعة الحلّ = { ٥ ، ١ }**

(د) $س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$س^{٢} + ٨ س + ١٦ = ٠$

$(س + ٤)^{٢} = ٠$

$(س + ٤) = ٠$

$س = -٤$

∴ **مجموعة الحلّ = { -٤ }**

لاحِظ أنّ

إذا كانت $س^{٢} = ٠$

فإنّ $س = ٠$

عبِّر عن فهمك (١)

ما مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ١ = ٠$ ؟ حيث $س \in ح$.

مثال (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) $٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

الحلّ :

$٦ص^{٢} + ٩ص = ٢ + ص^{٢}$

$٦ص^{٢} + ٩ص - ٢ - ص^{٢} = ٠$

$٥ص^{٢} + ٩ص - ٢ = ٠$

$(٥ص - ١)(ص + ٢) = ٠$

$٥ص - ١ = ٠$ أو $ص + ٢ = ٠$

$٥ص = ١$ $ص = -٢$

$ص = \frac{١}{٥}$

∴ مجموعة الحلّ $= \{\frac{١}{٥}، -٢\}$

اِنتبِه

اِجمع الحدود المتشابهة .

(ب) $ع(ع - ٦) = ٧$

الحلّ :

$ع(ع - ٦) = ٧$

$ع^{٢} - ٦ع = ٧$

$ع^{٢} - ٦ع - ٧ = ٠$

$(ع - ٧)(ع + ١) = ٠$

$ع - ٧ = ٠$ أو $ع + ١ = ٠$

$ع = ٧$ $ع = -١$

∴ مجموعة الحلّ $= \{٧، -١\}$

(ج) $(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

الحلّ :

$(س + ٢)^{٢} = ١٤٤$

$(س + ٢)^{٢} - ١٤٤ = ٠$

$[(س + ٢) - ١٢][(س + ٢) + ١٢] = ٠$

$(س - ١٠)(س + ١٤) = ٠$

$س - ١٠ = ٠$ أو $س + ١٤ = ٠$

$س = ١٠$ $س = -١٤$

∴ مجموعة الحلّ $= \{١٠، -١٤\}$

عبِّر عن فهمك (٢)

هل يمكنك حلّ مثال (٣) : (ج) بطريقة أخرى ؟

مثال (٤) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

الحلّ :

نفرض أنّ العدد الحقيقي هو س

$س^{٢} - ٤س = ٥$ (كوِّن المعادلة التربيعية)

$س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$ (ضع المعادلة في الصورة العامّة)

$(س + ١)(س - ٥) = ٠$ (حلِّل)

إمّا $(س + ١) = ٠$ أو $(س - ٥) = ٠$

$س = -١$ $س = ٥$

العدد الحقيقي هو -١ أو ٥

تذكّر

بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :

ضعفه هو ٢ س

مربّعه هو $س^{٢}$

ثلاثة أمثاله هو ٣ س

مثال (٥) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

$س^{٢} + ٤س + ٢ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٤س + ٤ - ٤ + ٢ = ٠$ (أكمِل إلى مربّع كامل)

$(س + ٢)^{٢} - ٢ = ٠$ (حلِّل الفرق بين مربّعَين)

$(س + ٢ - \sqrt{٢})(س + ٢ + \sqrt{٢}) = ٠$

إمّا $س + ٢ - \sqrt{٢} = ٠$ أو $س + ٢ + \sqrt{٢} =$

$س = -٢ + \sqrt{٢}$ $س = -٢ - \sqrt{٢}$

∴ **مجموعة الحلّ** = $\{-٢ + \sqrt{٢} ، -٢ - \sqrt{٢}\}$

انتبِه

$\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$

دورك الآن

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع :

$س^{٢} + ٦س - ٢ = ٠$

الحلّ :

$س^{٢} + ٦س + ... - ..... - ٢ = ٠$

$(س + ...)^{٢} - ..... = ٠$

$(س + ٣ - .....)(س + ٣ + ...) = ٠$

إمّا س + ٣ = ... – ٣ = ٠ أو س + ٣ + ... = ٠

س = ... + ٣ – ..... س = – ٣ – .....

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

تمارين ذاتية :

١ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية في ح :

(أ) (س – ٣) (٢ س + ١) = ٠

.....

.....

.....

(ب) ص^{٢} – ٣٦ = ٠

.....

.....

.....

(ج) ص^{٢} – ١٠ ص – ١١ = ٠

.....

.....

.....

(د) ن^{٢} – ٦ ن + ٩ = ٠

.....

.....

.....

(هـ) ك^{٢} + ٧ ك + ١٢ = ٠

.....

.....

.....

.....

(و) ل^{٢} = ٧ ل

.....

.....

.....

.....

(ز) ٣ ن^{٢} + ن – ١٠ = ٠

.....

.....

.....

.....

(ح) ٧ س^{٢} – ١٢ س – ٨ = ٥ س^{٢} – ٦ س

.....

.....

.....

.....

(ط) ٢ ص^{٢} = ١٥ ص – ١٨

.....

.....

.....

.....

(ي) س (س + ١) = ٢

.....

.....

.....

.....

ك (س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠

.....

.....

.....

.....

ل ٩ م^{٢} = ١٢ م - ٤

.....

.....

.....

.....

٢ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة الآتية في ح بإكمال المربّع : س^{٢} - ٢س - ٤ = ٠

.....

.....

.....

.....

٣ يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعّب أبعاده :
٤ سم ، (س + ٢) سم ، (س + ٢) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^{٣} . أوجِد قيمة س .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٤ لدى مخزن أحد المصانع أرضية مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^{٢} . أوجِد بعدَي أرضية المخزن .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات تفكير عليا :

٦ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة ، حيث س ∈ ح

$(س + ٥)^{٢} + ٥(س + ٥) + ٤ = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تقويم الوحدة التعليمية الثانية
Unit Two Assessment

أوّلًا : البنود المقالية

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

(أ) $س^{٢} + ١٤ س + ٤٩$

.....

.....

(ب) $١٢٥ + س^{٣}$

.....

.....

(ج) $٣٢ س^{٣} - ٤$

.....

.....

(د) $س^{٦} - \frac{٢٧}{٦٤} ص^{٣}$

.....

.....

(هـ) $س^{٢} + ٨ س + ٧$

.....

.....

(و) $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

.....

.....

(ز) $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$

.....

.....

(ح) $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

.....

.....

(ط) $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

.....

.....

ي) ٢ س^{٢} - ٨ س + ٦

.....

.....

ك) ٦ س^{٢} + ٢١ س - ١٢

.....

.....

ل) ١٢ ل^{٢} + ١١ ل م - ١٥ م^{٢}

.....

.....

م) ٤ س^{٢} + ٤ س + ١

.....

.....

ن) ٩ س^{٢} ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص

.....

.....

س) س^{٣} + ٢ س^{٢} - س - ٢

.....

.....

.....

.....

ص) س ص^{٢} + ٢ س^{٢} - ٣ ص^{٣} - ٦ س ص

.....

.....

٢ حلِّل الحدودية الآتية بطريقة إكمال المربّع :

س^{٢} - ٢س - ٣

.....

.....

.....

٣ أوجِد مجموعة حلّ كلّ من المعادلات الآتية :

(أ) $س^{٢} - ٦ س = ٠$

.....

.....

.....

.....

(ب) $٩ص^{٢} - ١١ = ١٤$

.....

.....

.....

.....

(ج) $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

.....

.....

.....

.....

(د) $٩ ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠$

.....

.....

.....

.....

(هـ) $(س - ٧)^{٢} - ٨١ = ٠$

.....

.....

.....

.....

(و) $٩ س^{٢} - ٥ س = ٦ س^{٢} - ٣ س + ٥$

.....

.....

.....

.....

(ز) س (س + ٢) = ٣

.....

.....

.....

.....

(ح) (٣ س - ٢)^{٢} - س^{٢} = ٠

.....

.....

.....

.....

٤ أوجِد مجموعة حلّ المعادلة في ح بطريقة إكمال المربّع :

س^{٢} + ٨ س + ١٤ = ٠

.....

.....

٥ وظِّف مفهوم المربّع الكامل لإيجاد قيمة : (٦١)^{٢}

.....

.....

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١ - ١٠) ، ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $س^{٣} - \frac{١}{٢٧} = (س - \frac{١}{٣})(س^{٢} + \frac{١}{٣} س + \frac{١}{٩})$	أ	ب
٢ المقدار الثلاثي $س^{٢} + س + \frac{١}{٤}$ مربّع كامل	أ	ب
٣ $س^{٢} + س + ١ = (س + ١)^{٢}$	أ	ب
٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ٣ س = ٠$ ، $س \in ح$ هي $\{٠ ، ٣\}$	أ	ب
٥ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$	أ	ب
٦ إذا كان $٤ ص^{٢} + جـ ص + ٩$ مربّعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قِيَم جـ هي ١٢	أ	ب
٧ إذا كان $٢ س^{٢} - س - ١٠ = ل (س + ٢)$ فإنّ $ل = (٢س - ٥)$	أ	ب
٨ $(س + ص)^{٣} = س^{٣} + ص^{٣}$	أ	ب
٩ $٠,٠٠١ + أ^{٣} = (٠,١ + أ)(أ^{٢} - ٠,١ أ + ٠,٠١)$	أ	ب
١٠ إذا كان $س - ص = ٥$ ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٦$ ، فإنّ $س^{٣} - ص^{٣} = ٣٠$	أ	ب

في البنود (١١ - ١٩) لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

١١ إذا كان $أ^{٣} = ١٠$ ، $ب^{٣} = ٢$ ، فإنّ $(أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢}) =$

[أ] -٨ [ب] ٨ [ج] ١٢ [د] ٢٠

١٢ $س (س - ٣) - ٣ س + ٩ =$

[أ] $(س - ٣)(س + ٣)$ [ب] $(س - ٣)^{٢}$

[ج] $(س - ٣)(س + ١)$ [د] $(س + ٣)^{٢}$

١٣ إذا كان ل + م = ٣ ، ل^{٣} + م^{٣} = ٥١ ، فإنّ ل^{٢} - ل م + م^{٢} =

أ ١٧ ب ٤٨ ج ٥٤ د ١٥٣

١٤ (س - ١)^{٢} - ٤ =

أ (س - ٢) (س + ١) ب (س + ٢) (س - ١)

ج (س - ١) (س + ٣) د (س + ١) (س - ٣)

١٥ إذا كان ٢ س^{٢} + م س - ٧ = (٢ س - ١) (س + ٧) ، فإنّ م =

أ -١٣ ب ١٣ ج ١٤ د ١٥

١٦ مجموعة حلّ المعادلة س (س - ١٢) = ١٣ في ح هي :

أ { ١٢ ، -١٣ } ب { ١ ، -١٣ }

ج { -١٢ ، ٠ } د { -١ ، ١٣ }

١٧ ص^{٤} + ٠,٠٢٧ ص =

أ ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} + ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

ب ص (ص - ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٣ ص - ٠,٠٩)

ج ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

د ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} - ٠,٦ ص + ٠,٠٩)

١٨ (س - ١)^{٣} + ١ =

أ س (س^{٢} - ٣س + ٣)

ب س (س^{٢} + ٣س + ٣)

ج س (س^{٢} + ٣س - ٣)

د س (س^{٢} - ٣س - ٣)

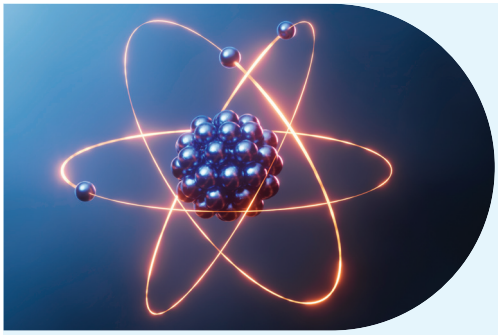
١٩ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية س^{٢} - ٦ س + جـ مربّعًا كاملًا هي :

أ -٩ ب ٣ ج ٩ د ٣٦

في البنود (٢٠ - ٢٣) ، اِختر من القائمة (٢) ما يناسب كلّ بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)	القائمة (٢)
٢٠ ٦ س^{٢} - ١١ س + ٤ = ☐	أ (٣ س - ١) (س + ٢)
٢١ ٦ س^{٢} - ٥ س - ٤ = ☐	ب ٣ (٣ س - ٢) (س + ١)
٢٢ ٩ س^{٢} + ٣ س - ٦ = ☐	ج (٢ س - ١) (٣ س - ٤)
٢٣ س (٣ س + ٥) - ٢ = ☐	د (٢ س + ١) (٣ س - ٤)
	هـ (٢ س - ١) (٣ س + ٤)

المشروع الأوّل:
الرياضيات والعلوم

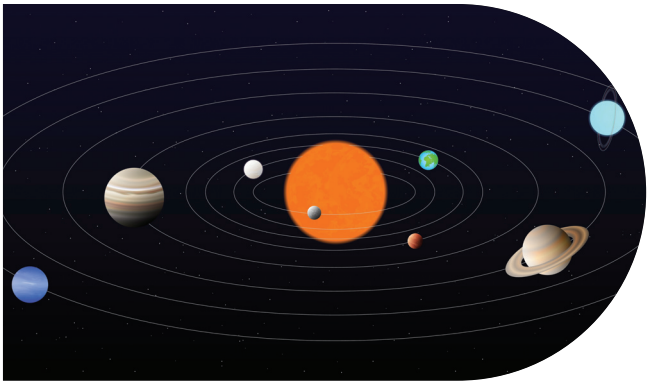


تُستخدم الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا، ما يفيد في الكثير من المجالات العلمية والحياتية .

خطّة العمل :

توظّف كلّ مجموعة من المتعلّمين الصورة العلمية لكتابة الأعداد الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا ، ثمّ ترتّبها ترتيبًا تصاعديًّا .

خطوات تنفيذ المشروع :



- اِجمع البيانات وسجِّل ملاحظاتك .

قُم بجمع البيانات الآتية من الشبكة المعلوماتية (internet) أو بالبحث في الكتب العلمية:

أ) حجم الميكروبات .
ب) وزن ذرّة الأكسجين .
ج) مساحة سطح الأرض .
د) وزن حبّة الأرزّ .

- صمِّم جدولًا منظَّمًا بورقة جذّابة من ٣ أعمدة توضّح فيها دلالة كلّ عدد ورمز العدد بالصورة النظامية وصورته العلمية .
- رتِّب الأعداد تصاعديًّا أو تنازليًّا .

علاقات وتواصل:

تتبادل المجموعات الأوراق وتتأكّد من صحّة كتابة وترتيب الأعداد .

عرض العمل:

تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل.

المراجع

- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة الأولى ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ،
  وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف التاسع ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ،
  وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

مصادر بعض الصور

- صفحة ٩٨ : صورة لإطفاء بئر نفط – المصدر : وكالة الأنباء الكويتية (KUNA) ، وقت مراسم إطفاء آخر بئر بتاريخ ٦ نوفمبر ١٩٩١

9

قيِّم مناهجنا

الكتاب كاملًا