



# الرياضيات

الصف الثامن

الفصل الدراسي الأول - القسم الأول





# الرياضيات

الصف الثامن

الفصل الدراسي الأول – القسم الأول

تأليف

أ. دلال مبارك الحجر (رئيسًا)

أ. نوره عبد الله أبورقة العتيبي

أ. ساره زايد شينان العجمي

أ. وسميه بادي هادي الرشيد

أ. عصام عبد الهادي السيد حسن

أ. منى فرج سعد المطيري

الطبعة الأولى

١٤٤٧ هـ

٢٠٢٥ – ٢٠٢٦ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية - قطاع البحوث التربوية والمناهج  
إدارة تطوير المناهج











حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل آل أحمد آل جابر آل صباح  
أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad AL-Jaber AL-Sabah  
Amir Of The State Of Kuwait





سَمُو الشَّيْخِ صَبَّاحٍ خَالِدٍ الْحَمَادِ الصَّبَّاحِ  
وَلِيِّ عَهْدِ دَوْلَةِ الْكُوَيْتِ

H. H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah  
Crown Prince Of The State Of Kuwait



## مقدّمة

الحمد لله ربّ العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

إنطلاقاً من التوجيهات السامية لحضرة صاحب السموّ أمير البلاد الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح ، حفظه الله ورعاه ، بضرورة الإسراع في تنفيذ كافّة مشاريع الدولة التنموية ومن ضمنها على وجه الخصوص المشاريع التعليمية ، وتماشياً مع رؤية الكويت ٢٠٣٥ والتي تنادي بكويت جديدة فقد شرعت وزارة التربية في تطوير مناهجها التعليمية مستندة ، في ذلك إلى أهميّة رأس المال البشري كعنصر أساسي في تنمية الوطن ورفعته.

ولأنّ المناهج التعليمية هي قاعدة الهرم التعليمي إلى جانب المعلّم والمتعلّم ، وتعدّ أحد الروافد المهمّة في خلق جيل متعلّم وواع ، قادر على المشاركة في بناء المجتمع ، ولأنّ المناهج عبارة عن كمّ الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدّم للمتعلّم ، فقد أولت الوزارة أهميّة بتطوير المناهج حسب المعايير العلمية وذلك لتحقيق نقلة نوعية في الشكل والمضمون ، وإيماناً بأهميّتها وإنطلاقاً من أنّها ذات صفة عالمية مع الأخذ في الاعتبار خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحليّة ، ملتزمة بأنّ تصبّ جميعها في تعزيز الهوية الوطنية وبعقلية منفتحة على الآخرين مع احترام حقوق الإنسان وحرّياته الأساسية والتمسك بمبادئ الإسلام والتسامح من جهة ، وغزيرة بمهارات القرن الواحد والعشرين لتعزيز المفاهيم الرياضية لجميع المتعلّمين من جهة أخرى لكي يكونوا في طليعة المنافسين في المسابقات العلمية والدولية ، وذلك عبر بناء الخطط التعليمية المعتمّدة من قطاع المناهج مؤكّدين على أهميّة التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتّى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلّم ، متضمّنة في الكثير من بنودها التمارين ذات المستويات العليا في التفكير والفهم والتحليل والتركيب .

وقد تمّت صياغة وترتيب الكتاب المدرسي في منهجية خاصة ذات هيكل ومجالات معينة تتمحور حول العدّ والجبر والهندسة والقياس ، وأخيراً الإحصاء والاحتمال .

فقد تمّ بناء الكتاب وفق منهجية تربوية حديثة تراعي التدرّج المنطقي في المفاهيم والمهارات لبناء معرفة رياضية تراكمية تراعي الفروق الفردية بين المتعلّمين وتعزّز التفكير الرياضي العميق .

كما ويحوي الكتاب على وحدات تعليمية وموضوع محوري يتمّ إبرازه في مقدّمة كلّ وحدة ، تساعد على تنمية الفهم البنائي وربط المفاهيم الجديدة مع سياقات من واقع الحياة .

وحرصنا على إدراج التمارين المتنوعة مع نهاية كل درس ، والتي تنوّعت بين الأسئلة المباشرة والمسائل الحياتية وأسئلة مهارات تفكير عليا ، مثل التبرير والنقد وتعدّد طرق الحلّ والاستنتاج .

تنتهي كلّ وحدة بقسم خاصّ للتقويم لقياس مدى تحقيق الأهداف متضمّنة أسئلة شاملة للمفاهيم والمهارات التي تمّ تناولها ، حتّى تكون أداة تمكّنا من تحديد الاحتياجات التعليمية لاحقا .

ممّا سبق من معطيات وغيرها من الجوانب التعليمية والتربوية ، فقد تمّت صياغة وإعداد كتب الرياضيات لتحقيق نقلة نوعية ذات جودة عالية تلبي الطموحات المطلوبة وتكون نافذة واسعة تُطلّ على آمالنا وتطلّعاتنا في المستقبل لما نهدف إليه من تأسيس فكر رياضي في عقول أجيالنا القادمة تنهض بها أمتنا وتضعها في مكانها المناسب في الصفوف المتقدّمة ، ويُشار إليها بالبنان مع كلّ محفل.

# المحتويات

## الجزء الأول :

|                                      |                            |
|--------------------------------------|----------------------------|
| المجموعات والعلاقة                   | الوحدة التعليمية الأولى :  |
| الأعداد النسبية                      | الوحدة التعليمية الثانية : |
| الهندسة والقياس                      | الوحدة التعليمية الثالثة : |
| النسبة والتناسب - التحويلات الهندسية | الوحدة التعليمية الرابعة : |

## الجزء الثاني :

|                        |                            |
|------------------------|----------------------------|
| الأشكال الرباعية       | الوحدة التعليمية الخامسة : |
| المقادير الجبرية       | الوحدة التعليمية السادسة : |
| تحليل المقادير الجبرية | الوحدة التعليمية السابعة : |
| الاحتمال - الإحصاء     | الوحدة التعليمية الثامنة : |



# الوحدة التعليمية الأولى

## المجموعات والعلاقة

| المحتوى                                                  | رقم الصفحة |
|----------------------------------------------------------|------------|
| معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الأولى     | ١٦         |
| مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية الأولى                      | ١٧         |
| هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الأولى                  | ١٨         |
| ( ١ - ١ ) المجموعات .....                                | ٢٠         |
| ( ٢ - ١ ) المجموعة الجزئية - تساوي مجموعتين .....        | ٢٧         |
| ( ٣ - ١ ) العمليات على المجموعات ( تقاطع - إتحاد ) ..... | ٣٣         |
| ( ٤ - ١ ) مجموعة الفرق .....                             | ٣٩         |
| ( ٥ - ١ ) المجموعة الشاملة - المجموعة المتممة .....      | ٤٤         |
| ( ٦ - ١ ) الحاصل الديكارتي .....                         | ٥٠         |
| ( ٧ - ١ ) مفهوم العلاقة .....                            | ٥٥         |
| تقويم الوحدة التعليمية الأولى .....                      | ٦٣         |

# الوحدة التعليمية الثانية

## الأعداد النسبية

| رقم الصفحة | المحتوى                                               |
|------------|-------------------------------------------------------|
| ٧٢         | معايير المنهج ومؤشرات الأداء للوحدة التعليمية الثانية |
| ٧٣         | مخطّط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية                 |
| ٧٤         | هل أنت مستعدّ ؟ للوحدة التعليمية الثانية              |
| ٧٦         | ( ٢ - ١ ) إستكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها .....      |
| ٨٢         | ( ٢ - ٢ ) مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها .....       |
| ٨٦         | ( ٣ - ٢ ) جمع الأعداد النسبية وخواصّها .....          |
| ٩٢         | ( ٤ - ٢ ) طرح الأعداد النسبية .....                   |
| ٩٧         | ( ٥ - ٢ ) ضرب الأعداد النسبية وخواصّها .....          |
| ١٠٣        | ( ٦ - ٢ ) قسمة الأعداد النسبية .....                  |
| ١٠٨        | ( ٧ - ٢ ) الجذر التربيعي للعدد النسبي .....           |
| ١١٤        | ( ٨ - ٢ ) الجذر التكعيبي للعدد النسبي .....           |
| ١١٩        | تقويم الوحدة التعليمية الثانية .....                  |
| ١٢٣        | المشروع الأوّل .....                                  |

# الوحدة التعليمية الأولى



# المجموعات والعلاقة

## علم يجمعنا

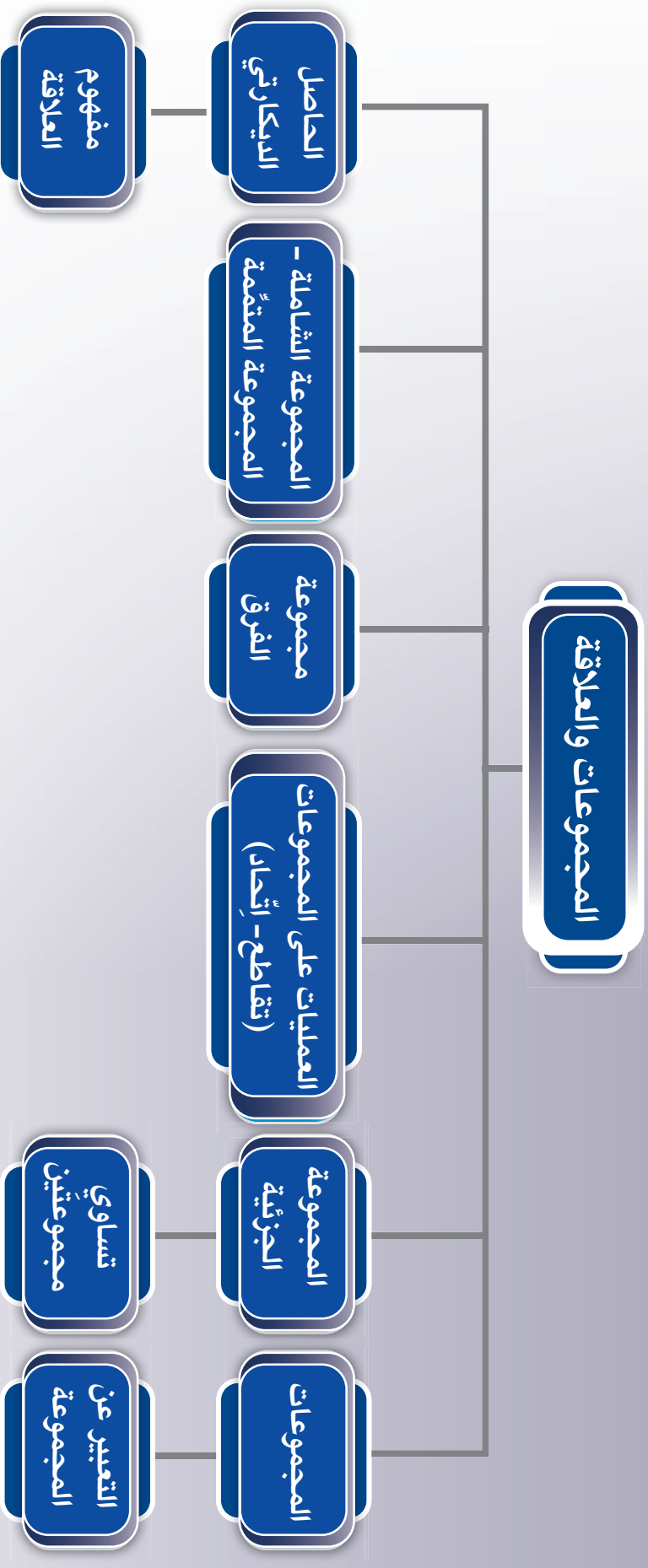
في صباح يوم وطني مشمس، إزدانت ساحة المدرسة بالأعلام والزينة ، فكانت الفرحة تملأ القلوب . قرّرت إدارة المدرسة تنظيم فعّالية خاصّة بمناسبة اليوم الوطني ويوم التحرير لكويتنا الحبيبة ، وكان أبرز ما فيها تشكيل علم دولة الكويت بواسطة متعلّمي المدرسة .

قسّم المتعلّمين إلى أربع مجموعات ، كلّ مجموعة ترتدي لوناً من ألوان العلم : الأسود ، الأخضر ، الأبيض والأحمر . ثمّ وقّف كلّاً منهم في موقعه المحدّد على الساحة الواسعة ، بحسب تصميم أعدّه المعلّمون مسبقاً . من الأعلى ، بدا المشهد وكأنّ العلم الكويتي ينبض بالحياة .



| المجال       | معايير المنهج                                                                                    | مؤشر الأداء                                                                                                                                                                                       |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| العدّ والجبر | إستخدام التمثيلات البيانية<br>والجداول والتمثيلات الجبرية<br>للقيام بالتوقّعات وحلّ<br>المسائل . | الفهم - التعرّف - المواطنة - البحث<br>والتصنيف - التذكّر - التعليل -<br>التمييز - العمل الجماعي - التعدّد -<br>الاستكشاف والتقصي - التقويم -<br>العلاقات - النمذجة - معالجة<br>البيانات - الترميز |
|              | فهم الأنماط والعلاقات<br>والدوالّ .                                                              | الفهم - التذكّر - التعرّف -<br>الاستنتاج - حلّ المشكلات -<br>التقويم - الاستكشاف والتقصي -<br>البحث والتصنيف                                                                                      |
|              | إستخدام المعادلات والنماذج<br>الرياضيّة لحلّ المسائل .                                           | التذكّر - التعرّف - الفهم - العمل<br>الجماعي - حلّ المشكلات                                                                                                                                       |

## مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية الأولى



## هل أنت مستعد؟

١ أوجد العوامل الموجبة لكلّ من الأعداد الآتية:

- ..... ١٢ (أ)  
..... ٣٠ (ب)

٢ أوجد مضاعفات الأعداد الآتية :

- ..... ٤ (أ)  
..... ٦ (ب)

٣ أوجد العوامل الأولية لكلّ من الأعداد الآتية :

- ..... ٩ (أ)  
..... ١٥ (ب)

٤ أكمل الجدول الآتي بوضع (✓) في المكان المناسب :

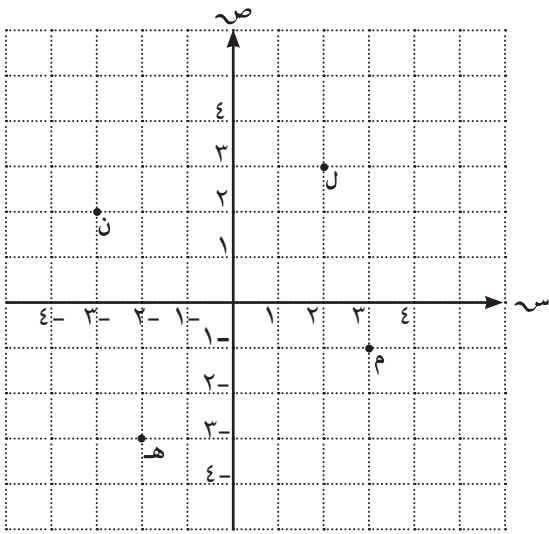
| العدد | قابلية القسمة | ٢ | ٣ | ٥ |
|-------|---------------|---|---|---|
| ٣٥٦   |               |   |   |   |
| ٢٢٧١  |               |   |   |   |
| ٩٠٠   |               |   |   |   |

٥ أذكر ما إذا كان كلّ عدد من الأعداد الآتية عددًا فرديًا أو عددًا زوجيًا :

- ..... ٩ (أ) ..... ٥٨ (ب)  
..... ٦٠ (ج) ..... ١٣ (د)

٦ أذكر ما إذا كان كلّ عدد من الأعداد الآتية عددًا أوليًا أو غير أولي :

- ..... ٢٩ (أ) ..... ٣٥ (ب)  
..... ٧ (ج) ..... ٩ (د)



٧ مثل كل زوج مرتب ممّا يلي في المستوى الإحداثي :

أ (١ ، ٢-)

ب (٠ ، ٣)

ج (٤ ، ٠)

٨ في المستوى الإحداثي المقابل، أكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يلي :

ل (..... ، .....)

م (..... ، .....)

ن (..... ، .....)

هـ (..... ، .....)

٩ أكتب تعبيرًا جبريًا لكل ممّا يلي :

أ ك مضافًا إليها العدد ٢.

.....

ب ضعف العدد ص.

.....

ج مربع العدد ن.

.....

د نصف العدد م.

.....

هـ ثلث العدد س.

.....



سوف تتعلّم : مفهوم المجموعة وعناصرها وكتابة المجموعة وتمثيلها .

## العبارات والمفردات :

|              |                              |                   |                       |
|--------------|------------------------------|-------------------|-----------------------|
| Venn Diagram | مخطّط فن                     | Set               | مجموعة                |
| Empty Set    | المجموعة الخالية $\emptyset$ | Element           | عنصر                  |
| Finite       | منتهية                       | Belongs to        | إنتماء $\ni$          |
| Infinite     | غير منتهية                   | Doesn't Belong to | عدم انتماء $\nexists$ |



شارك المنتخب الكويتي لكرة القدم في بطولة كأس العالم عام ١٩٨٢ م ، وكان المنتخب الكويتي يضم ١١ لاعباً أساسياً مميزاً : منهم : جاسم يعقوب ، فتحي كميل ، فيصل الدخيل ، ... إلخ

المنتخب الكويتي عبارة عن تجمّع من اللاعبين ، وهذا التجمّع يُسمّى **مجموعة** وكلّ لاعب فيها يمثل **عنصرًا** في المجموعة . فمثلاً : أرقام لاعبي المنتخب الكويتي تشكّل **مجموعة** وكلّ رقم في هذه المجموعة يشكّل **عنصرًا** .

**المجموعة** هي تجمّع من الأشياء المتميزة المحدّدة تحديداً تاماً ، ويُطلق على هذه الأشياء عناصر .



## معلومة مفيدة :

تاريخ مهمّ في ذاكرة الشعب الكويتي عام ١٩٨٢ م حين وصل

المنتخب الكويتي إلى نهائيات كأس العالم حيث أحضروا ٤ جمال إلى أرض الملعب في إسبانيا اعتزازاً منهم بتاريخهم وتأكيداً على القوّة والقدرة على التحمّل والصبر وكتبوا عبارة (جمالنا تنتصر) .

## فمثلاً :

- **يشكّل** « المتعلّمون في ثانوية المباركية للعام الحالي » **مجموعة** لأنها محدّدة تحديداً تاماً ، ولكن لا **يشكّل** « المتعلّمون » **مجموعة** لأنهم غير محدّدين تحديداً تاماً .
- « لاعبو فريق كرة القدم الحالي في مدرسة الجهراء الثانوية » **يشكّلون مجموعة** .
- « المناطق الجميلة في الكويت » لا **تشكّل مجموعة** .

## مثال (١):

أجب عن الأسئلة الآتية :

- أ هل « المدربون » يشكّلون مجموعة أو لا يشكّلون مجموعة؟ ولماذا؟  
 ب هل « دول مجلس التعاون الخليجي » تشكّل مجموعة أو لا تشكّل مجموعة؟ ولماذا؟

الحلّ :

- أ كلا ، لا يشكّلون مجموعة ؛ لأنّهم غير محدّدين تحديداً تاماً.  
 ب نعم ، تشكّل مجموعة ؛ لأنّها محدّدة تحديداً تاماً.

## دورك الآن (١)

حدّد ما إذا كان كلّ ممّا يلي يمثّل مجموعة أم لا ، فسّر إجابتك :

- أ مضاعفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨ ( ..... )  
 ب أيّام الأسبوع ( ..... )  
 ج الأزهار الجميلة ( ..... )  
 د الأعداد الكلّية ( ط ) : ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... ( ..... )  
 أذكر أمثلة لمجموعات أخرى.

- هـ .....  
 و .....  
 .....  
 .....

### تذكّر



يُرمز إلى الأعداد الكلّية  
 (الطبيعية) بالرمز ط ، وإلى  
 الأعداد الصحيحة بالرمز ص ،  
 وإلى الأعداد الصحيحة الموجبة  
 بالرمز ص+ ، وإلى الأعداد  
 الصحيحة السالبة بالرمز ص- .

## ملاحظة :



- ◀ يُرمز إلى المجموعة بأحرف مثل : س ، ص ، ش ، ...
- ◀ ويُرمز إلى العناصر بأحرف مثل : س ، ص ، ش ، ...
- ◀ يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسين { } مع وضع فاصلة بين كلّ عنصر وآخر .
- ◀ يجب عدم تكرار كتابة العنصر نفسه داخل المجموعة .
- ◀ لا يُشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة .

فمثلاً: لكتابة مجموعة أحرف كلمة سندس تكون كما يلي : س = { س ، د ، ن } .

**لاحظ ما يلي :** بعد انتهاء المباراة غادر كلّ اللاعبين الملعب ، وفي هذه الحالة فإنّ مجموعة اللاعبين في الملعب بعد المغادرة لا تحتوي على عناصر .

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر (عدد عناصرها يساوي صفراً) تُسمّى **مجموعة خالية** ،  
 ويُرمز إليها بالرمز { } أو Ø وتُقرأ ( فاي ) .

فمثلاً :

- مجموعة المتعلمون الذين تقلّ أعمارهم عن ١٠ سنوات في الصفّ الثامن يشكّلون **مجموعة خالية** .
- مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ٠ والأصغر من ١ تُسمّى **مجموعة خالية** .

## دورك الآن (٢)

حدّد أيّاً من المجموعات الآتية تمثّل مجموعة خالية وأيّها لا تمثّل مجموعة خالية .

- مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيّامها على ٣١ يوماً (.....)
- مجموعة أرقام العدد ١٦٩ ٢٢٠ (.....)
- مجموعة المكعبات التي ليس لها رؤوس . (.....)

## عبّر عن فهمك

هل مجموعة الأعداد الكلّية ( الطبيعية ) الأصغر من ١ تمثّل مجموعة خالية أم لا ؟ فسّر إجابتك .

**لاحظ ما يلي:** اللاعب فتحي كميل ينتمي إلى مجموعة لاعبي المنتخب الوطني الكويتي ، في حين أنّ المدرب لا ينتمي إلى المجموعة نفسها .

**فمثلاً :** العدد (٢-) لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلّية ، بينما العدد (٢) ينتمي إلى مجموعة الأعداد الكلّية .  
**لاحظ ما يلي:**

| المفهوم      | التعريف                     | الرمز     | مثال                       |
|--------------|-----------------------------|-----------|----------------------------|
| ينتمي إلى    | وجود العنصر في المجموعة     | $\ni$     | $\{٥، ١، ٢، ٤\} \ni ٤$     |
| لا ينتمي إلى | عدم وجود العنصر في المجموعة | $\not\ni$ | $\{٥، ٦، ٢، ٣\} \not\ni ٧$ |

## دورك الآن (٣)

أكمل كلّاً ممّا يلي بوضع الرمز المناسب  $\ni$  أو  $\not\ni$  لتحصل على عبارة صحيحة :

**لاحظ أنّ :**

العوامل الموجبة للعدد ١٠ هي :  
١٠+ ، ٥+ ، ٢+ ، ١+

العوامل السالبة للعدد ١٠ هي :  
١٠- ، ٥- ، ٢- ، ١-

عوامل العدد ١٠ هي :

١٠± ، ٥± ، ٢± ، ١±

- ن ☐ { ١٠ ، ٥ ، ٢ } **ب** ر ☐ مجموعة أحرف كلمة حريق
- ج ☐ ٧ { ٧٧ } **د** ٨ ☐ { ٤ ، ٨ ، ١ }

## طرق التعبير عن المجموعة:

إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨ ، يمكن التعبير عن المجموعة بالطرق الآتية :

- الطريقة الأولى : **ذكر العناصر** :  $S = \{ ٨ ، ٤ ، ٢ ، ١ \}$

• الطريقة الثانية : الصفة المميّزة :

أ) لفظية : س = مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨

ب) رمزية : س = { ٢ : ٢ }  $\exists$  ص ، ٢ عامل من العوامل الموجبة للعدد ٨



• الطريقة الثالثة : تمثيل المجموعة بالرسم بشكل يُسمّى مخطّط ( شكل ) فن

مثال (٢) :

إذا كانت ص هي مجموعة أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣ ،

فعبّر عن المجموعة بالطرق الآتية : الصفة المميّزة ( لفظية ) - ذكر العناصر - الصفة المميّزة ( رمزية ) .

الحل :

|                 |                             |                                                       |
|-----------------|-----------------------------|-------------------------------------------------------|
| <p>مخطّط فن</p> | الصفة المميّزة<br>( لفظية ) | ص = مجموعة أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣                        |
|                 | ذكر<br>العناصر              | ص = { ٩ ، ٧ ، ٣ ، ١ ، ٠ }                             |
|                 | الصفة المميّزة<br>( رمزية ) | ص = { ٢ : ٢ } $\exists$ ط ، ٢ أحد أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣ |

دورك الآن (٤)

إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦ ،

فعبّر عن المجموعة بالطرق الآتية : الصفة المميّزة ( لفظية ) - ذكر العناصر - الصفة المميّزة ( رمزية ) .  
أكمل الجدول الآتي :

|                 |                          |                                       |
|-----------------|--------------------------|---------------------------------------|
| <p>مخطّط فن</p> | الصفة المميّزة ( لفظية ) | س = .....                             |
|                 | ذكر العناصر              | س = { ..... ، ..... ، ..... ، ..... } |
|                 | الصفة المميّزة ( رمزية ) | س = { ٢ : ٢ } $\exists$ .....         |

حلّ وناقش

أيّ المجموعتين الآتيتين يمكن حصر عدد عناصرها ؟ فسّر إجابتك .

$$س = \{ ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ \}$$

$$ع = \text{مجموعة الأعداد الكلّية الأكبر من أو تساوي ٦}$$

**المجموعة المنتهية :** هي المجموعة التي يمكن حصر عدد عناصرها .  
**المجموعة غير المنتهية :** هي المجموعة التي لا يمكن حصر عدد عناصرها .

### مثال (٣) :

حدّد أيّ المجموعات الآتية مجموعة منتهية وأيّها مجموعة غير منتهية .

#### انتبه

ميّز بين مفهومي :

- عوامل العدد .
- مضاعفات العدد .

أ) س = مجموعة عوامل العدد ٦

ب) ل = مجموعة مضاعفات العدد ٦

ج) ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

#### الحل :

س = { -١ ، -٢ ، -٣ ، -٦ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ } مجموعة منتهية ( يمكن حصر عدد عناصرها )

ل = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ... } مجموعة غير منتهية ( لا يمكن حصر عدد عناصرها )

ص = { ... ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... } مجموعة غير منتهية ( لا يمكن حصر عدد عناصرها )

### دورك الآن (٥)

أكمل كتابة كلّ من المجموعات الآتية بذكر العناصر ، ثم حدّد أيّا منها منتهية وأيّا منها غير منتهية .

أ) س = { ٢ : ٢ ، ٣ : ٢ ، ٤ : ٢ ، ٥ : ٢ ، ٦ : ٢ ، ٧ : ٢ ، ٨ : ٢ ، ٩ : ٢ ، ١٠ : ٢ }  
 ص = { ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٩٠ ، ١٠٠ } مجموعة .....

ب) س = { ٢ : ٢ ، ٣ : ٢ ، ٤ : ٢ ، ٥ : ٢ ، ٦ : ٢ ، ٧ : ٢ ، ٨ : ٢ ، ٩ : ٢ }  
 ص = { -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، -٥ ، -٦ ، -٧ ، -٨ ، -٩ ، -١٠ } مجموعة .....

ج) س = { ٢ : ٢ ، ٣ : ٢ ، ٤ : ٢ ، ٥ : ٢ ، ٦ : ٢ ، ٧ : ٢ ، ٨ : ٢ ، ٩ : ٢ }  
 ص = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ } مجموعة .....

### تمارين ذاتية :

١) أكمل كلّ ممّا يلي بوضع الرمز المناسب  $\in$  أو  $\notin$  لتصبح كلّ من العبارات الآتية صحيحة:

- أ) ع ☐ { ع ، م ، ل }  
 ب) ٩ ☐ { ٢ : ٢ ، ٣ : ٢ ، ٤ : ٢ }  
 ج) ٢٣ ☐ { ١ ، ٢ ، ٣ }  
 د) ق ☐ مجموعة أحرف كلمة فريق  
 هـ) ٤ ☐ { ٢ : ٢ ، ٣ : ٢ ، ٤ : ٢ ، ٥ : ٢ ، ٦ : ٢ ، ٧ : ٢ ، ٨ : ٢ ، ٩ : ٢ } عامل أولي من عوامل العدد ٢٠  
 و) ٥ ☐ { ٥٥٤ }

٢ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر العناصر ومثّلها بمخطّط قن .

١ س = { س : س حرف من أحرف كلمة سمسّم }

ب ع = مجموعة أرقام العدد ٢٣ ١٢٩

ج س = { س : س عامل من عوامل العدد ٩ }

د ل = { ل : ل عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥ }

هـ ن = { ن : ن > ٢٣ ، ن ≤ ٢٩ }

و م = مجموعة الأعداد الكلّية الأكبر من ٨ والأصغر من ٩

٣ حدّد أيّاً من المجموعات الآتية تمثّل مجموعة خالية ، وأيّها لا تمثّل مجموعة خالية .

أ س = مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ١ ، ٥ وتقبل القسمة على ٦ . ( ..... )

ب ع = { س : س > ٣ } . ( ..... )

٤ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر الصفة المميّزة ( بالصورة الرمزية ) .

أ س = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ... }

ب ع = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

٥ عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميّزة ( بالصورة اللفظية ) ،  
ومثّلها بمخطّط قن .

أ)  $\{ ١١ ، ٩ ، ٧ ، ٥ ، ٣ \} = ح$

.....  
.....

ب)  $\{ د ، ح ، م \} = ص$

.....  
.....

٦ أكتب كلّاً من المجموعات الآتية بذكر العناصر ، ثمّ حدّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية .

أ)  $ص = \text{مجموعة الأعداد الصحيحة}$

.....  
.....

ب)  $\{ ١ > ٢ ، ط \ni ٢ : ٢ \} = ع$

.....  
.....

ج)  $\{ س : س \ni ص ، س < ٥ \} = ن$

.....  
.....

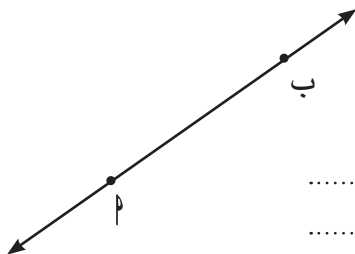
د)  $\{ س = ٣ - ، ب : ب \ni ط ، ب \geq ٤ \} = س$

.....  
.....

### مهارات تفكير عليا:



٧ هل مجموعة نقاط  $\overleftarrow{أ ب}$  منتهية أو غير منتهية ؟  
وضّح إجابتك .



.....  
.....

# المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين

## Subset - Equal Sets

سوف تتعلّم : المجموعة الجزئية وتساوي مجموعتين .

### العبارات والمفردات :

Equal Sets

تساوي مجموعتين

Subset

مجموعة جزئية  $\supseteq$

Not subset

مجموعة غير جزئية  $\not\supseteq$

### استكشف



التعليم في الكويت يُعدّ من أهمّ المجالات التي ترعاها الدولة حيث نصّت المادة ( ٤٠ ) في الدستور الكويتي على أنّ التعليم حقّ للكويتيين ، ويكون التعليم إلزامياً مجانياً لجميع الكويتيين من ذكور وإناث من بداية المرحلة الابتدائية حتّى نهاية المرحلة المتوسطة .  
لتكن  $S$  هي مجموعة الصفوف التي يكون فيها التعليم في الكويت إلزامياً للكويتيين .

أكمل ما يلي :

$S$  هي مجموعة صفوف المرحلة الابتدائية ،  $S = \{ \text{الأول} ، \dots ، \dots ، \dots ، \dots \}$   
 $E$  هي مجموعة صفوف المرحلة المتوسطة ،  $E = \{ \dots ، \dots ، \dots ، \dots ، \text{التاسع} \}$   
 هل كلّ عنصر في  $S$  ينتمي إلى  $E$  ؟ وضح ذلك .

لتكن  $M$  ،  $N$  مجموعتين مختلفتين :

| المفهوم                                     | التعريف                                                                                                          | الرمز               | المخطّط |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------|
| المجموعة الجزئية<br>( الاحتواء )            | إذا كان كلّ عنصر من $M$ ينتمي إلى $N$ ؛ فإنّ $M$ محتواه في $N$ ، وتُقرأ<br>( $M$ مجموعة جزئية من $N$ )           | $M \subseteq N$     |         |
| المجموعة غير<br>الجزئية<br>( عدم الاحتواء ) | إذا وُجد عنصر من $M$ لا ينتمي إلى $N$ ؛ فإنّ $M$ ليست محتواه في $N$ ، وتُقرأ<br>( $M$ ليست مجموعة جزئية من $N$ ) | $M \not\subseteq N$ |         |



## مثال (١):

إذا كانت :

$$س = \{ ١٨، ١٥، ١٢، ٩، ٦، ٣ \}$$

ص = مجموعة مضاعفات العدد ٦ الأصغر من ٢٠

ع = مجموعة عوامل العدد ١٨ الموجبة الأكبر من ١

فأوجد :

أ) ص، ع بذكر العناصر .

ب) هل  $ص \subseteq س$  ؟ ولماذا ؟

ج) هل  $ع \subseteq س$  ؟ ولماذا ؟

الحل :

$$\begin{aligned} \text{أ) } ص &= \{ ١٨، ١٢، ٦ \} \\ ع &= \{ ١٨، ٩، ٦، ٣، ٢ \} \end{aligned}$$

ب)  $ص \subseteq س$  ؛ لأنّ كلّ عنصر من عناصر ص ينتمي إلى س .

ج)  $ع \not\subseteq س$  ؛ لأنّ  $٢ \in ع$  ،  $٢ \notin س$  .

## معلومة مفيدة :



الدستور هو القانون  
الأعلى في الدولة، ينظّم  
شكل الحكم، ويكفل

حقوق وحرّيات المواطنين . وتمّ إقراره في  
١١ نوفمبر ١٩٦٢ م في عهد الشيخ المغفور  
له عبدالله السالم الصباح .

## انتبه

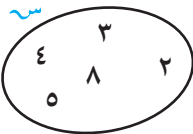


- الانتماء يكون بين عنصر ومجموعة  $\exists$  { ١، ب، ج }
- الاحتواء يكون بين مجموعة ومجموعة  $\supseteq$  { ١، ب، ج }

## دورك الآن (١)



من الشكل المقابل، ضّع الرمز المناسب  $\subseteq$  ،  $\not\subseteq$  لتحصل على عبارة صحيحة .



ب)  $\{ ٧، ٣ \} \sim$  ☐

أ)  $\{ ٨، ٤ \} \sim$  ☐

د)  $\{ ٥٨ \} \sim$  ☐

ج)  $\{ ٨، ٤، ٣، ٢ \} \sim$  ☐

و)  $\{ س : س \text{ حلّ المعادلة } س + ٢ = ٥ \} \sim$  ☐

هـ)  $\{ ٨، ٥، ٤، ٣، ٢ \} \sim$  ☐

## عبّر عن فهمك



يقول راشد :

أ) إنّ س مجموعة جزئية ( محتواة ) في نفسها .

ب) المجموعة الخالية  $\emptyset$  مجموعة جزئية ( محتواة ) من أيّ مجموعة .  
هل توافقه الرأي ؟ فسّر إجابتك .

ملاحظة :



لأي  $S$  نجد أن :

$$S \supseteq S$$

$$S \supseteq \emptyset$$

مثال (٢) :

إذا كانت  $S = \{1, 2, 3\}$  ، فاكتب جميع المجموعات الجزئية من  $S$  ، واذكر عددها .

الحل :

أ)  $\emptyset$

ب)  $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

ج)  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

د)  $\{1, 2, 3\}$

المجموعة الخالية ( مجموعة بدون عناصر )  
مجموعات جزئية أحادية ( ذات عنصر واحد )  
مجموعات جزئية ثنائية ( ذات عنصرين )  
مجموعة جزئية ثلاثية ( ذات ثلاثة عناصر ) وتساوي  $S$

إذا ، عدد المجموعات الجزئية من  $S = 8$  مجموعات

عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها  $n$  هو  $2^n$  .

عبّر عن فهمك



ما هو عدد المجموعات الجزئية من المجموعة الخالية؟

قام معلّم الصفّ بتوزيع مجموعة من الأسئلة على مجاميع المتعلّمين ، وكان نصيب مجموعة محمّد السؤال الآتي :

إذا كانت  $S =$  مجموعة أحرف كلمة « علّم » ،

$T =$  مجموعة أحرف كلمة « معلّم »

فأكمل ما يلي :

..... =  $S \cap T$  (ب)

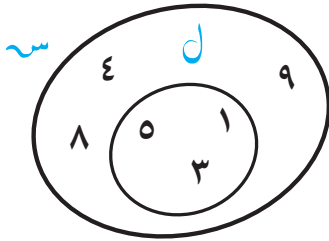
..... =  $S \cup T$  (أ)

هل  $S \subseteq T$  ؟ فسّر . (د)

هل  $T \subseteq S$  ؟ فسّر . (ج)

ماذا تلاحظ ؟ (هـ)

$S = T$  عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون  $S \subseteq T$  و  $T \subseteq S$  .



مثال (٣) :

من مخطّط قن الموضّح أمامك ، أجب عمّا يلي :

(أ) هل  $1 \in S$  ؟ ولماذا ؟

(ب) هل  $3 \in T$  ؟ ولماذا ؟

(ج) هل  $S = T$  ؟ ولماذا ؟

الحلّ :

(أ)  $1 \notin S$  ؛ لأنّ كلّ عنصر في  $T$  ينتمي إلى  $S$  .

(ب)  $3 \in T$  ؛ لأنّ  $3 \in S$  ولكن  $3 \notin T$  .

(ج)  $S \neq T$  ؛ لأنّ  $T \subseteq S$  ولكن  $S \not\subseteq T$  .

مثال (٤) :

لاحظ أن :

- الرمز  $\therefore$  يُقرأ « بما أن »
- الرمز  $\therefore$  يُقرأ « إذا »

إذا كانت  $ع = \{٦، ٣ + ٥، ص\}$ ،  $ص = \{٦، ٥، ٢-\}$   
وكانت  $ع = ص$ ، فأوجد قيمة  $س$ .

الحل :

$$\therefore ع = ص$$

$$\therefore س + ٣ = ٢ -$$

$$س = ٢ - ٣$$

$$س = ٥ -$$

دورك الآن (٢)

أكمل ما يلي مستخدماً الرمز المناسب = أو  $\neq$  لتصبح العبارة صحيحة :

- $\{٥، ٣\} \dots \{٥ -، ٣ -\}$
- مجموعة أحرف كلمة « حبر » ..... مجموعة أحرف كلمة « بحر » .
- $\{٣، ٢، ١\} \dots \{٣٢١\}$
- $\{٢\} \dots$  مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦ .
- مجموعة عوامل العدد ٩ .....  $\{٩، ٣، ١، -٩، -٣، -١\}$
- مجموعة أرقام العدد ٤٠٥٤١ .....  $\{٥، ٤، ١، ٠\}$

تمارين ذاتية :

- إذا كانت  $س = \{١:١، ٢:٢، ٣:٣، ٤:٤\}$  عدداً أولياً أصغر من ١٠ ،  
 $ع = \{ب:ب، ٣:ب، ٤:ب\}$  مضاعف من مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ١٤  
أ) فاكتب بطريقة ذكر العناصر كلاً من  $س$  ،  $ع$  .

ب) هل  $ع \supseteq س$  ؟ ولماذا ؟

ج) هل  $س \supseteq ع$  ؟ ولماذا ؟

٢ إذا كانت  $S = \{2, 3, 4\}$ ،  $V =$  مجموعة أرقام العدد ٤٤٣٢

أ) فاكتب  $V$  بذكر العناصر .

ب) هل  $S = V$  ؟ ولماذا ؟

٣ إذا كانت  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ،  $E = \{1:1, 2:2, 3:3, 4:4, 5:5, 6:6, 7:7, 8:8, 9:9, 10:10\}$

أ) فاكتب  $E$  بطريقة ذكر العناصر .

ب) هل  $E = S$  ؟ ولماذا ؟

٤ إذا كانت  $S = \{1:1, 2:2, 3:3, 4:4, 5:5, 6:6, 7:7, 8:8, 9:9, 10:10\}$ ،  $V = \{3, 5, 7\}$

أ) فاكتب  $S$  بذكر العناصر .

ب) هل  $1 \in S$  ؟ فسّر إجابتك .

ج) أذكر المجموعات الجزئية الأحادية والثنائية من  $S$  .

د) هل  $S = V$  ؟ ولماذا ؟

٥ إذا كانت  $N = \{7, 5, 3, 2, 1, 0\}$ ،  $E = \{3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7\}$

وكانت  $N = E$  . فأوجد قيمة كل من  $S$  ،  $H$  .

### مهارات تفكير عليا :

٦ استعن بالشكل المقابل ، ثم ضع الرمز المناسب  $\in, \subseteq, \not\subseteq, \ni$  لتحصل على عبارة صحيحة .



٧ إذا كانت  $\{4, 5, 7\} \subseteq \{3, 5, 7, 8, 9, 10\}$ ، فإن قيمة  $S + V$  تساوي :

أ) ٥      ب) ٧      ج) ٨      د) ١٢

# العمليات على المجموعات ( تقاطع – اتحاد )

٣ - ١

## Operations on Sets (Intersection - Union)

سوف تتعلّم : إيجاد عناصر المجموعة الناتجة من تقاطع أو اتحاد مجموعتين .

### العبارات والمفردات :

Union

الاتحاد  $\cup$

Intersection

التقاطع  $\cap$

### حلّ وناقش

تشارك وزارة التربية سنوياً في مسابقات الأولمبياد الخليجي والأولمبياد العربي لمادتي العلوم والرياضيات حيث حصد مجموعة من المتعلّمين الكويتيين ميداليات مختلفة على مدى سنوات في هذه المسابقات . ليكن :

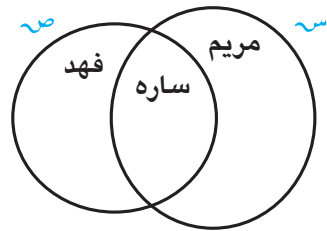


سـ هي مجموعة المتعلّمين المشاركين في مسابقة أولمبياد الرياضيات العربي لهذا العام وهم :  
 سـ = { ساره ، عليّ ، فاطمه ، مريم ، يوسف }



صـ هي مجموعة المتعلّمين المشاركين في مسابقة أولمبياد الرياضيات الخليجي لهذا العام وهم :  
 صـ = { فهد ، يوسف ، حصّه ، نوره ، ساره }

١ اكتب المجموعة التي تعبّر عن المشاركين في المسابقتين معاً.



٢ أكمل عناصر كلّ من سـ ، صـ في شكل قن المقابل.

٣ ظلّل المنطقة التي تمثّل المتعلّمين المشاركين في المسابقتين معاً.

• المنطقة المشتركة بين سـ ، صـ والتي تضمّ المتعلّمين المشاركين في المسابقتين معاً تُسمّى **التقاطع** .

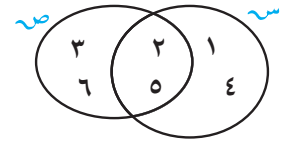
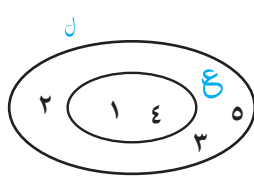
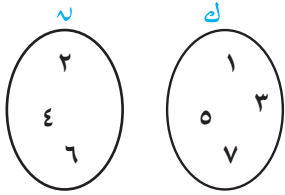
**التقاطع** بين سـ ، صـ : هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى سـ و **تنتمي** إلى صـ ؛ أي : تنتمي إلى (المجموعتين معاً) .

| إسم المجموعة        | تُكتب      | تُقرأ       | المخطّط |
|---------------------|------------|-------------|---------|
| التقاطع بين سـ ، صـ | $S \cap V$ | سـ تقاطع صـ |         |

ونعبر عن التقاطع بالصورة الرمزية  $\text{س} \cap \text{ص} = \{ \text{س} : \text{س} \in \text{س} \text{ و } \text{س} \in \text{ص} \}$ .

### مثال (١):

أوجد بذكر العناصر كلاً من المجموعات الآتية ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل التقاطع إن أمكن ذلك .



الحل :

$$\text{س} = \{ ١, ٣, ٥, ٧ \}$$

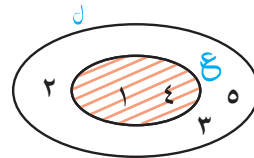
$$\text{ص} = \{ ٢, ٤, ٦ \}$$

$$\text{س} \cap \text{ص} = \emptyset$$

$$\text{س} = \{ ١, ٤ \}$$

$$\text{ص} = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥ \}$$

$$\text{س} \cap \text{ص} = \{ ١, ٤ \}$$



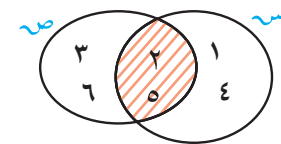
$$\text{س} \cap \text{ص} = \{ ٤, ٦ \}$$

$$\text{س} = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥ \}$$

$$\text{ص} = \{ ٢, ٣, ٤, ٥, ٦ \}$$

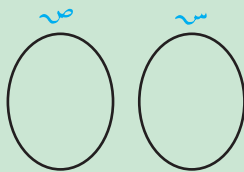
$$\text{س} \cap \text{ص} = \{ ٢, ٥ \}$$

$$\text{س} \cap \text{ص} = \{ ٢, ٥ \}$$

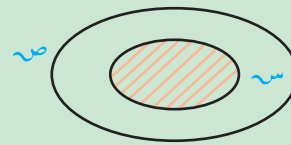


$$\text{س} \cap \text{ص} = \text{س} \cap \text{ص}$$

### الحالات الخاصة لتقاطع مجموعتين :



$$\text{س} \cap \text{ص} = \emptyset$$



$$\text{س} \supseteq \text{ص} \leftarrow \text{س} \cap \text{ص} = \text{ص}$$

### دورك الآن (١)

لتكن  $\text{س} =$  مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ١٠ ،  $\text{ص} = \{ ١, ٢, ٣, ٩ \}$

أوجد بذكر العناصر كلاً من :

$$\text{س} = \dots , \text{س} \cap \text{ص} = \dots$$

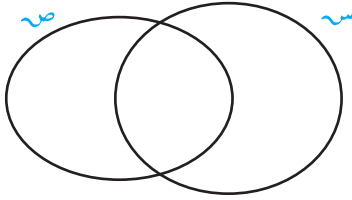
ب) مثل كلاً من  $\text{س}$  ،  $\text{ص}$  بمخطّط فن ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل  $\text{س} \cap \text{ص}$  .



بيّن صحّة العبارة الآتية أو خطأها ؛ مع التفسير :  
لأيّ مجموعتين  $S$  ،  $V$  إذا كانت  $\exists (S \cap V) \neq \emptyset$  فإنّ  $\exists V$  .

بالرجوع إلى حلّ وناقش:

١ أكتب المجموعة التي تعبر عن المتعلّمين المشاركين في أيّ من المسابقتين .



٢ أكمل عناصر كلّ من  $S$  ،  $V$  في شكل قن المقابل :

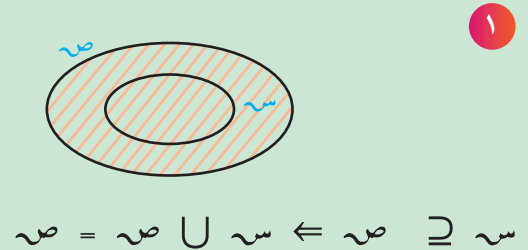
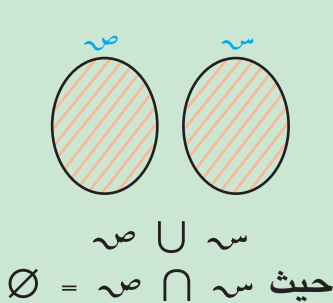
٣ ظلّل المنطقة التي تمثل المتعلّمين المشاركين في أيّ من المسابقتين .

**الاتحاد** بين  $S$  ،  $V$  : هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى  $S$  أو تنتمي إلى  $V$  .

| إسم المجموعة          | تُكتب      | تُقرأ         | المخطّط |
|-----------------------|------------|---------------|---------|
| الاتحاد بين $S$ ، $V$ | $S \cup V$ | $S$ اتحاد $V$ |         |

ونعبر عن الاتحاد بالصورة الرمزية  $S \cup V = \{x : x \in S \text{ أو } x \in V\}$

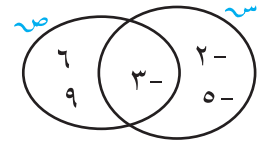
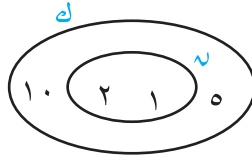
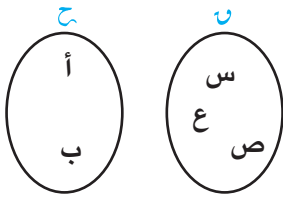
**الحالات الخاصة لاتحاد مجموعتين :**





مثال (٢) :

أوجد بذكر العناصر كلاً من المجموعات الآتية ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل الاتحاد .



الحل :

$$\{ع، ص، س\} = ن$$

$$\{أ، ب\} = ح$$

$$\{ع، ص، س، ب، أ\} = ح \cup ن$$

$$\{٢، ١\} = ن$$

$$\{١٠، ٥، ٢، ١\} = ك$$

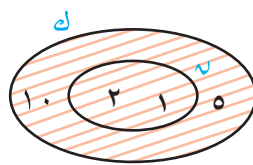
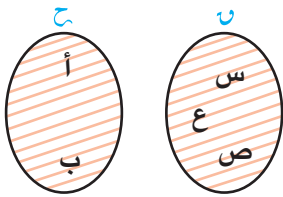
$$\{١٠، ٥، ٢، ١\} = ك \cup ن$$

$$\{٥-، ٣-، ٢-\} = س$$

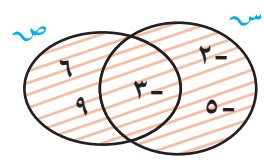
$$\{٩، ٦، ٣-\} = ص$$

$$\{٩، ٦، ٢-، ٣-، ٥-\} = س \cup ص$$

$$\{٩، ٦، ٢-، ٣-، ٥-\} = س \cup ص$$



$$ك \supseteq ن، ك \cup ن = ك$$



$$إذا س \cup ص = س \cup ص$$

دورك الآن (٢)

إذا كانت  $س = \{١ : ١ \exists ط، ١ عدداً فردياً أصغر من ١٠\}$

حيث ط هي مجموعة الأعداد الكلّية ،

$ص =$  مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من ١٠ ،

فأوجد بذكر العناصر كلاً من :

$س \cap ص، س \cup ص،$  ثم مثل المجموعتين بشكل فن وظلل المنطقة التي تمثل الاتحاد .

أ  $س = \{١، .....، ٥، .....، ٩\}$

ب  $ص = \{٧، .....، ٣، .....\}$

ج  $س \cap ص = \{.....، .....، ٣\}$

د  $س \cup ص = \{.....\}$

انتبه



العدد الأوّل هو العدد الذي له عاملان موجبان مختلفان فقط ، هما الواحد والعدد نفسه .



بَيِّنْ صَحَّةَ العبارة الآتية أو خطأها ، مع التفسير لأيِّ مجموعتين سـ ، صـ .  
إذا كانت  $٢ \notin \text{صـ}$  ، فإن  $٢ \notin (\text{سـ} \cup \text{صـ})$  .

## مثال (٣) :

من مخطط فن الذي أمامك ، أوجد بذكر العناصر كلاً من :

حـ ، صـ ، لـ ، حـ  $\cap$  صـ  $\cap$  لـ ، حـ  $\cup$  صـ  $\cup$  لـ

الحل :

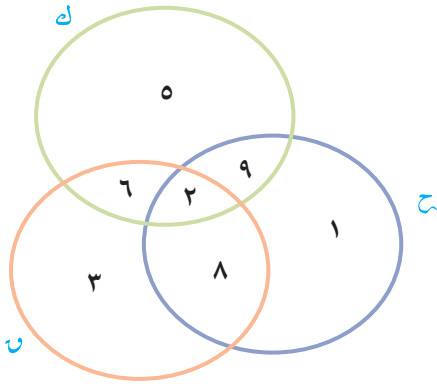
$$\{٩ ، ٨ ، ٢ ، ١\} = \text{حـ}$$

$$\{٨ ، ٦ ، ٣ ، ٢\} = \text{صـ}$$

$$\{٩ ، ٦ ، ٥ ، ٢\} = \text{لـ}$$

$$\{٢\} = \text{لـ} \cap \text{صـ} \cap \text{حـ}$$

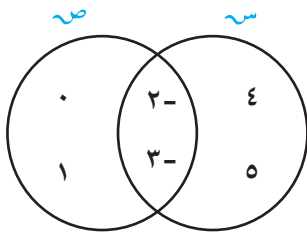
$$\{٩ ، ٨ ، ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١\} = \text{لـ} \cup \text{صـ} \cup \text{حـ}$$



## تمارين ذاتية :



١ بالاستعانة بمخطط فن الموضَّح أكمل ما يلي ، ثمَّ ظلِّلْ ما يمثِّل منطقة التقاطع إن أمكن :

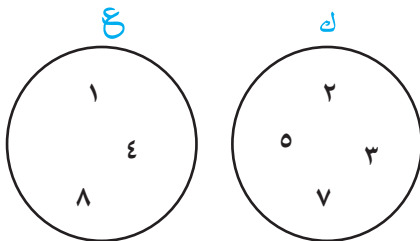


$$\text{سـ} = \dots$$

$$\text{صـ} = \dots$$

$$\text{سـ} \cap \text{صـ} = \dots$$

$$\text{سـ} \cup \text{صـ} = \dots$$

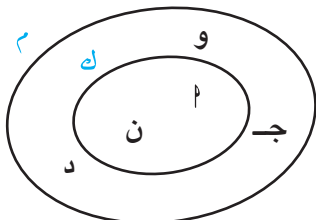


$$\text{لـ} = \dots$$

$$\text{عـ} = \dots$$

$$\text{لـ} \cap \text{عـ} = \dots$$

$$\text{لـ} \cup \text{عـ} = \dots$$



$$\text{مـ} = \dots$$

$$\text{لـ} = \dots$$

$$\text{مـ} \cap \text{لـ} = \dots$$

$$\text{مـ} \cup \text{لـ} = \dots$$

٢ إذا كانت  $E = \{p: p \geq 4, p \text{ عاملاً أولياً من عوامل العدد } 15\}$  ،  $N = \{-3, -2, -1, 3, 5\}$  فأوجد بذكر العناصر كلاً من :  $E \cap N$  ،  $E \cup N$  ، مثل كلاً من  $E$  ،  $N$  بمخطّط فن ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل  $E \cup N$  .

.....

.....

.....

.....

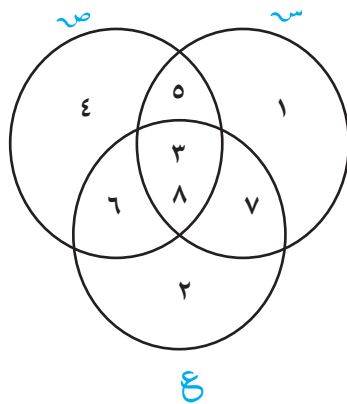
٣ إذا كانت  $S = \{s: s \geq 4, s > 9\}$  ،  $V = \{v: v \geq 8, v \text{ عاملاً موجباً من عوامل العدد } 8\}$  ، فأوجد بذكر العناصر كلاً من :  $S \cup V$  ،  $S \cap V$  ، ومثل كلاً من  $S$  ،  $V$  بشكل فن ، ثم ظلّل المنطقة التي تمثل  $S \cap V$  .

.....

.....

.....

.....



٤ من خلال مخطّط فن الذي أمامك ، أكمل ما يلي :

..... =  $S$

..... =  $V$

..... =  $E$

..... =  $S \cap V \cap E$

..... =  $S \cup V \cup E$

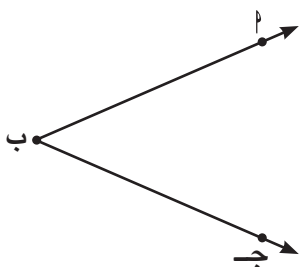
### مهارات تفكير عليا :



٥ في الشكل المقابل ، أكمل كلاً ممّا يلي :

..... =  $\overleftarrow{p} \cup \overleftarrow{q}$

..... =  $\overleftarrow{p} \cap \overleftarrow{q}$



سوف تتعلّم : إيجاد مجموعة الفرق بين مجموعتين .

## العبارات والمفردات :

Difference set

مجموعة الفرق

## إِسْتَكْشِفْ



ينقسم متعلّمو المرحلة الثانوية ابتداء من الصفّ الحادي عشر إلى قسمين «القسم العلمي» و «القسم الأدبي» ، بحيث تركّز دراستهم أكثر على بعض الموادّ كما أنّ هناك موادّ مشتركة بينهم .

| الموادّ<br>القسم  | إسلامية | رياضيات | علوم<br>بفروعه | إنجليزي | إجتماعيات<br>بفروعه | عربي | فرنسي |
|-------------------|---------|---------|----------------|---------|---------------------|------|-------|
| القسم العلمي<br>س | ✓       | ✓       | ✓              | ✓       |                     | ✓    |       |
| القسم الأدبي<br>ص | ✓       |         |                | ✓       | ✓                   | ✓    | ✓     |

١ من خلال الجدول السابق ، مثلّ المجموعتين باستخدام شكل فن .



### معلومة مفيدة :

مجالات التخصّصات

العلمية الجامعية مثل :

الطبّ ، الهندسة ، الصيدلة ،

الحاسب الآلي ، العلوم البيئية ، المختبرات

الطبيّة ، الرياضيات التطبيقية ، الذكاء

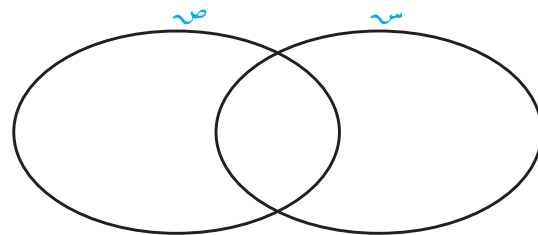
الاصطناعي .

مجالات التخصّصات الأدبية الجامعية

مثل : القانون ، الإعلام ، اللغات والترجمة ،

إدارة الأعمال ، العلاقات العامّة ، الشريعة ،

العلوم السياسية .



٢ أكتب الموادّ التي تُدرّس في القسم العلمي ولا تُدرّس في القسم الأدبي .

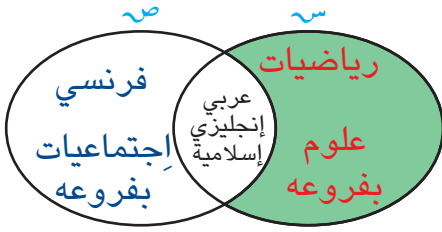
٣ أكتب الموادّ التي تُدرّس في القسم الأدبي ولا تُدرّس في القسم العلمي .

من خلال «استكشاف السابق» :

- مجموعة المواد التي تُدرّس في القسم العلمي  $S_e$  ولا تُدرّس في القسم الأدبي  $S_a$  تُسمّى مجموعة الفرق بين مجموعتين

وتُكتب  $S_e - S_a$

وتُظَلَّل كما في شكل فن المقابل .

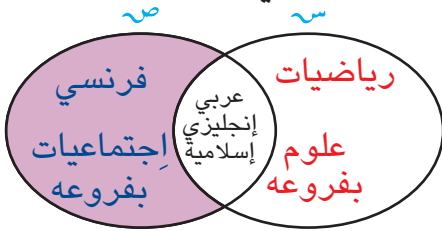


$S_e - S_a$  = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى  $S_e$  ولا تنتمي إلى  $S_a$

- وكذلك مجموعة المواد التي تُدرّس في القسم الأدبي  $S_a$  ولا تُدرّس في القسم العلمي  $S_e$  تُسمّى مجموعة الفرق بين مجموعتين

وتُكتب  $S_a - S_e$

وتُظَلَّل كما في شكل فن المقابل .



$S_a - S_e$  = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى  $S_a$  ولا تنتمي إلى  $S_e$

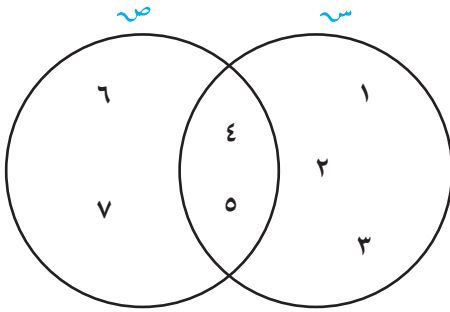
### مثال (١) :

من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :

أ)  $S_e - S_a$

ب)  $S_a - S_e$

ج) ماذا تلاحظ ؟



الحل :

أ)  $S_e - S_a = \{1, 2, 3\}$

ب)  $S_a - S_e = \{6, 7\}$

ج) نلاحظ أنّ  $S_e - S_a \neq S_a - S_e$

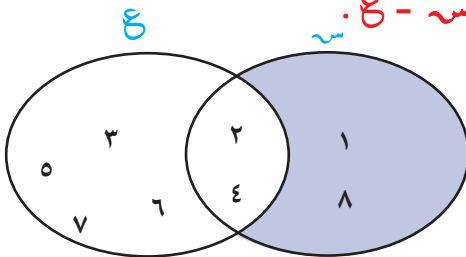
### مثال (٢) :

إذا كانت  $S_e = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ،  $S_a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ،

$S_e - S_a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ،  $S_a - S_e = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  ،

فأوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :  $S_e - S_a$  ،  $S_a - S_e$  .

ثمّ مثل كلّاً من  $S_e$  ،  $S_a$  بشكل فن ، وظلّل المنطقة التي تمثل  $S_e - S_a$  .



الحل :

$S_e = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$S_a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$S_e - S_a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$S_a - S_e = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

### مثال (٣) :

إذا كانت  $S = \{1, 3, 5\}$  ،  $V = \{1, 5\}$  ،

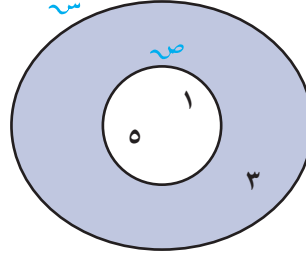
فأوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :

$S - V$  ،  $V - S$  ، ثمّ مثل كلّاً من  $S$  ،  $V$  بشكل فنّ ، وظلّل المنطقة التي تمثّل  $S - V$  .

الحلّ :

$$S - V = \{3\}$$

$$V - S = \emptyset$$



### دورك الآن (١)

إذا كانت  $S = \{0, 2, 4, 6\}$  ،  $E = \{b : b \geq 1, b \leq 4\}$  ، حيث  $V$  مجموعة الأعداد الصحيحة .

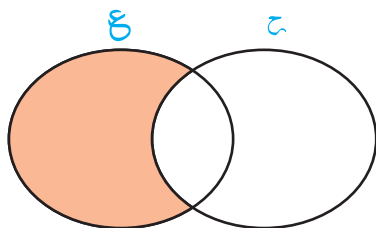
١ فأوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :

..... =  $E$   
 ..... =  $S - E$   
 ..... =  $E - S$

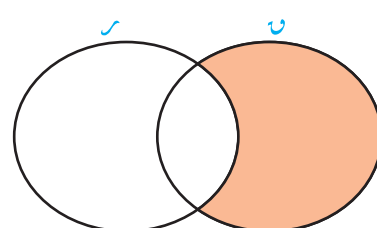
٢ مثل كلّاً من  $S$  ،  $E$  بشكل فنّ ، ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل  $E - S$  .

### دورك الآن (٢)

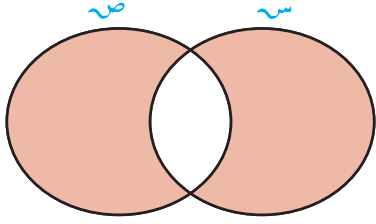
أكتب ما يمثّله الجزء المظلّل في كلّ من الأشكال الآتية :



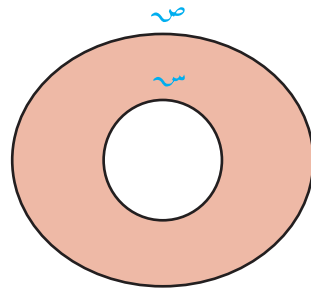
ب



أ



د



ج

عبّر عن فهمك

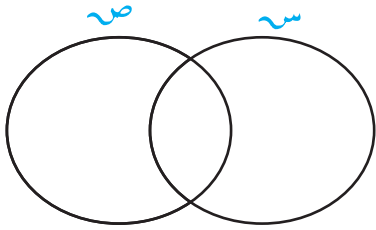


إذا كانت  $S \supseteq S$  ، فأوجد  $S - S$  .

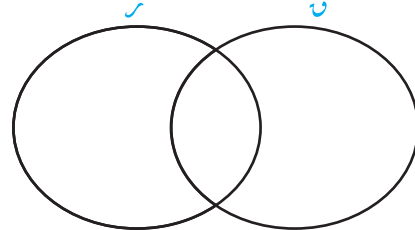
تمارين ذاتية :



١ ظلّل المنطقة التي تمثل كلاً ممّا يلي في الأشكال الآتية :



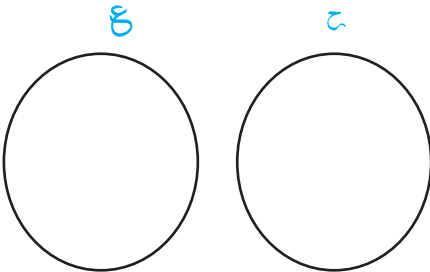
ب



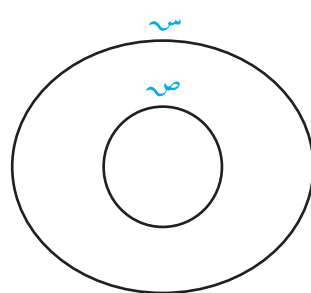
أ

$$(S - N) \cup (N - S)$$

$$N - R$$



د

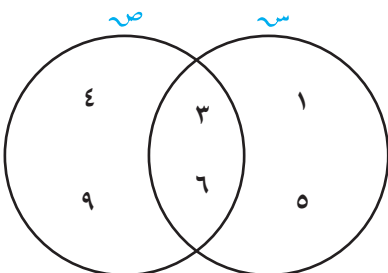


ج

$$A - B$$

$$S - S$$

٢ من شكل فن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :



$$S = \dots$$

$$S = \dots$$

$$S - S = \dots$$

$$S - S = \dots$$

٣ إذا كانت  $\sim$  = مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ٩ ،  $\sim = \{ ١, ٢, ٣, ٤, ٦ \}$  فأوجد بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :

أ  $\sim =$  .....

ب  $\sim - \sim =$  .....

ج  $\sim - \sim =$  .....

مثّل كلاً من  $\sim$  ،  $\sim$  بشكل فن ، ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل  $\sim - \sim$  .

٤ إذا كانت  $\mathcal{E} = \{ ١ : ٢ \div \sim$  ،  $١ \geq ٢ > ٥ \}$  ، حيث  $\sim$  مجموعة الأعداد الصحيحة .

$\mathcal{C} = \{ \text{ب} : \text{ب} \div \text{ط} ، \text{ب} \text{ عامل من العوامل الأولية للعدد } ٣٠ \}$  ، فأوجد بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :

..... =  $\mathcal{E}$

..... =  $\mathcal{C}$

..... =  $\mathcal{C} - \mathcal{E}$

مثّل كلاً من  $\mathcal{E}$  ،  $\mathcal{C}$  بشكل فن ، ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل  $\mathcal{C} - \mathcal{E}$  .

### مهارات تفكير عليا :

٥ لتكن  $\mathcal{P}$  مجموعة الأعداد الكلّية ،  $\sim$  مجموعة الأعداد الصحيحة .

أ أوجد  $\sim - \mathcal{P}$  . .....

ب مثّل المجموعتين بشكل فن .



# المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة Overall Set - Complement of a Set

١ - ٥

سوف تتعلّم: إيجاد المجموعة الشاملة والمجموعة المتممة.

## العبارات والمفردات:

Complement of a Set

المجموعة المتممة

Overall Set

المجموعة الشاملة

## حلّ وناقش

لتكن:  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

١ أكتب مجموعة  $A$  بحيث كل من  $S$ ,  $A$ ,  $B$  مجموعة جزئية منها.

$A = \dots$

٢ أكتب مجموعة أخرى  $M$  بحيث كل من  $S$ ,  $A$ ,  $B$  مجموعة جزئية منها.

$M = \dots$

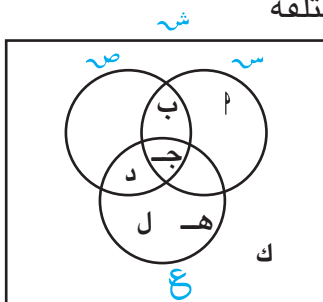
تُسمّى كل من  $S$ ,  $A$ ,  $B$ , ... مجموعة شاملة للمجموعات  $S$ ,  $A$ ,  $B$  في أمثلة مختلفة

وعادة نرسم إلى المجموعة الشاملة بالرمز  $S$ .

لتكن  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

المجموعة الشاملة لكل من  $S$ ,  $A$ ,  $B$

وتُمثّل بشكل ثن المقابل.



## دورك الآن (١)

من الشكل المقابل:

١ أكتب بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي:

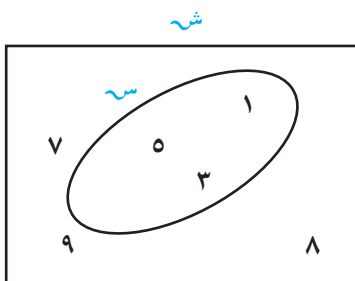
$A = \dots$

$B = \dots$

$S - A = \dots$

٢ أكمل:

$(S - A) \cap (S - B) = \dots$ ,  $(S - A) \cup (S - B) = \dots$



من دورك الآن ( ١ ) السابق :

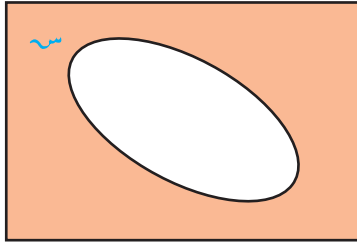
مجموعة العناصر التي تنتمي إلى  $S$  ولا تنتمي إلى  $H$  هي  $S - H$

وتُسمى **مجموعة متممة  $S$**

ويُرمز إليها بالرمز :  $\overline{S}$  أو  $S^c$

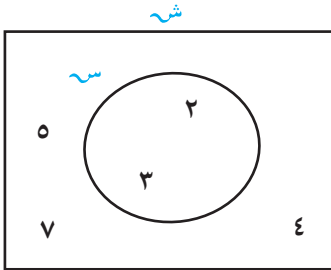
وتُظَلَّل كما في شكل قن المقابل .

أي أن  $\overline{S} = S^c = S - H$



## دورك الآن (٢)

من شكل قن المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :



$S - H = \{ \dots \}$

$\overline{S} = \{ \dots \}$

$\overline{S - H} = \{ \dots \}$

$S \cap H = \{ \dots \}$

$\overline{S \cap H} = \{ \dots \}$

$S \cup H = \{ \dots \}$

$\overline{S \cup H} = \{ \dots \}$

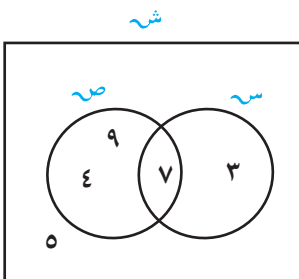
$\overline{\overline{S \cup H}} = \{ \dots \}$

ويمكن استنتاج أنّ :

|                                                        |                                                        |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $S \cup \overline{S} = U$                              | $S \cap \overline{S} = \emptyset$                      |
| $\overline{\overline{S}} = S$                          | $\overline{S - H} = \overline{S} \cup H$               |
| $S \cap H = H \cap S$                                  | $S \cup H = H \cup S$                                  |
| $\overline{S \cap H} = \overline{S} \cup \overline{H}$ | $\overline{S \cup H} = \overline{S} \cap \overline{H}$ |
| $\overline{\emptyset} = U$                             | $\overline{U} = \emptyset$                             |

## دورك الآن (٣)

من شكل قن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :



$S - H = \{ \dots \}$

$S \cap H = \{ \dots \}$

$\overline{S} = \{ \dots \}$

$\overline{\overline{S}} = \{ \dots \}$



## معلومة مفيدة :

« Augustus de Morgan »

عالم رياضيات إنجليزي

وُلد في مدينة مدراس

الهندية عام ١٨٠٦ م حيث كان يعمل

والده ، ثم أكمل دراسته في بريطانيا ونبغ

في علوم الرياضيات والفلسفة .

..... =  $\overline{\overline{S}}$

..... =  $\overline{S} \cap \overline{S}$

..... =  $S \cup S$

..... =  $\overline{S \cup S}$

..... ماذا تلاحظ؟

..... =  $\overline{S \cup S}$

..... =  $S \cap S$

..... =  $\overline{S \cap S}$

..... ماذا تلاحظ؟

قوانين دي مورغان de Morgan Laws :

$$\overline{S \cup S} = \overline{S} \cap \overline{S}$$

$$\overline{S \cap S} = \overline{S} \cup \overline{S}$$

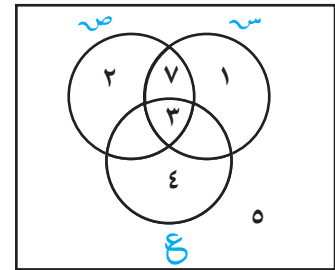
## مثال (١):

من شكل قن التالي ، أوجد كلاً من :

شـ ، سـ ،  $\overline{S}$  ، سـ - عـ ،

ثم ظلل المنطقة التي تمثل ( سـ - عـ ) .

شـ



الحل :

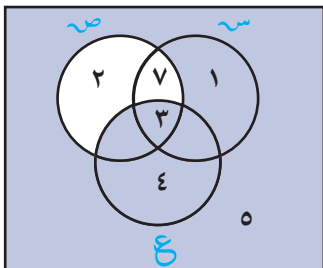
$$\{ ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ \} = \text{شـ}$$

$$\{ ٧ ، ٣ ، ١ \} = \text{سـ}$$

$$\{ ٥ ، ٤ ، ١ \} = \overline{S}$$

$$\{ ٧ ، ١ \} = \text{سـ - عـ}$$

شـ



$\overline{S - E}$

## مثال (٢):

إذا كانت المجموعة الشاملة  $ش = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$ ،

$ص = \{١ : ١ \geq ٢ > ٤\}$ ،

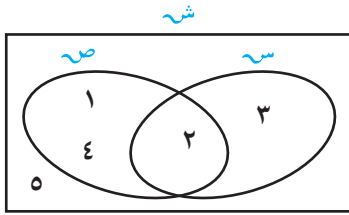
$س = \{ب : ب \exists ط، ب عامل من عوامل العدد ٤\}$

فأوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :

$ص، س، \overline{ص}، \overline{س}، (\overline{ص \cap س})، (\overline{ص \cup س})، (\overline{\overline{ص \cap س}})$

مثّل كلّاً من  $ش، س، ص$  بشكل فن .

**الحلّ :**



$ش = \{٢، ٣\}$

$ص = \{٤، ٢، ١\}$

$\overline{ص} = \{٥، ٤، ١\}$

$\overline{ش} = \{٥، ٣\}$

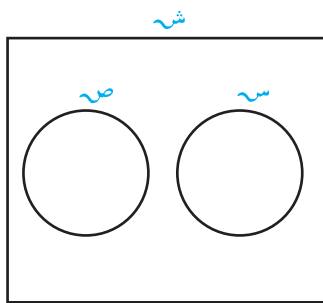
$\{٥، ٤، ٣، ١\} = \{٥، ٣\} \cup \{٥، ٤، ١\} = \overline{ص} \cup \overline{ش} = (\overline{ص \cap ش})$

$\{٥\} = \overline{ص} \cap \overline{ش} = (\overline{ص \cup ش})$

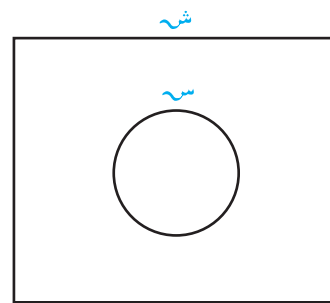
$\{٢\} = ص \cap س = (\overline{\overline{ص \cap س}})$

## دورك الآن (٤)

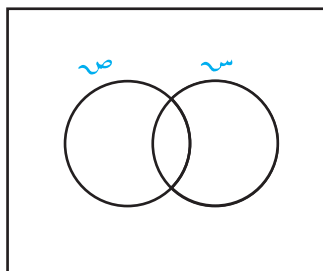
ظّل المنطقة التي تمثّل كلّاً ممّا يلي في الأشكال الآتية :



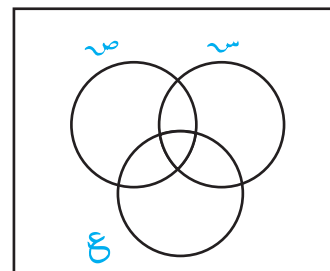
$\overline{ص \cup س}$



$\overline{س}$



$(\overline{س - ص})$



$(\overline{س \cap ص \cap ع})$



٤ إذا كانت المجموعة الشاملة  $ش = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$  ،

$م$  = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،

$ك = \{1 : 1 \geq 1 > 1 \text{ عدد زوجي} \}$  .

أ) أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي :  $م$  ،  $ك$  ،  $\overline{م}$  ،  $\overline{ك}$  ،  $(\overline{م \cap ك})$  ،  $(\overline{م - ك})$

.....

.....

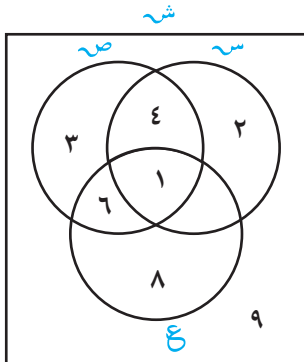
.....

.....

.....

.....

ب) مثل كلاً من  $ش$  ،  $م$  ،  $ك$  بشكل فن ، ثم ظلّ المنطقة التي تمثل  $(\overline{م \cap ك})$  .



٥ من شكل فن المقابل ، أكمل بذكر العناصر كلاً مما يلي :

- أ)  $ش =$  .....
- ب)  $ص =$  .....
- ج)  $\overline{ش} =$  .....
- د)  $ص - ع =$  .....
- هـ)  $(\overline{ش \cap ص}) =$  .....

ثم ظلّ المنطقة التي تمثل  $(\overline{ش - ع})$  .

سوف تتعلّم : الحاصل الديكارتي .

## العبارات والمفردات :

Arrow Diagram  
Graph

مخطّط سهمي  
مخطّط بياني

Ordered Pair

زوج مرتّب

Cartesian Product حاصل الضرب الديكارتي

## إِسْتَكْشِفْ



شركة من المشروعات الصغيرة لديها ٣ موظّفين وهم : حسن و خالد وأمل .  
لتكن  $S$  تمثّل مجموعة موظّفي الشركة ،  $V$  تمثّل مجموعة  
التزامات الشركة نحو موظّفيها وهي : السكن ، والراتب ، والتأمين  
الصحيّ .

١ كَوْنِ المجموعة  $S = \{ \quad , \quad , \quad \}$

٢ كَوْنِ المجموعة  $V = \{ \quad , \quad , \quad \}$

٣ أكْمِلْ لتوجد كلّ الأزواج المرتّبة التي تربط مجموعة الموظّفين بمجموعة التزامات الشركة .

{ ( حسن ، السكن ) ، ( حسن ، ..... ) ، ( التأمين الصحيّ ) ،  
( ..... ، السكن ) ، ( خالد ، الراتب ) ، ( ..... ، ..... ) ،  
( أمل ، ..... ) ، ( ..... ، ..... ) ، ( أمل ، التأمين الصحيّ ) }



## معلومة مفيدة :

العالم الفرنسي ديكارت  
من القرن التاسع عشر  
رائد الفلسفة الحديثة  
وصاحب المقولة الشهيرة : أنا أفكر إذا  
أنا موجود .

أشتهر بإقامة علاقات مهمّة بين الهندسة  
والجبر ، ممّا سمح بحلّ المشكلات  
الهندسية باستخدام المعادلات الجبرية .

• نسمّي مجموعة الأزواج المرتّبة ( العناصر )

بالحاصل الديكارتي ونرمز إليه بالرمز  $S \times V$

**الحاصل الديكارتي** ( أو حاصل الضرب الديكارتي )  $S \times V$  :  
هو مجموعة كلّ الأزواج المرتّبة ( ١ ، ب ) حيث المسقط الأوّل  
١  $\in S$  ، و المسقط الثاني ب  $\in V$  .

أي أنّ :  $S \times V = \{ ( ١ ، ب ) : ١ \in S ، ب \in V \}$   
وعدد عناصر  $S \times V =$  عدد عناصر  $S \times$  عدد عناصر  $V$

## مثال (١):

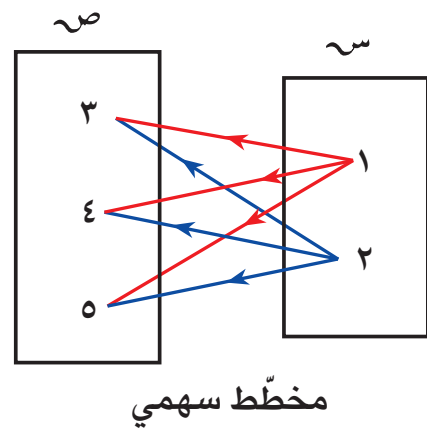
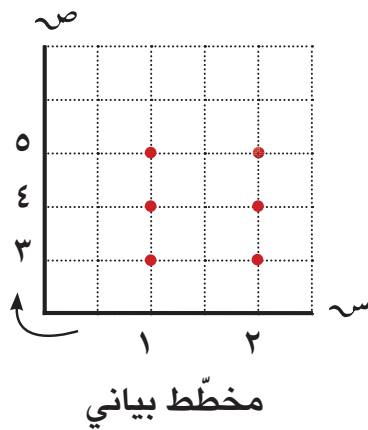
إذا كانت  $S = \{1, 2\}$  ،  $V = \{3, 4, 5\}$  :

- أوجد عدد عناصر  $S \times V$  .
- اكتب  $S \times V$  بذكر العناصر .
- مثل  $S \times V$  بمخطط سهمي وبمخطط بياني .
- اكتب  $S \times V$  بذكر العناصر .

الحل :

أ عدد عناصر  $S \times V = 2 \times 3 = 6$  عناصر

ب  $S \times V = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$



د  $S \times V = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$

عبر عن فهمك



في المثال السابق :

- هل  $(1, 3) \in S \times V$  ؟
- هل  $S \times V = V \times S$  ؟
- هل عدد عناصر  $S \times V =$  عدد عناصر  $V \times S$  ؟ فسر إجابتك .



## مثال (٢):

إذا كانت  $S = \{2, 3, 4\}$ .

أ) أوجد عدد عناصر  $S \times S$ .

ج) أكتب  $S \times S$  بذكر الصفة المميزة.

ب) أكتب  $S \times S$  بذكر العناصر.

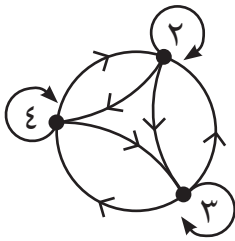
د) مثل  $S \times S$  بمخطط بياني وآخر سهمي.

الحل:

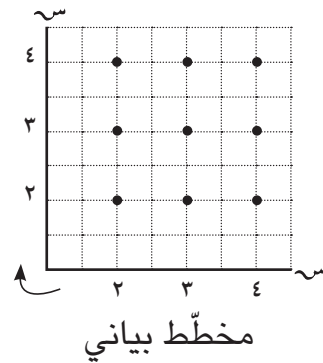
أ) عدد عناصر  $S \times S = 3 \times 3 = 9$  عناصر

ب)  $S \times S = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$

ج) الصفة المميزة  $S \times S = \{(b, a) : a, b \in S\}$



مخطط سهمي

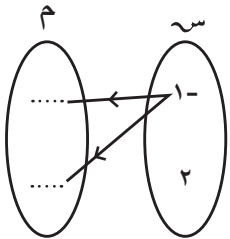


مخطط بياني

## دورك الآن (١)



إذا كانت  $S = \{1, 2\}$ ،  $M = \{b : b \in S, b \geq 2\}$  حيث  $S$  مجموعة الأعداد الصحيحة، فأكمل ما يلي:



أ)  $M = \{1, \dots\}$

ب)  $S \times M = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), \dots\}$

ج) المخطط السهمي  $S \times M$

د)  $(1, 2) \notin S \times M$

## دورك الآن (٢)



إذا كانت  $S \times S = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

فأوجد  $S$ ، بذكر العناصر.

$S = \{ \dots \}$

$S = \{ \dots \}$



١ إذا كانت  $s = \{3, 6, 9\}$  ،  $s = \{4, 6\}$  ، فاكتب كلًّا من  $s \times s$  ،  $s \times s$  ،  $s \times s$  بذكر العناصر.

٢ إذا كانت  $S \times V = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0), (0, 0), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (0, 5)\}$ .

١ اُكْتُبْ كَلَامًا مِنْ سِهْ ، صِهْ بِذِكْرِ الْعُنَاصِرِ . . . . .

**ب** مثل سہ × صہ بمخاط سہمی .

٣ إذا كانت  $s = \{1 : 2 \in \mathcal{P}, 1 \text{ عدداً أولياً أصغر من } 7\}$ ، حيث  $\mathcal{P}$  مجموعة الأعداد الكلية،  
 $\mathcal{H} = \{b : b \in \mathcal{N}, -2 > b \geq 1\}$ ، حيث  $\mathcal{N}$  مجموعة الأعداد الصحيحة.

١ اُكْتُبْ كَلَامًا مِنْ سِه، لِذِكْرِ الْعُنَاصِرِ. ....

**(ب)** اُکٲب سہ  $\times$  ل بذکر العناصر ، واذکر عدد عناصرها .

ج) مثل سہ  $\times$  ل بمخطّط بیانی .

A large grid of dotted lines for writing, consisting of 10 columns and 20 rows. The grid is formed by vertical and horizontal dotted lines, creating a series of small squares across the page.

٤ إذا كانت  $S = \{b : b \in T, b \text{ عددًا زوجيًا أصغر من } 6\}$

أ) أوجد  $S$  بذكر العناصر.

---

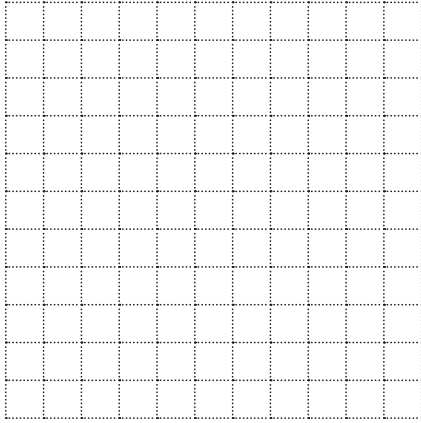
---

ب) اكتب  $S \times S$  بذكر العناصر.

---

---

ج) مثل  $S \times S$  بمخطط سهمي وآخر بياني.



مخطط بياني



مخطط سهمي

سوف تتعلّم : مفهوم العلاقة وكيفية إيجاد العلاقة بين مجموعة وأخرى .

## العبارات والمفردات :

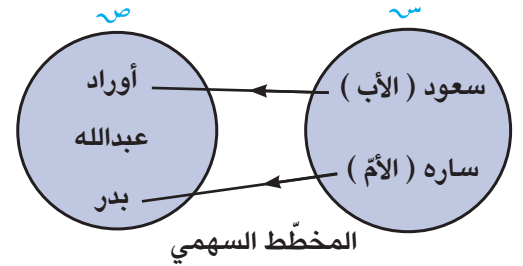
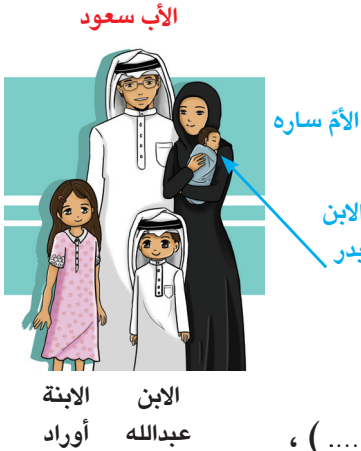
Relation from a Set to Another  
Relation on a Set

علاقة من مجموعة إلى مجموعة أخرى  
علاقة على مجموعة

## استكشف



تخرّج سعود من الجامعة وحصل على وظيفة مناسبة ، ثم تزوّج ورزق بعائلة كما هو موضح في المخطّط الآتي :



١ استعن بالصورة التي أمامك لإكمال المخطّط السهمي الذي يمثّل  $S \times V$  .

٢ أكتب  $S \times V$  بذكر العناصر .

$S \times V = \{ (سعود ، أوراد) ، (سعود ، ..... ) ، (سعود ، ..... ) ، (ساره ، ..... ) ، (ساره ، ..... ) ، (ساره ، ..... ) \}$

٣ أكمل التمثيل البياني  $S \times V$  المقابل .

إجعل ع هي علاقة « أب » من  $S$  إلى  $V$  ،

فمثلاً سعود أب لـ أوراد ، .....

وأيضاً ع هي علاقة « أم » من  $S$  إلى  $V$  ،

فمثلاً ساره أم لـ أوراد ، .....

٤ أكمل جميع الأزواج المرتبة التي تمثّل علاقة ( أب ) :

$E = \{ (سعود ، أوراد) ، (سعود ، ..... ) ، (سعود ، ..... ) \}$

٥ أكمل جميع الأزواج المرتبة التي تمثّل علاقة ( أم ) :

$E = \{ (ساره ، أوراد) ، (ساره ، ..... ) ، (ساره ، ..... ) \}$

٦ أ هل  $E \supseteq S \times V$  ؟ .....

ب هل  $E \subsetneq S \times V$  ؟ .....

لتكن  $S$  ،  $V$  مجموعتين غير خاليتين تكون «  $E$  » علاقة من  $S$  إلى  $V$  عندما تكون «  $E$  » مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى  $S \times V$  ونعبر عن ذلك  $E \subseteq S \times V$  .

### مثال (١):

إذا كانت  $S = \{ 3, 5 \}$  ،  $V =$  مجموعة أرقام العدد ٢٢ ٣٤٤



#### معلومة مفيدة:

يستخدم العلماء العلاقة بين عمق المحيط وضغط الماء على الجسم ، فكلما زاد العمق زاد الضغط على الجسم . فجاذبية الأرض تجذب الماء إلى الأسفل ، وهو ما يسبب الضغط .

أ) اكتب  $V$  بذكر العناصر .

ب) اكتب حاصل الضرب الديكارتى  $S \times V$  .

ج) أي مما يلي يمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  ، مع ذكر السبب :

$$E_1 = \{ (2, 5), (3, 3), (4, 3) \}$$

$$E_2 = \{ (5, 4), (3, 2), (3, 3), (4, 3) \}$$

$$E_3 = \{ (2, 5), (3, 5), (4, 5), (2, 3) \}$$

$$E_4 = \{ (3, 3) \}$$

الحل:

$$A) V = \{ 4, 3, 2 \}$$

$$B) S \times V = \{ (4, 5), (3, 5), (2, 5), (4, 3), (3, 3), (2, 3) \}$$

ج)  $E_1$  تمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  لأن  $E_1 \subseteq S \times V$   
 $E_2$  لا تمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  لأن  $(5, 4) \in E_2$   
ولكن  $(5, 4) \notin S \times V$  (أنكر سبباً آخر)

$$E_3$$
 تمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  لأن  $E_3 \subseteq S \times V$

$$E_4$$
 تمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  لأن  $E_4 \subseteq S \times V$

### عبر عن فهمك



من مثال (١) إذا كانت  $E = \{ (2, 5), (7, 3), (4, 3) \}$  ، فهل  $E$  تمثل علاقة من  $S$  إلى  $V$  ؟ فسر إجابتك .

## مثال (٢):

فيما يلي مجموعة من العلاقات المعروفة على  $S = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ .

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها:

أ)  $R_1$  علاقة «ضعف» من  $S$  إلى  $S$ .

ب)  $R_2 = \{(a, b) : a \in S, b \in S, a + b = 8\}$

ج)  $R_3 = \{(a, b) : a \in S, b \in S, a = b\}$

د)  $R_4 = \{(a, b) : a \in S, b \in S, \sqrt{a} = b\}$

مثّل  $R_1$  بمخطط سهمي و  $R_2$  بمخطط بياني.

الحل:

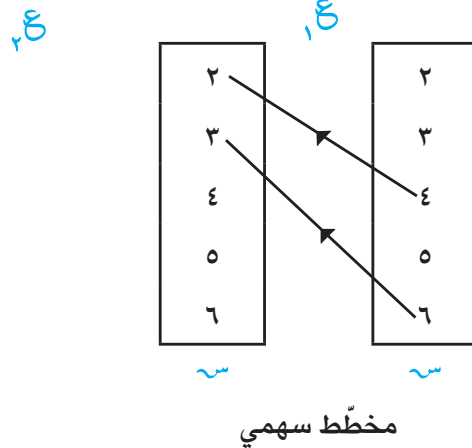
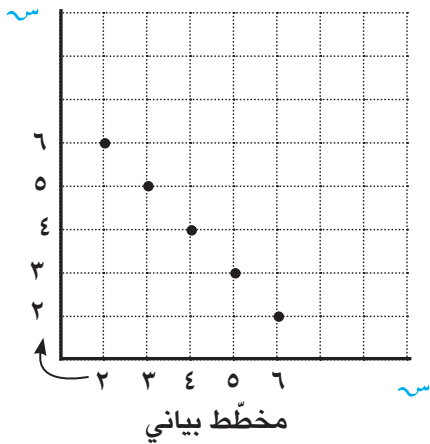
أ) حيث إنّ ٤ ضعف العدد ٢ ، ٦ ضعف العدد ٣

فإنّ:  $R_1 = \{(2, 4), (3, 6)\}$

ب)  $R_2 = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

ج)  $R_3 = \{(2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

د)  $R_4 = \{(4, 2)\}$



## ملاحظة:

تكون «ع» علاقة على  $S$  إذا كانت  $E \subseteq S \times S$ .

## عبّر عن فهمك

من مثال (٢): اكتب علاقات أخرى معروفة على  $S$ .

### مثال (٣) :

إذا كانت  $S = \{1, 3, 5\}$  ،  $V = \{3, 4, 8, 9, 10, 15\}$  ،

أولاً :  $E$  ، علاقة من  $S$  إلى  $V$

حيث  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  .

أ) أكتب  $E$  ، بذكر العناصر .

ب) مثل  $E$  ، بمخطط بياني .

ثانياً :  $E$  ،  $E$  علاقات من  $S$  إلى  $V$

ج) أكتب العلاقة  $E$  المبينة في المخطط السهمي المقابل :  
بذكر العناصر ، والصفة المميزة .

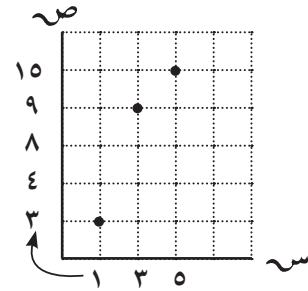
د) أكتب بذكر العناصر  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  .

الحل :

أولاً :

أ)  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  ،

ب)



ثانياً :

ج)  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  ،

$E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  ،

د)  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  ،

#### انتبه



عندما نقول إن  $E$  علاقة ثلث ،  
يعني أن في كل زوج مرتب  
المسقط الأول يساوي ثلث  
المسقط الثاني .

#### عبّر عن فهمك

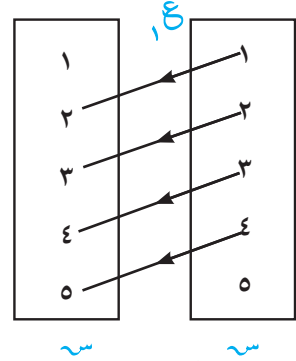
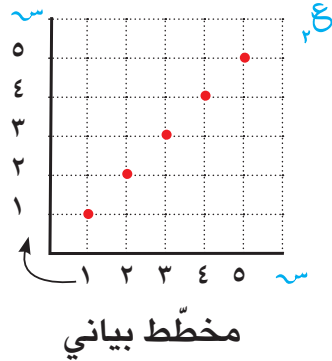


يرى نواف أن  $E = \{(1, 3), (1, 4), (3, 8), (3, 9), (5, 10), (5, 15)\}$  في مثال (٣) .

هل رأي نواف صحيح أو خطأ ؟ فسر ذلك .

## مثال (٤):

أكتب العلاقة  $\mathcal{E}$ ،  $\mathcal{E}_1$  على  $\mathcal{S}$  التي يمثلها كل من المخططين السهمي والبياني الآتيين، بذكر العناصر ثم بذكر الصفة المميزة.



الحل:

$$\mathcal{E}_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$$

$$\mathcal{E}_1 = \{(b,1) : b \in \mathcal{S}, 1 = b\}$$

$$\mathcal{E} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$$

$$\mathcal{E} = \{(b,1) : b \in \mathcal{S}, 1 = b\}$$

## تمارين ذاتية:

١ إذا كانت  $\mathcal{S} = \{1, 2, 3\}$ ،  $\mathcal{V} = \{4, 5, 8\}$ ، فأبني المجموعات الآتية تمثل علاقة من  $\mathcal{S}$  إلى  $\mathcal{V}$ ؟ وأيها تمثل علاقة من  $\mathcal{V}$  إلى  $\mathcal{S}$  مع ذكر السبب.

أ  $\mathcal{H} = \{(1,4), (2,5), (3,8), (4,1)\}$

ب  $\mathcal{D} = \{(1,8), (2,5), (3,1)\}$

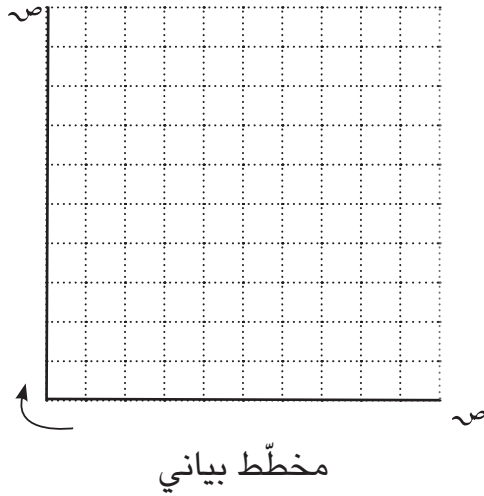
ج  $\mathcal{U} = \{(1,4), (2,5), (3,8), (4,1)\}$

٢ لتكن  $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

أ أكتب  $\mathcal{E}$  علاقة من  $\mathcal{V}$  إلى  $\mathcal{V}$  بذكر العناصر، حيث  $\mathcal{E} = \{(b,1) : b \in \mathcal{V}, 1 = b\}$



ب) مثل ع بمخطط سهمي وبياني .



مخطط بياني

مخطط سهمي

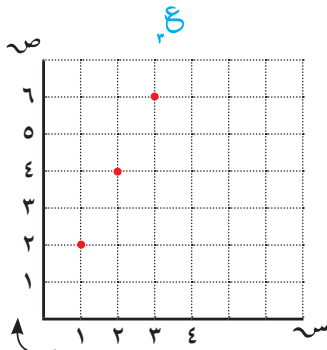
٣ فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة من س إلى ص ، حيث  $س = \{3, 6, 9\}$  ،  $ص = \{3, 6, 9, 12, 15\}$  . أكتب كل علاقة بذكر عناصرها .

أ)  $هـ = \{(ب, ١) : ب \in س, ب \in ص, ب < ١\}$

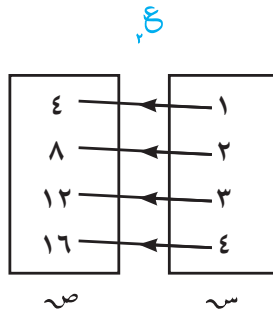
ب)  $ل = \{(ب, ١) : ب \in س, ب \in ص, ب = ١\}$

ج)  $ع = \{(ب, ١) : ب \in س, ب \in ص, ب + ٦ = ١\}$

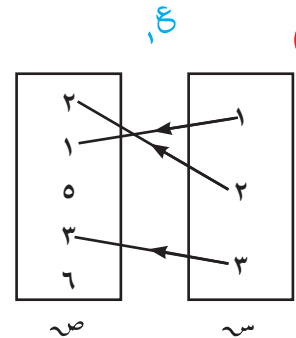
٤ أكتب العلاقات  $ع_١, ع_٢, ع_٣$  على المجموعات الممثلة بالمخططات الآتية ، بذكر العناصر ثم بذكر الصفة المميزة .



$ع_٢ =$

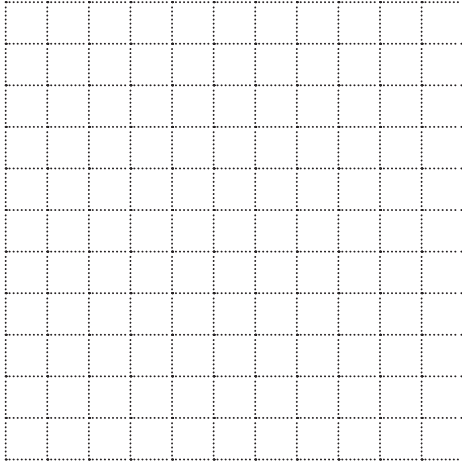


$ع_٣ =$



$ع_١ =$

٥ من الجدول الآتي ، أكتب علاقة (الوزن ، السعر) كمجموعة أزواج مرتّبة ، ثمّ مثلّها بيانيًا .



| أسعار السمك   |                 |
|---------------|-----------------|
| الوزن ( كجم ) | السعر ( دينار ) |
| ١             | ٢,٥             |
| ٢             | ٥               |
| ٥             | ١٢,٥            |
| ١٠            | ٢٥              |

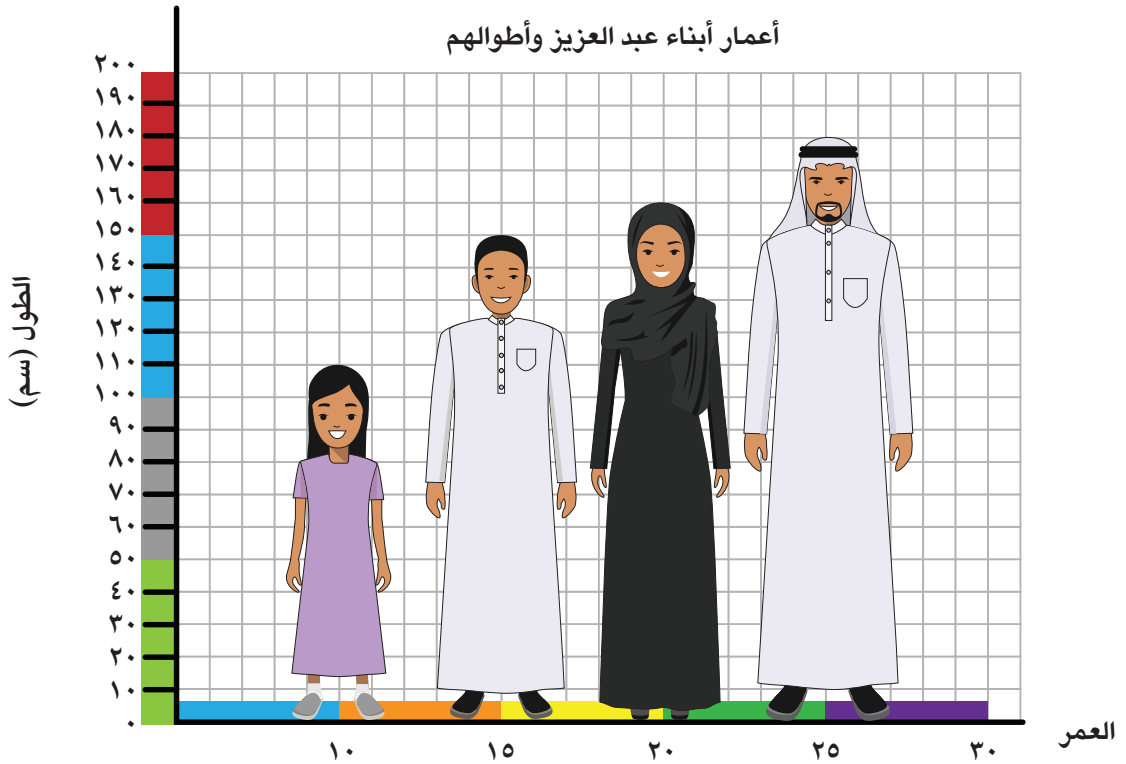
.....

.....

.....

.....

٦ من المخطّط البياني ، عبّر عن علاقة ( العمر ، الطول ) لأبناء عبد العزيز بصورة أزواج مرتّبة .



.....

.....

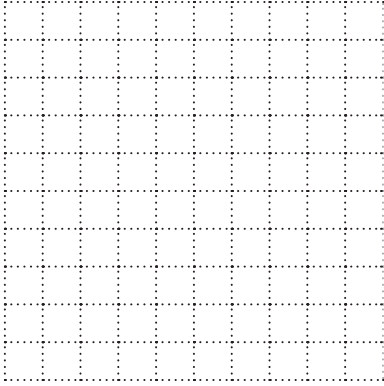
.....

٧ إذا كانت  $S = \{1, 3, 5\}$  ،  $V = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  ،

$E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10)\}$  .

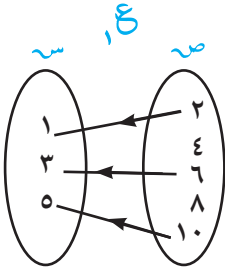
أ) اكتب  $E$  بذكر العناصر .

ب) مثل  $E$  بمخطط بياني .



ج) اكتب العلاقة  $E$  المبينة في المخطط السهمي الآتي

بذكر العناصر والصفة المميّزة .



د) هل  $E = E$  ؟

# تقويم الوحدة التعليمية الأولى

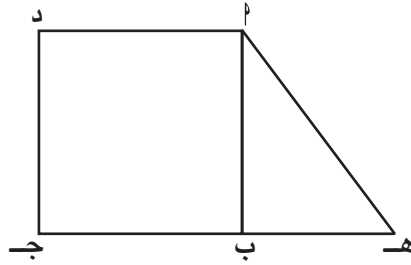
## Unit One Assessment

### أولاً: البنود المقالية

١ إذا كانت  $s = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ ، فأَيُّ من العبارات الآتية صحيحة .

- أ  $1 \in s$  .....  
 ب  $7 \in s$  .....  
 ج  $1 \notin s$  .....  
 د  $5 \in s$  .....  
 هـ  $\{1, 3\} \supseteq s$  .....  
 و  $\{7\} \not\supseteq s$  .....

٢ تأمّل الشكل المقابل ، وُضِعَ الرمز المناسب  $\in$  أو  $\notin$  أو  $\supseteq$  أو  $\not\supseteq$  .



- أ  $\overline{د ج} \square$  .....  
 ب  $\overline{ج د} \square$  .....  
 ج  $\overline{هـ ب} \square$  .....

٣ إذا كانت  $s =$  مجموعة الأعداد الكليّة الأصغر من ٥،  $v = \{0, 1, 2, 3\}$ ، فهل  $s = v$  ؟  
 فسّر إجابتك .

.....

.....

.....

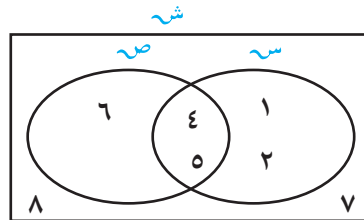
٤ إذا كانت  $S = \{1:1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:6, 1:7, 1:8, 1:9, 1:10, 1:11, 1:12\}$  ،  $D = \{d:1, d:2, d:3, d:4, d:5, d:6, d:7, d:8, d:9, d:10, d:11, d:12\}$  ، فأوجد بذكر العناصر كلاً من :

- أ  $S =$  .....  
 ب  $S =$  .....  
 ج  $S \cap D =$  .....  
 د  $S \cup D =$  .....  
 ثم مثل  $S$  ،  $D$  بمخطط فن وظلل  $S \cap D$  .

٥ إذا كانت  $E = \{s:1, s:2, s:3, s:4, s:5, s:6, s:7, s:8, s:9, s:10, s:11, s:12\}$  ،  $L = \{l:1, l:2, l:3, l:4, l:5, l:6, l:7, l:8, l:9, l:10, l:11, l:12\}$  ، فأوجد كلاً مما يلي :

- أ  $E =$  .....  
 ب  $E \cup L =$  .....  
 ج  $E \cap L =$  .....  
 د  $E \cup L \cup H =$  .....  
 هـ  $E \cap L \cap H =$  .....

٦ من شكل فن أدناه ، أكمل بذكر العناصر كلاً مما يلي :



- أ  $ش =$  .....  
 ب  $س =$  .....  
 ج  $ص =$  .....  
 د  $س - ص =$  .....  
 هـ  $ص - س =$  .....  
 و  $\overline{س} =$  .....

ثم ظلل المنطقة التي تمثل  $(س - ص)$  .

٧ لتكن المجموعة الشاملة  $S = \{x \mid x \text{ مجموعة الأعداد الكليّة الأصغر من } 5\}$  ،  
 $S = \{x \mid x \geq 1, x \in \mathbb{Z}\}$  ،  $E = \{2, 4\}$  .

أوجد بذكر العناصر كلّاً ممّا يلي :

- أ  $S =$  .....  
 ب  $S =$  .....  
 ج  $\overline{S} =$  .....  
 د  $\overline{E} =$  .....  
 هـ  $S - E =$  .....  
 و  $(\overline{E} \cap \overline{S}) =$  .....  
 ز  $(\overline{E} \cap S) =$  .....  
 ح  $\overline{\overline{S}} =$  .....

٨ إذا كانت  $L = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 > x > 1\}$  ،  
 $L = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 1 > x > 3\}$  ،

أ اكتب كلّاً من  $L$  ، بذكر العناصر .

.....  
 .....

ب اكتب  $L \times L$  بذكر العناصر .

.....  
 .....

٩ لتكن  $E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$  . اكتب  $E$  بذكر عناصرها .

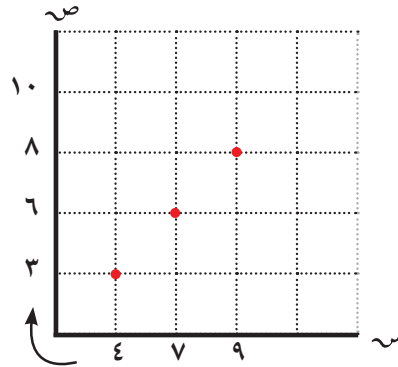
.....  
 .....  
 .....  
 .....

١٠ اكتب العلاقات الآتية على  $\sim$  = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، بذكر عناصرها حيث :

$$\{ (١, ٢) : ٢ \exists \sim ١, \frac{١}{٢} = ٢ \} = \mathcal{E}$$

$$\{ (١, ٢) : ٢ \exists \sim ١, ٢ = ١ \} = \mathcal{E}$$

١١ استعن بالمخطط البياني الآتي ، ثم أجب عما يلي :



أ اكتب العلاقة  $\mathcal{E}$  ، بذكر العناصر ثم بذكر الصفة المميزة .

ب اكتب الحاصل الديكارتي  $\sim \times \sim$  .

## ثانيًا: البنود الموضوعية

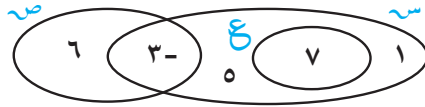
في البنود ( ١ - ١٠ ) ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

|   |   |                                                                                                                                                                         |
|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ب | أ | ١ لأي مجموعتين $S$ ، $V$ ، فإن<br>$S \cup V = S \cap V$                                                                                                                 |
| ب | أ | ٢ إذا كانت $3 \ni (S \cap V)$ ، فإن $3 \ni V$                                                                                                                           |
| ب | أ | ٣ لأي مجموعة $S$ يكون $\emptyset \subseteq S$                                                                                                                           |
| ب | أ | ٤ في الشكل المقابل ،<br>$M \ni$ المربع $ABCD$                                                                                                                           |
| ب | أ | ٥ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{2, 3, 5\}$ .<br>فإن $S - V = \{5\}$                                                                                               |
| ب | أ | ٦ إذا كانت $S \cap V = \emptyset$ ،<br>فإن $S - V = V$                                                                                                                  |
| ب | أ | ٧ من شكل فن المقابل :<br>$\overline{S} = \{3, 5\}$                                                                                                                      |
| ب | أ | ٨ $\{(2, B), (2, A)\} = \{2\} \times \{A, B\}$                                                                                                                          |
| ب | أ | ٩ إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{1, 2, 4, 6, 9\}$<br>وكانت $R$ علاقة من $S \rightarrow V$ حيث :<br>$R = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$ ، فإن $R$ تمثل علاقة « نصف » . |
| ب | أ | ١٠ التمثيل البياني المقابل يمثل العلاقة<br>$R = \{(1, 1), (3, 1), (2, 2), (2, 3)\}$                                                                                     |



في البنود ( ١١ - ٢٢ ) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة .

١١ في الشكل المقابل العبارة الصحيحة فيما يلي هي :



أ  $S \supseteq T$

ب  $S \not\supseteq T$

ج  $(S \cup T) \supseteq S$

د  $(S \cap T) \supseteq S$

١٢ إذا كانت  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ،  $T = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  وكان  $S = T$  ، فإن  $K =$

أ ٢

ب ٦

ج ٧

د ٨

١٣ في الشكل المقابل ،  $\overline{A} \not\supseteq B$



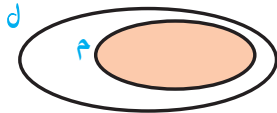
أ  $\overline{A} \supseteq B$

ب  $\overline{A} \not\supseteq B$

ج  $\overline{A} \supseteq B$

د  $\overline{A} \not\supseteq B$

١٤ في الشكل المقابل ، المنطقة المظللة يمكن التعبير عنها بالصورة :



أ  $M \not\supseteq N$

ب  $M \cap N$

ج  $M \cup N$

د  $M \supseteq N$

١٥ إذا كانت  $S = \{x : x \geq 2, x < 6\}$  ، فإن  $S =$  هي :

أ  $\{2, 3, 4, 5\}$

ب  $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

ج  $\{2, 6\}$

د  $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

١٦ إذا كانت  $S = \{1, 2, 3\}$  ، فإن المجموعة الجزئية من  $S$  فيما يلي هي :

أ ٣

ب  $\{1, 2, 3\}$

ج  $\{1, 2\}$

د  $\{2, 3\}$

١٧ إذا كانت  $S = \{x : x \geq 2, x < 6\}$  ،  $T = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ، فإن  $S - T =$

أ  $\{5\}$

ب  $\{4, 1\}$

ج  $\{2, 3\}$

د  $\{5, 3, 2\}$

١٨ إذا كانت المجموعة الشاملة  $S =$  مجموعة عوامل العدد ٤ ،  $S = \{1, 2\}$  ، فإن  $\overline{S} =$

- أ  $\{1, 2\}$   
 ب  $\{1, 2\}$   
 ج  $\{4\}$   
 د  $\{1, 2, 4, 4\}$

١٩ إذا كانت  $S = \{3, 5, 6\}$  ، فإن قيمة  $S - S$  تساوي :

- أ ٢  
 ب ٢-  
 ج ١٢  
 د ١٢-

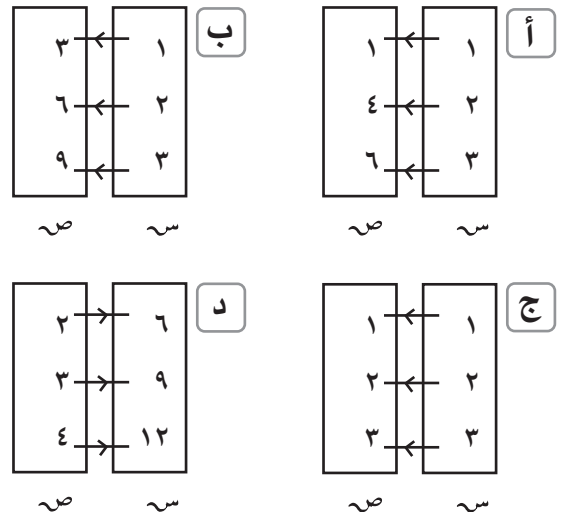
٢٠ إذا كانت  $S = \{1:1 \exists ص، 2 > 1 \geq 3\}$  ، حيث  $ص$  هي مجموعة الأعداد الصحيحة ، فإن عدد عناصر  $S \times S$  هو :

- أ ٧  
 ب ٨  
 ج ٢٧  
 د ٢٨

٢١ إذا كانت  $ع$  علاقة على  $ص$  ، فإن :

- أ  $ع \supseteq س \times س$   
 ب  $ع \supseteq س \times س$   
 ج  $ع \supseteq س \times س$   
 د  $ع \supseteq س \times س$

٢٢ المخطط السهمي الذي يمثل علاقة «ثلاث» من  $ص$   $\leftarrow$   $ص$  هو :



# الوحدة التعليمية الثانية





# الأعداد النسبية

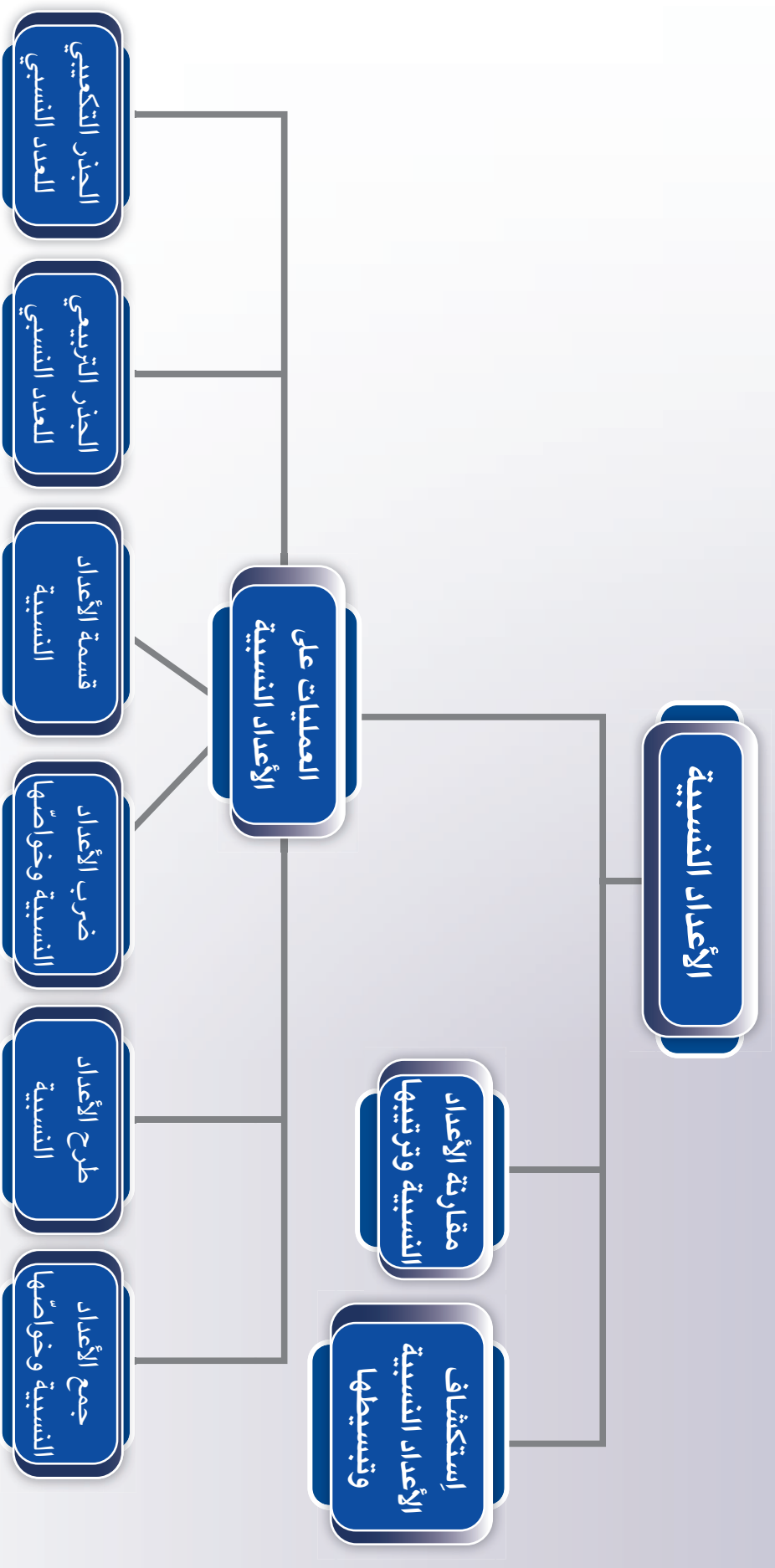
## الصناعة

تُعدّ الصناعة من أهمّ مصادر الدخل القومي في دولة الكويت ، وقد أدّت دوراً حيوياً مهماً في الحفاظ على النمو الاقتصادي .  
ولإنتاج السلع، تستخدم المصانع الأعداد النسبية لتحديد كمّية المواد التي يجب وضعها للحصول على المنتج النهائي .



| المجال       | معايير المنهج                                                                                               | مؤشر الأداء                                                                                                                                                 |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| العدّ والجبر | تمثيل الأعداد واستخدامها ضمن أشكال متكافئة متنوعة ، وإدراك أنّ مختلف أشكال الأعداد تتلاءم مع حالات مختلفة . | العمل الجماعي - الاستكشاف والتقصّي<br>- الفهم - التذكّر - التعرّف -<br>القراءة - الكتابة - العلاقات - التعدّد -<br>المقارنة والتمييز - الاستنتاج - القوانين |
|              | إختيار العمليات المناسبة واستخدامها لحلّ المسائل وتعليل الخيارات .                                          | التعرّف - العمل الجماعي - التذكّر<br>- الفهم - الاستنتاج - حلّ المشكلات -<br>القراءة - التقويم                                                              |

## مخطط تنظيمي للوحدة التعليمية الثانية



## هل أنت مستعد؟

١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) لكل زوج من الأعداد الآتية:

٢١ ، ١٤ (ج)

٢٥ ، ٣٥ (ب)

١٢ ، ٦ (أ)

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... |

٢ ضع كلاً ممّا يلي بصورة كسر مركّب :

..... =  $4\frac{3}{5}$  (أ)

..... = ١,٧ (ب)

..... = ٢,٣ - (ج)

٣ أوجد كلاً ممّا يلي :

..... =  $|4 - |$  (أ)

..... =  $|2|$  (ب)

٤ أكمل :

(أ) المعكوس الجمعي للعدد -٩ هو .....

(ب) المعكوس الجمعي للعدد ٣ هو .....

٥ قارن بوضع < أو > أو = فيما يلي :

٢١ □ ٠ (ب)

٨ □ ٢٥ - (أ)

١٥ - □ ١٢ - (د)

٠ □ ١٤ - (ج)

٦ أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكل زوج من الأعداد الآتية :

٧ ، ٥ (ج)

٩ ، ٦ (ب)

٨ ، ٢ (أ)

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... |

٧ أوجد ناتج كل ممّا يلي :

..... =  $10 + 3 -$  (أ)

..... =  $(5 -) - 11$  (ب)

..... =  $4 \times 3 -$  (ج)

..... = ( ٩ - ) + ٥ - د

..... = ٨ - ( ١٥ - ) هـ

..... = ( ٧ - ) × ٥ و

..... = ( ٦ - ) + ١٢ ز

..... = ( ٧ - ) - ( ١٧ - ) ح

..... = ( ٢ - ) × ( ٦ - ) ط

٨ أوجد ناتج كلِّ ممَّا يلي :

..... = ٣,١٢ + ١,٩ أ

..... = ١١,٨ - ١٥,٤٢ ب

..... = ٠,٤ × ٣,٢ ج

٩ أوجد قيمة كلِّ ممَّا يلي :

..... = ٢٤ أ

..... = ٢٩ ب

..... = ٢ ( ٣ - ) ج

..... = ٦٤ √ د

..... = ١٤٤ √ هـ

..... = ١٦٠٠ √ و

١٠ أوجد الجذر التربيعي للعدد ٣٢٤ باستخدام تحليل العدد إلى عوامله الأولية .

.....

.....

.....

١١ أوجد قيمة كلِّ ممَّا يلي :

..... = ٣٢ أ

..... = ٣٣ ب

..... = ٣٤ ج

..... = ٣٥ د



# استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها

١ - ٢

## Exploring and Simplifying Rational Numbers

سوف تتعلّم : الأعداد النسبية وتبسيطها .

### العبارات والمفردات :

Repeating Decimal ( دورى ) عدد عشري متكرّر

Rational Numbers

أعداد نسبية

Terminating Decimal

عدد عشري منته

### استكشف



?



١ حلّ المعادلة  $٤ = ٣$

.....

.....

٢ هل الناتج ينتمي إلى  $٣$  ؟

٣ هل الناتج ينتمي إلى  $٤$  ؟

٤ هل توجد مجموعة تحوي مثل هذا العدد ؟

**مجموعة الأعداد النسبية** : هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة  $\frac{١}{٢}$  حيث  $١$ ،  $٢$  عدنان صحيحان ،  $٢ \neq ٠$

نعبّر عنها هكذا :  $\mathbb{Q} = \{ \frac{١}{٢} : ١, ٢ \in \mathbb{Z}, ٢ \neq ٠ \}$

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{ ٠ \} \cup \mathbb{Q}^+$

حيث  $\mathbb{Q}^+$  هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ،  $\mathbb{Q}^-$  هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة .

### تذكّر



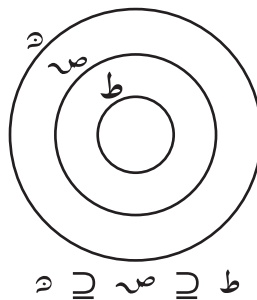
• مجموعة الأعداد الكليّة

( الطبيعية )  $\mathbb{N} = \{ ٠, ١, ٢, ٣, \dots \}$

• مجموعة الأعداد الصحيحة

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -١, -٢, -٣, \dots \}$

تعدّ الأعداد الكليّة والأعداد الصحيحة والكسور الاعتيادية والأعداد الكسرية والكثير من الكسور العشرية والأعداد العشرية « أعدادًا نسبية » .



## مثال (١):

ضَع كَلًّا مِمَّا يَلِي عَلَى صُورَةِ  $\frac{1}{2}$ :

أ ١٧

ج ٠,٧٥ -

هـ ٦,٧

الحل:

أ  $\frac{17}{1} = 17$

ج  $\frac{75}{100} = 0,75$

هـ  $\frac{67}{10} = 6,7$

ب ٥ -

د  $\frac{3}{5} = 0,6$

و  $\sqrt{16} = 4$

ب  $\frac{5}{1} = 5$

د  $\frac{23}{5} = 4 \frac{3}{5}$

و  $\frac{4}{1} = 4 = \sqrt{16}$

## الأعداد النسبية

عدد عشري غير منتهٍ  
متكرر (دوري).

مثل:  $0,6\overline{5}$ ،  $0,5\overline{71}$ ،  $0,3\overline{}$

عدد عشري منتهٍ

مثل:  $0,2$ ،  $3,2$ ،  $1,6$

الكسور والأعداد الكسرية

مثل:  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{7}{6}$ ،  $\frac{4}{5}$

## تذكر

$\frac{4}{9} = 0,4\overline{}$        $\frac{1}{3} = 0,3\overline{}$   
 $\frac{18}{99} = 0,1\overline{8}$        $\frac{2}{3} = 0,6\overline{}$

وهناك أعداد غير نسبية ستتعرف عليها بشكل مفصل لاحقاً.

وهذه بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية:

$\pi$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{5}$  ،  $3,19804750683 \dots$

## دورك الآن (١)

ضَع كَلًّا مِمَّا يَلِي عَلَى صُورَةِ  $\frac{1}{2}$ :

أ ٩ ..... ب  $\frac{1}{2}$  ..... ج  $1,6 -$  ..... د  $0,7\overline{}$  .....

## عبّر عن فهمك

هل يمكن وضع العدد  $1,6\overline{}$  على صورة  $\frac{1}{2}$ ؟ وضّح إجابتك.

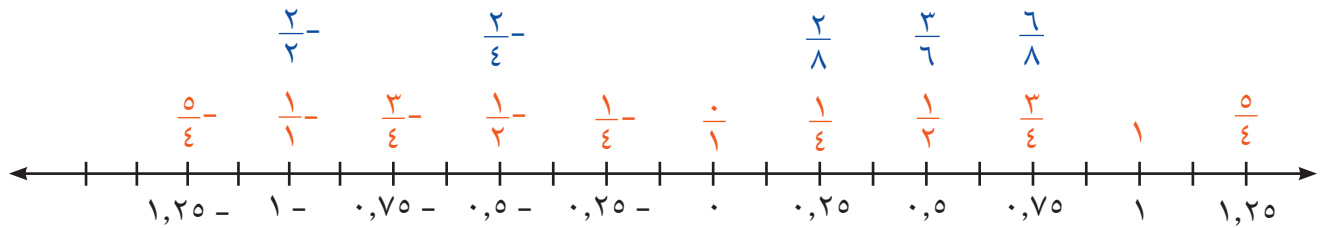
ضع الرمز المناسب  $\Rightarrow$  أو  $\nRightarrow$  لتحصل على عبارة صحيحة :

|                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| ١٧ ..... ط             | ١٧ ..... ص             | ١٧ ..... ط             |
| ٥- ..... ط             | ٥- ..... ص             | ٥- ..... ط             |
| $\frac{٣-}{٤}$ ..... ط | $\frac{٣-}{٤}$ ..... ص | $\frac{٣-}{٤}$ ..... ط |
| ٠,٣ ..... ط            | ٠,٣ ..... ص            | ٠,٣ ..... ط            |

### ملاحظة :

كما في الأعداد الصحيحة ، العدد النسبي ومعكوسه الجمعي يكونان على خطّ الأعداد في جهتين مختلفتين من الصفر وعلى البعد نفسه .

يمكن تمثيل العدد النسبي على خطّ الأعداد .



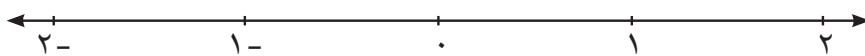
لاحظ أنّ الأعداد  $\frac{٢}{٤}$  ،  $\frac{١}{٢}$  ،  $\frac{٣}{٦}$  ،  $\frac{٤-}{٨-}$  ،  $٠,٥$  ،  $٠,٥٠٠$  كلّها صور مختلفة للعدد النسبي نفسه .

### مثال (٢) :

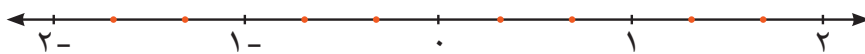
مثّل الأعداد الآتية على خطّ الأعداد :  $\frac{١}{٣}$  ،  $١$  ،  $\frac{٥}{٣}$  ،  $\frac{٢-}{٣}$  ،  $\frac{٤-}{٣}$  ،  $\frac{٦-}{٣}$

الحلّ :

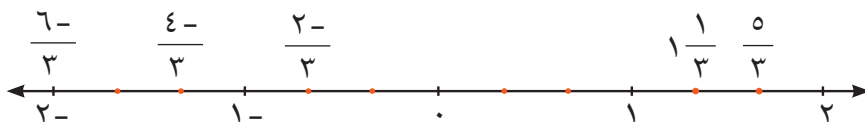
خطوة (١) : نرسم خطّ الأعداد محددين الصفر ووحدات متساوية .



خطوة (٢) : نقسّم كلّ وحدة إلى ٣ أجزاء متساوية تمثّل مقام ٣ .

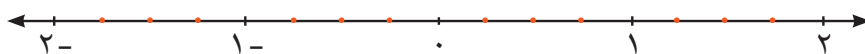


خطوة (٣) : نعيّن النقاط المطلوبة .





مثّل الأعداد الآتية على خطّ الأعداد :  $\frac{3}{4}$  ،  $0,5$  ،  $\frac{1}{4}$  ،  $1,25$



أكمل الجدول الآتي :

| العدد          | ٥ - | صفر   | ٣     | $\frac{5}{6}$ | ٠,٧   | -١,٤  |
|----------------|-----|-------|-------|---------------|-------|-------|
| المعكوس الجمعي | ٥   | ..... | ٣ -   | .....         | ..... | ..... |
| المطلق         | ٥   | صفر   | ..... | .....         | ..... | ..... |

لاحظ أنّ



لا يختلف إيجاد المعكوس الجمعي والمطلق للأعداد النسبية عنه في الأعداد الصحيحة .

تذكّر



- يُرمز إلى مطلق العدد ٢ بالرمز  $|٢|$  .
- المعكوس الجمعي للعدد ٢ هو -٢ .

يكون العدد النسبي  $\frac{١}{٢}$  في أبسط صورة إذا كان :

- $٢ \nmid ١$  .
- العامل المشترك الأكبر للعددين ١، ٢ هو الواحد الصحيح .

مثال (٣) :

أكتب العدد  $\frac{١٢}{١٨}$  في أبسط صورة .

الحل :



أنا سأبسط بالقسمة على ٦

$$\frac{١٢}{١٨} = \frac{١٢ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{٢}{٣}$$



أنا سأبسط بالقسمة على ٢ ثم ٣

$$\frac{١٢}{١٨} = \frac{١٢ \div ٢}{١٨ \div ٢} = \frac{٦}{٩} = \frac{٦ \div ٣}{٩ \div ٣} = \frac{٢}{٣}$$

$\frac{٢}{٣}$  ،  $\frac{٢}{٣}$  كلاهما في أبسط صورة

ملاحظة :

إذا كان  $a$ ،  $b \neq 0$ ،  $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

$$0 = \frac{0}{b}$$

$\frac{a}{b}$  عدد صحيح عندما  $a$  يقبل القسمة على  $b$

كمية غير معروفة

تمارين ذاتية :

١ أي من الأعداد الآتية نسبي ؟ وأيها غير نسبي ؟

..... ١,٧٥ - (ج)

.....  $\sqrt{11}$  - (و)

.....  $\sqrt{9}$  - (ط)

..... صفر - (ل)

..... ١٤,٢ - (ب)

.....  $1 \frac{7}{9}$  - (هـ)

..... ٠,٦ - (ح)

.....  $\pi$  - (ك)

.....  $\frac{23}{5}$  - (أ)

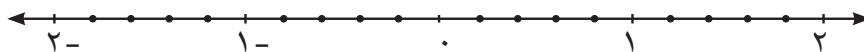
..... ٧,٥٢٣٩٨١٧ ... - (د)

..... ٠,١١٣ - (ز)

.....  $\sqrt[4]{5}$  - (ي)

٢ مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد .

.....  $1 \frac{1}{5}$  ،  $\frac{4}{5}$  ،  $\frac{1}{5}$  ، ٠,٦ ، -١,٤



٣ أكتب كلاً مما يلي في أبسط صورة :

.....  $\frac{15}{12}$  - (ج)

.....  $\frac{35}{45}$  - (ب)

.....  $\frac{12}{24}$  - (أ)

.....  $\frac{24}{8}$  - (و)

.....  $\frac{3}{25}$  - (هـ)

.....  $\frac{18}{2}$  - (د)

٤ اختر الإجابة الصحيحة :  $\frac{|3-|}{5}$

..... ٠,٦ - (د)

..... ٠,٦ - (ج)

..... ٠,٠٦ - (ب)

..... ٠,٠٦ - (أ)



في التمارين ( ٥ - ٦ ) ، اختر الإجابة الصحيحة :

٥ العدد النسبي الذي يمكن وضعه على صورة عدد عشري دوري هو :

٥  $\frac{4}{5}$

ج  $\frac{1}{6}$

ب  $\frac{1}{4}$

أ  $\frac{3}{8}$



٦ العدد الذي يمثله س على خط الأعداد هو :

د  $28,2$

ج  $27,9$

ب  $27,8$

أ  $27,4$

٧ في سباق للسيّارات، فاز حمد في ٦ سباقات من أصل ٣٦ سباقاً شارك فيها. أوجد الكسر العشري الدالّ على نسبة السباقات التي فاز فيها حمد مقرباً إلى أقرب جزء من ألف .

.....

.....

.....

.....

# مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها

## Comparing and Ordering Rational Numbers

٢ - ٢

سوف تتعلّم : المقارنة بين الأعداد النسبية وترتيبها.

استكشف



تختلف درجات الحرارة في فصل الشتاء في دول العالم، حيث تمّ رصد متوسط درجات الحرارة في أحد أشهر فصل الشتاء لإحدى السنوات، كما هو موضح في الجدول الآتي:



| الدول   | متوسط درجة الحرارة |
|---------|--------------------|
| روسيا   | -٧,٣٢              |
| البوسنة | -١,٥٥              |
| جيبوتي  | ٢٢,٤               |
| فرنسا   | ٠                  |
| الكويت  | ١٠                 |

١ أيّ الدول الأكثر برودة؟ وأيها الأقلّ برودة؟

.....  
.....

٢ رتّب درجات الحرارة تصاعدياً .

.....  
.....

### معلومة مفيدة :

تُستخدم الأعداد النسبية في التعبير عن درجات الحرارة. نعبر عن درجة الحرارة تحت الصفر بالأعداد السالبة ودرجة الحرارة فوق الصفر بالأعداد الموجبة .



لمقارنة عددين نسبيين أو لترتيبهما ، أكتب العددين النسبيين على شكل عددين عشريين أو على شكل كسرين لهما المقام نفسه .

مثال (١):

أ) قارن بين  $\frac{7}{12}$  ،  $\frac{5}{9}$

ب) قارن بين  $2,5 -$  ،  $2\frac{1}{4} -$

الحل :

أ) أكتب الكسرين بعد توحيد المقامات  $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$  ،  $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

قارن بين البسطين

$\frac{21}{36} > \frac{20}{36}$

أي أن  $\frac{7}{12} > \frac{5}{9}$  قارن الكسرين الأصليين

ب) الطريقة الأولى : تحويل العدد النسبي من الصورة العشرية إلى الصورة الكسرية .

$2\frac{1}{4} - = 2\frac{5}{10} - = 2,5 -$

وحد المقامات ثم قارن  $2\frac{2}{4} -$  ،  $2\frac{1}{4} -$

$2\frac{2}{4} - < 2\frac{1}{4} -$

إذاً  $2,5 - < 2\frac{1}{4} -$

الطريقة الثانية : تحويل العدد النسبي من الصورة الكسرية إلى الصورة العشرية .

$2,25 - = 2\frac{25}{100} - = 2\frac{1}{4} -$

ساو المنازل العشرية ، ثم قارن  $2,50 -$  ،  $2,25 -$

$2,50 - < 2,25 -$

إذاً  $2,5 - < 2\frac{1}{4} -$

انتبه

في العدد الكسري السالب نضع (-) أمام الكسر مثلاً :

تكتب  $-2\frac{1}{4}$

وليس  $-2\frac{1}{4}$

دورك الآن (١)

ضع < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

ب)  $2,5 \square 2\frac{1}{4}$

د)  $0,5 \square \frac{2}{3}$

و)  $7\frac{1}{3} \square 7,3$

ح)  $\frac{1}{2} - \square \frac{1}{3} -$

ي)  $0,4 - \square 0,6 -$

أ)  $\frac{2}{5} \square \frac{3}{4}$

ج)  $\frac{2}{5} - \square 0,06 -$

هـ)  $0,001 - \square 5,009 -$

ز)  $\frac{1}{2} \square \frac{1}{3}$

ط)  $0,4 \square 0,6$

انتبه

إذا كان لدينا كسران سالبان لهما البسط نفسه ، يكون الكسر ذو المقام الأكبر هو الأكبر ، فمثلاً :

$\frac{4}{5} - < \frac{4}{9} -$





من خلال «دورك الآن ( ١ )» ماذا تلاحظ في كلٍّ من :

أ) البندين ( ز ، ح ) ؟

ب) البندين ( ط ، ي ) ؟

### مثال (٢) :

أ) رتّب الأعداد الآتية ترتيبًا تنازليًا :  $1\frac{1}{4}$  ،  $1\frac{-}{2}$  ، ٠ ، ٠,٥ ، ٠,٢٥ -

ب) رتّب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًا : ٢ ،  $1\frac{-}{6}$  ، ٠,٦- ، صفر ،  $|\frac{3-}{4}|$

ج) رتّب الأعداد -  $\frac{5}{6}$  ، -  $\frac{2}{3}$  ، - ٠,٧٥ ترتيبًا تنازليًا .

الحلّ :

أ) الترتيب التنازلي هو :  $1\frac{1}{4}$  ، ٠,٥ ، ٠ ، - ٠,٢٥ ،  $1\frac{-}{2}$

ب) الترتيب التصاعدي هو : ٢ ،  $|\frac{3-}{4}|$  ، صفر ،  $1\frac{-}{6}$  ، ٠,٦-

ج) - ٠,٧٥ =  $-\frac{3}{4}$

م . م . أ للمقامات = ١٢

$$-\frac{10}{12} = -\frac{5}{6}$$

$$-\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore -\frac{10}{12} < -\frac{9}{12} < -\frac{8}{12}$$

وعليه، تأخذ الأعداد الترتيب التنازلي الآتي :

$$-\frac{5}{6} ، - ٠,٧٥ ، -\frac{2}{3}$$

### تمارين ذاتية :



١ ضع < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

ب)  $6,3 - \square 6,37 -$

د)  $92 - \square 9,02 -$

و)  $\frac{5}{8} \square 2\frac{3}{4}$

ح)  $4\frac{2}{5} - \square 2\frac{1}{4} -$

أ)  $\frac{2-}{5} \square \frac{2-}{3}$

ج)  $0,51 \square \frac{2-}{5}$

هـ)  $\frac{11}{25} \square \frac{11}{13}$

ز)  $\frac{1}{3} \square 0,3$

٢ رتب ما يلي ترتيباً تصاعدياً :

١ - ، ٠ ،  $\frac{٥}{٨}$  - ،  $\frac{١}{٣}$  - ،  $\frac{٣}{٤}$  - ١

.....

.....

ب -  $\frac{٣}{٥}$  - ، ١ ، ٠,٨٣ ، ٠,١٢ -

.....

.....

٣ رتب ما يلي ترتيباً تنازلياً :

٧,٢٣ ، ٩,٧- ،  $٧\frac{١}{٥}$  ،  $٦\frac{١}{٣}$  -

.....

.....

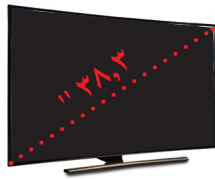
٤ صنع بدر مجسماً لمسجد يحوي منارتين ، ارتفاع المنارة الأولى ٤٢,٤ سم ، وارتفاع المنارة الثانية  $٤٢\frac{٣}{٥}$  سم . قارن بين الارتفاعين .

.....

.....

.....

مهارات تفكير عليا :



٥ تبلغ قياسات مجموعة من شاشات أجهزة التلفاز بالبوصة كما يلي:  $٣٨\frac{٩}{١٦}$  ، ٣٨,٣ ،  $٣٨\frac{٢}{٣}$  ،  $٣٨,٤$  . رتب هذه القياسات تصاعدياً .

.....

.....

# جمع الأعداد النسبية وخواصها

٣ - ٢

## Adding Rational Numbers and Their Properties

سوف تتعلّم : جمع الأعداد النسبية - خواصّ جمع الأعداد النسبية .

### العبارات والمفردات :

Distributive Property

خاصية التوزيع

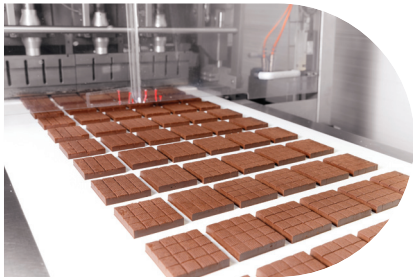
Commutative Property

خاصية الإبدال

Associative Property

خاصية التجميع

### استكشف



الربح (+)  
الخسارة (-)

تمتلك هلا، وهي سيّدة أعمال كويتية شركة لصناعة الحلويات ولها ٤ أفرع في مناطق مختلفة في دولة الكويت . يوضّح الجدول الميزانية السنوية لهذه الأفرع بآلاف الدنانير الكويتية في سنتين متتاليتين .

| الأفرع        | الفرع ( ١ ) | الفرع ( ٢ ) | الفرع ( ٣ ) | الفرع ( ٤ ) |
|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| السنة الأولى  | ٣,٦+        | ٢,٣+        | ١,٥-        | ١,٠٥-       |
| السنة الثانية | ١,٣+        | ٣,٤-        | ٤,٥+        | ٣,٠٥-       |

من الجدول السابق ، أجب عمّا يلي :

١ حدّد ما إذا كان الفرع ( ١ ) قد حقّق ربحاً أو خسارة خلال السنتين .

### تذكّر



١، ب  $\Rightarrow$  صـ فإنّ :

$$(١+) + (٢+) =$$

$$(١+) + (٢+) =$$

$$(١-) + (٢-) =$$

$$(١-) + (٢-) =$$

٢ أوجد مجموع ما حقّقه الفرع ( ١ ) من ربح أو خسارة خلال السنتين .

$$(١,٣+) + (٣,٦+) =$$

$$(.....) + (.....) =$$

$$..... + =$$

$$..... = \text{ألف دينار} .....$$

٣ حدّد ما إذا كان الفرع ( ٤ ) قد حقّق ربحاً أو خسارة خلال السنتين .

٥ أوجد مجموع ما حققه الفرع ( ٤ ) من ربح أو خسارة خلال السنتين .

$$\text{المجموع} = (١,٠٥ -) + (٣,٠٥ -)$$

$$- = ( ..... + ..... ) - =$$

إذا المجموع = ..... ألف دينار .....



### معلومة مفيدة :

يقوم صانعو الحلويات  
بجمع الأعداد الصحيحة  
والكسور والكسور العشرية عند تحضير  
أنواع الحلويات المختلفة .

مما سبق نلاحظ أنّ :

ناتج جمع عددين نسبيين موجبين يكون عددًا نسبيًا موجبًا .

عند جمع عددين نسبيين سالبين معًا، نجمع القيمة المطلقة لكلّ منهما ،  
ويكون الناتج عددًا سالبًا .

### مثال (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة لكلّ مما يلي :

$$\text{أ} \quad \left( \frac{٣-}{٧} \right) + \frac{٢-}{٧}$$

$$\text{ب} \quad \left( ٥ \frac{١}{٢} - \right) + \frac{٣-}{٨}$$

$$\text{ج} \quad ٠,٥ + \frac{٢}{٣}$$

$$\text{د} \quad ٠,٧ + ١ \frac{٣}{٨}$$

الحلّ :

$$\text{أ} \quad \left( \frac{٣-}{٧} \right) + \frac{٢-}{٧}$$

$$\left( -\frac{٣}{٧} + -\frac{٢}{٧} \right) =$$

$$-\frac{٥}{٧} =$$

$$\text{ب} \quad \left( ٥ \frac{١}{٢} - \right) + \frac{٣-}{٨}$$

$$\left( ٥ \frac{٤}{٨} - \right) + \frac{٣-}{٨} =$$

$$٥ \frac{(٤+٣)-}{٨} =$$

$$٥ \frac{٧}{٨} - =$$

وحدّ المقامات

اجمع البسط واجمع الصحيح

$$\text{ج} \quad ٠,٥ + \frac{٢}{٣}$$

$$\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣} =$$

$$\frac{٣}{٦} + \frac{٤}{٦} =$$

$$\frac{٧}{٦} =$$

$$١ \frac{١}{٦} =$$

ضع العددين في  
الصورة نفسها  
وحدّ المقامات

اجمع

$$\begin{aligned} \text{د} \quad ٠,٧ + ١ \frac{٣}{٨} &= ٠,٧ + ١,٣٧٥ = \\ &= ٠,٧٠٠ + ١,٣٧٥ = \\ &= ٢,٠٧٥ = \end{aligned}$$

ضع العددين في الصورة نفسها  
ساوِ المنازل العشرية



من فقرة «استكشف»، أيّهما أكبر ؟

Ⓐ | ٢,٣ | أم | ٤,٥ | Ⓑ | ١,٥ - | ؟

Ⓐ | ٢,٣ | أم | ٤,٥ - | ؟

ثمّ فسّر إجابتك .

بالرجوع إلى (استكشف) السابق :

أوجد مجموع ما حقّقه الفرع ( ٣ ) في السنتين معًا كما هو موضح في الفرع ( ٢ ) :

الفرع ( ٢ )

$$\begin{aligned} \text{المجموع} &= (٣,٤ -) + ٢,٣ + \\ &= \left( \frac{٣٤}{١٠} - \right) + \frac{٢٣}{١٠} = \end{aligned}$$

لاحظ أنّ العددين في البسط صحيحان.

$$\frac{١١}{١٠} - = \frac{١١}{١٠} - = \frac{(٢٣ - ٣٤) -}{١٠} =$$

$$\text{إذاً المجموع} = ١,١ -$$

ممّا سبق نلاحظ أنّ :

الفرع ( ٣ )

$$\begin{aligned} \text{المجموع} &= (٤,٥ +) + (١,٥) - = \\ &= \frac{١٥}{١٠} - + \dots\dots\dots = \end{aligned}$$

لاحظ أنّ العددين في البسط صحيحان.

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$$

$$\text{إذاً المجموع} = \dots\dots\dots$$

تذكّر



• ٢ ، ب  $\Rightarrow$  صـ فإنّ :

•  $(٢+) + (ب-)$

$= (٢ - ب) +$  ،  $٢ < ب$

•  $(٢+) + (ب-)$

$= (ب - ٢) -$  ،  $٢ > ب$

مجموع عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب هو الفرق بين أكبر قيمة مطلقة وأصغر قيمة مطلقة للعددين، ويكون الناتج :

- موجبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلقة أكبر موجبًا .
- سالبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلقة أكبر سالبًا .

مثال (٢) :

أوجد الناتج :

Ⓐ | ٠,١٥ + ( ٠,٥ - )

Ⓑ |  $٣ \frac{١}{٧} + ١ \frac{١}{٦} -$

الحلّ :

Ⓐ |  $( ٠,٥ - ) + ٠,١٥$

ساو المنازل  $( ٠,٥٠ - ) + ٠,١٥ =$

العشرية  $( ٠,١٥ - ٠,٥٠ ) - =$

$= - ٠,٣٥$

Ⓑ |  $٣ \frac{١}{٧} + ١ \frac{١}{٦} -$

وحد المقامات  $٣ \frac{٦}{٤٢} + ١ \frac{٧}{٤٢} - =$

$( ١ \frac{٧}{٤٢} - ٣ \frac{٦}{٤٢} ) =$

$١ \frac{٤١}{٤٢} = ( ١ \frac{٧}{٤٢} - ٢ \frac{٤٨}{٤٢} ) =$

## دورك الآن (١)

أوجد الناتج :

$$\text{.....} \left( \frac{0}{9} \right) + \left( \frac{2}{9} \right) \text{ (ب) } \quad \text{.....} \left( \frac{2}{9} \right) + \left( \frac{0}{9} \right) \text{ (أ)}$$

ماذا تلاحظ في (أ)، (ب) ؟

لكل  $a, b \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a + b = b + a \quad (\text{الخاصية الإبدالية لعملية الجمع على } \mathbb{R})$$

## دورك الآن (٢)

أوجد الناتج :

$$\text{.....} (0, 8) + 0 \text{ (د) } \quad \text{.....} 0 + 0, 8 \text{ (ج) } \quad \text{.....} 0 + \frac{2}{3} \text{ (ب) } \quad \text{.....} \frac{2}{3} + 0 \text{ (أ)}$$

ماذا تلاحظ في (أ)، (ب)، (ج)، (د) ؟

لكل  $a \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a = a + 0 = 0 + a \quad (\text{خاصية العنصر المحايد لعملية الجمع على } \mathbb{R})$$

## دورك الآن (٣)

أوجد الناتج :

$$\text{.....} \left( 3 \frac{2}{5} \right) + 3 \frac{2}{5} \text{ (ج) } \quad \text{.....} (2, 0) + 2, 0 \text{ (ب) } \quad \text{.....} \left( \frac{4}{0} \right) + \frac{4}{0} \text{ (أ)}$$

ماذا تلاحظ في (أ)، (ب)، (ج) ؟

لكل  $a \in \mathbb{R}$ ، فإن :

$$a + (-a) = 0 \quad (\text{خاصية المعكوس الجمعي في } \mathbb{R})$$

## دورك الآن (٤)

أوجد الناتج :

$$\text{.....} 3 + \left( \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \right) \text{ (ب) } \quad \text{.....} \left( 3 + \frac{2}{5} \right) + \frac{2}{5} \text{ (أ)}$$

ماذا تلاحظ في ①، ② ؟

لكل ١، ب، ج  $\exists$  هـ، فإن :

$$١ + (ب + ج) = (ب + ج) + ١ \quad (\text{الخاصية التجميعية لعملية الجمع على هـ})$$

مثال (٣) :

أوجد ناتج ما يلي موضِّحاً اسم الخاصية المستخدمة في الحل :

$$١ \frac{٢}{٩} + ٣ \frac{٥}{٩} + (١ \frac{٢}{٩} -)$$

الحل :

$$(١ \frac{٢}{٩} -) + ٣ \frac{٥}{٩} + ١ \frac{٢}{٩}$$

الخاصية الإبدال

$$٣ \frac{٥}{٩} + (١ \frac{٢}{٩} -) + ١ \frac{٢}{٩} =$$

الخاصية التجميعية

$$٣ \frac{٥}{٩} + ((١ \frac{٢}{٩} -) + ١ \frac{٢}{٩}) =$$

خاصية المعكوس الجمعي

$$٣ \frac{٥}{٩} + \text{صفر} =$$

خاصية العنصر المحايد

$$٣ \frac{٥}{٩} =$$

عبّر عن فهمك



قال عبد الرحمن : إنني أستطيع حلّ السؤال الآتي بعدّة طرق :

$$٥ - ٨ \frac{١}{٢} + (٥ \frac{١}{٢} -)$$

هل توافقه الرأي ؟ أذكر إحدى هذه الطرق .

تمارين ذاتية :



١ أوجد الناتج في أبسط صورة .

$$\dots\dots\dots (٣ - \frac{٣}{٥}) + \frac{٣}{٥} \text{ ②}$$

.....

$$\dots\dots\dots (٣,٥ -) + ٧,٢ - \text{ ①}$$

.....

$$\dots\dots\dots \left( \frac{2}{13} \right) + 0 \quad \text{د}$$

$$\dots\dots\dots \left( 3,7- \right) + 6 \frac{1}{8} \quad \text{و}$$

$$\dots\dots\dots \left( 2 \frac{3}{5} - \right) + 6 \quad \text{ح}$$

$$\dots\dots\dots \left( 8 \frac{1}{6} - \right) + 3 \frac{1}{2} \quad \text{ي}$$

$$\dots\dots\dots \left( 13 \frac{4}{5} - \right) + 7 \frac{3}{4} + 4,62- \quad \text{ل}$$

$$\dots\dots\dots \frac{1}{2} + 7,4 \quad \text{ج}$$

$$\dots\dots\dots \left( 9 \frac{3}{7} - \right) + 7 \frac{2}{3} - \quad \text{هـ}$$

$$\dots\dots\dots \left( 0,3- \right) + \frac{2}{9} - \quad \text{ز}$$

$$\dots\dots\dots \left( 1 \frac{5}{8} - \right) + \left| 4 \frac{7}{8} - \right| \quad \text{ط}$$

$$\dots\dots\dots \left( 2 \frac{3}{5} - \right) + \left( 14 \frac{2}{3} - \right) + 2 \frac{3}{5} \quad \text{ك}$$

٢ تتضمن مقادير عمل فطائر  $\frac{5}{8}$  كيلوجرام من الجوز،  $\frac{1}{4}$  كيلوجرام من البندق .  
كم كيلوجراماً من هذه المكسّرات يلزمك لعمل الفطائر ؟



جوز



بندق

مهارات تفكير عليا :

$$\dots\dots\dots \frac{1}{4} = \frac{س}{100} + \frac{35}{100} \quad \text{٣}$$

$$10 \quad \text{د}$$

$$15 \quad \text{ج}$$

$$25 \quad \text{ب}$$

$$35 \quad \text{ا}$$



# طرح الأعداد النسبية

## Subtracting Rational Numbers

٢ - ٤

سوف تتعلّم : طرح الأعداد النسبية .

### العبارات والمفردات :

Additive Inverse

المعكوس الجمعي ( النظير الجمعي )

### استكشف



تستخدم شركة مقاولات في دولة الكويت الذكاء الاصطناعي ( AI ) لتقوم بتصوير النوافذ، ثم إرسال البيانات تلقائياً إلى المصنع لتقطيع إطارات النوافذ بحسب القياسات المستخدمة . تمّ تحديد  $65 \frac{3}{4}$  متراً من الخشب لعمل إطارات نوافذ منزل ، إذا استُخدم  $32 \frac{1}{4}$  متراً من هذا الخشب للنوافذ الأمامية ، فكم بقي للنوافذ الخلفية ؟

لإيجاد ذلك ، يمكننا التوصل إلى الناتج بالطريقتين الآتيتين :

✓  $65 \frac{3}{4} - 32 \frac{1}{4}$  ( الطرح )

$65 \frac{3}{4} - 32 \frac{1}{4} =$   
..... =

✓  $65 \frac{3}{4} + (-32 \frac{1}{4})$  ( جمع المعكوس الجمعي )

$65 \frac{3}{4} + (-32 \frac{1}{4}) =$   
..... =

ماذا تلاحظ ؟

.....

إذا ما بقي للنوافذ الخلفية هو ..... متراً .

### تذكّر



• إذا كان  $a$  ،  $b \in \mathbb{R}$  فإن :

$$b - a = -(a - b)$$

• المعكوس ( النظير ) الجمعي

للعدد النسبي  $\frac{a}{b}$  هو  $-\frac{a}{b}$

$$-\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = 0$$

### معلومة مفيدة :



يوظّف الذكاء

الاصطناعي ( AI )

الرياضيات في مجال الصناعة ، لتحسين

الأداء وزيادة الكفاءة والإنتاجية وتوفير

الطاقة وتقليل التكاليف .



- ▶ طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .
- ▶ لطرح عدد نسبي من آخر ، إجمع معكوسه الجمعي ،  
لكل ١ ، ب  $\exists$  فإثته : ب - ١ = ب + ١ ( - ب )

## مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$$\textcircled{أ} \quad ٣ \frac{١}{٨} - ٤ \frac{٥}{٨}$$

الحل :

$$\textcircled{أ} \quad ٣ \frac{١}{٨} - ٤ \frac{٥}{٨}$$

$$\left( ٣ \frac{١}{٨} - \right) + ٤ \frac{٥}{٨} =$$

$$١ \frac{١}{٢} = ١ \frac{٤}{٨} =$$

بسّط

الحل :

$$\textcircled{ب} \quad \left| \frac{٣-}{٥} \right| - ٠,٦ =$$

إستبدل عملية  
الطرح بعملية جمع  
المعكوس الجمعي

$$\textcircled{ب} \quad \left| \frac{٣-}{٥} \right| - ٠,٦ =$$

$$\frac{٣}{٥} - ٠,٦ =$$

$$(٠,٦ -) + ٠,٦ =$$

$$(٠,٦ + ٠,٦) - =$$

$$١,٢ =$$

الحل :

$$\textcircled{ج} \quad ٦ \frac{٢}{٣} - ٢ \frac{٢}{٥} =$$

$$\textcircled{ج} \quad ٦ \frac{٢}{٣} - ٢ \frac{٢}{٥} =$$

$$(٦ \frac{٢}{٣} -) + ٢ \frac{٢}{٥} =$$

$$\text{وحد المقامات} \quad (٦ \frac{١٠}{١٥} -) + ٢ \frac{٦}{١٥} =$$

$$(٦ \frac{١٠}{١٥} + ٢ \frac{٦}{١٥}) - =$$

$$٩ \frac{١}{١٥} - = ٨ \frac{١٦}{١٥} =$$

بسّط

الحل :

$$\textcircled{د} \quad (١٢,٩٧٥ -) - ٨ \frac{١}{٤} =$$

$$\textcircled{د} \quad (١٢,٩٧٥ -) - ٨ \frac{١}{٤} =$$

$$١٢,٩٧٥ + ٨ \frac{١}{٤} =$$

$$١٢,٩٧٥ + ٨,٢٥ =$$

$$(٨,٢٥٠ - ١٢,٩٧٥) + =$$

ساو المنازل  
العشرية

$$٤,٧٢٥ =$$

ضع العددين في  
الصورة نفسها إمّا  
في الصورة العشرية  
أو في الصورة  
الاعتيادية .

$$\textcircled{هـ} \quad (٤, \overline{٣}) - ٩ \frac{١}{٧}$$

الحلّ:

$$\textcircled{هـ} \quad (٤, \overline{٣}) - ٩ \frac{١}{٧}$$

$$٤, \overline{٣} + ٩ \frac{١}{٧} =$$

$$٤ \frac{١}{٣} + ٩ \frac{١}{٧} =$$

صَعِّع العددين في الصورة نفسها

$$\textcircled{هـ} \quad ٤ \frac{٧}{٢١} + ٩ \frac{٣}{٢١} =$$

وَحِّد المقامات

$$١٣ \frac{١٠}{٢١} =$$

تذكّر



$$\frac{٢}{٣} = ٠, \overline{٦} \quad ; \quad \frac{١}{٣} = ٠, \overline{٣}$$

$$\textcircled{و} \quad (١ \frac{١}{٤} + ٢ \frac{٣}{٤} -) - ٣ \frac{١}{٥}$$

الحلّ:

$$\textcircled{و} \quad (١ \frac{١}{٤} + ٢ \frac{٣}{٤} -) - ٣ \frac{١}{٥}$$

$$(١ \frac{٢}{٤} -) - ٣ \frac{١}{٥} =$$

$$١ \frac{٢}{٤} + ٣ \frac{١}{٥} =$$

$$\textcircled{و} \quad ١ \frac{١٠}{٢٠} + ٣ \frac{٤}{٢٠} =$$

وَحِّد المقامات

$$\textcircled{و} \quad ٤ \frac{٧}{١٠} = ٤ \frac{١٤}{٢٠} =$$

بَسِّط

انتبه



$$١ = (١ -) -$$

$$\textcircled{ح} \quad (٦ \frac{١}{٢} -) - ٣ \frac{٢}{٥}$$

الحلّ:

$$\textcircled{ح} \quad (٦ \frac{١}{٢} -) - ٣ \frac{٢}{٥}$$

$$(٦ \frac{١}{٢}) + ٣ \frac{٢}{٥} - =$$

$$(٣ \frac{٢}{٥} - ٦ \frac{١}{٢}) + =$$

$$٣ \frac{٤}{١٠} - ٦ \frac{٥}{١٠} =$$

$$٣ \frac{١}{١٠} =$$

$$\textcircled{ز} \quad ٨ \frac{١}{٥} - ٢ \frac{١}{٤}$$

الحلّ:

$$\textcircled{ز} \quad ٨ \frac{١}{٥} - ٢ \frac{١}{٤}$$

$$(٨ \frac{١}{٥} -) + ٢ \frac{١}{٤} =$$

$$(٢ \frac{١}{٤} - ٨ \frac{١}{٥}) - =$$

$$(٢ \frac{٥}{٢٠} - ٨ \frac{٤}{٢٠}) - =$$

$$(٢ \frac{٥}{٢٠} - ٧ \frac{٢٤}{٢٠}) - =$$

$$٥ \frac{١٩}{٢٠} - =$$

انتبه



$$٧ \frac{٢٠}{٢٠} = ٨$$



لدى عبد الرحمن ٢٨ دينارًا ، اشترى أدوات منزلية بمبلغ ١٣,٢٥ دينارًا . فهل الباقي معه يكفي لشراء أدوات صباغة بمبلغ  $\frac{1}{3}$  ١٤ دينارًا ؟

.....

.....

### عبّر عن فهمك



يقول محمد إنّ ناتج :  $5 - 2,25$  هو ٣,٢٥ ، بينما يقول حسين أنّ الناتج هو ٢,٧٥ في رأيك ، أيّهما على صواب؟ وضّح ذلك.

.....

### تمارين ذاتية :



١ أوجد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي:

..... (ب)  $\frac{4}{5} - 2 \frac{1}{5} - 4$

.....

.....

..... (د)  $8 \frac{2}{3} - (5 \frac{1}{4} -)$

.....

.....

..... (و)  $4 \frac{3}{5} - (7 \frac{1}{2} + 1 \frac{1}{10} -)$

.....

.....

..... (ح)  $7 \frac{1}{4} - (12,95 -)$

.....

.....

..... (أ)  $\frac{7}{20} - \frac{7}{20}$

.....

.....

..... (ج)  $5 - (3 \frac{2}{5} -)$

.....

.....

..... (هـ)  $3 \frac{1}{10} - 5 \frac{3}{5}$

.....

.....

..... (ز)  $6,57 - | 1,3 - |$

.....

.....

ط)  $12,64 - 14 \frac{3}{8}$

ي)  $10,3 - 8,9$

ك)  $7 \frac{3}{8} - (3 \frac{5}{6} - )$

ل)  $9 \frac{1}{4} - 2 \frac{1}{3}$



٢) يمارس سعود وفهد رياضة الجري يوميًا لمسافة  $6 \frac{1}{4}$  كم من منزلهما إلى الحديقة العامّة . إذا استراحا بعد قطع مسافة ٢,٣ كم ، فما المسافة التي يجب أن يقطعها ليصلا إلى الحديقة العامّة ؟

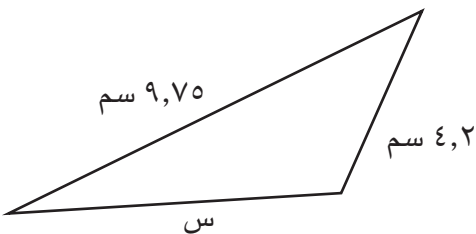
### مهارات تفكير عليا :



٣) أوجد الناتج :  $|- 3,1 + 1,0 - 20,1| =$

٤) إناء يحتوي على كمية من الزيت ، استخدم  $\frac{1}{4}$  كمية الزيت في اليوم الأوّل ،  $\frac{1}{3}$  كمية الزيت في اليوم الثاني ، وكان الباقي ٥ لترات ، ما كمية الزيت في الإناء عندما كان ممتلئاً ؟

٥) إذا كان محيط الشكل المرسوم ٢٠,٤٥ سم ، فأوجد قيمة س .



# ضرب الأعداد النسبية وخواصها

٢ - ٥

## Multiplying Rational Numbers and Their Properties

سوف تتعلم : ضرب الأعداد النسبية – خواص ضرب الأعداد النسبية .

### العبارات والمفردات :

Multiplicative Inverse

المعكوس ( النظير ) الضربي

### حلّ وناقش



توفي رجل تاركاً زوجة ، وولداً ، وبنثاً ، وميراثاً قدره ٤٨ ٠٠٠ ديناراً .  
تم توزيع ميراثه بحسب الشريعة الإسلامية .  
أحسب نصيب الزوجة من الميراث .

نصيب الزوجة =  $\frac{1}{8}$  التركة

الولد : البنت = ٢ : ١

أ) حدّد العملية المطلوبة .

.....

.....

ب) نصيب الزوجة = .....

.....

ضرب الأعداد النسبية يشبه ضرب الكسور وضرب الأعداد العشرية وضرب الأعداد الصحيحة .

ناتج ضرب عددين نسبيين موجبين معاً أو سالبين معاً يكون عدداً نسبياً موجباً .

ناتج ضرب عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب يكون عدداً نسبياً سالباً .

### معلومة مفيدة :



تستخدم الرياضيات

بشكل أساسي لتقسيم

التركة بين الورثة بدقة وعدالة ، بحسب

ما ورد في القرآن الكريم والسنة النبوية .

$$\text{إذا كان } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \neq 0, \text{ فإن: } \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

## مثال (١) :

أوجد ناتج كل مما يلي:

أ  $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$

الحل :

$\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$

$\frac{6}{35} = \frac{3 \times 2}{7 \times 5} =$

ب  $\frac{5-}{8} \times \frac{7-}{9}$

الحل :

$\frac{5-}{8} \times \frac{7-}{9}$

$\frac{35}{72} = \frac{(5-) \times (7-)}{8 \times 9} =$

## تذكر



$6+ = (3+) \times (2+)$

$6+ = (3-) \times (2-)$

$6- = (3+) \times (2-)$

$6- = (3-) \times (2+)$

## انتبه



عند ضرب الأعداد النسبية،  
لا نحتاج إلى توحيد المقامات .

## مثال (٢) :

أوجد ناتج - ١,٢  $\times \frac{3}{4}$  بطريقتين .

الحل :

الطريقة الأولى :

$- 1,2 \times \frac{3}{4}$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$  (ضع العددين في الصورة نفسها)

$- \frac{3}{4} \times \frac{12}{10} =$

$- \frac{3}{4} \times \frac{12}{10} = - \frac{3 \times 12}{4 \times 10} =$  بسط ثم اضرب

$- \frac{9}{10} = - \frac{1}{2} \times \frac{9}{5} =$

الطريقة الثانية :

$- 1,2 \times \frac{3}{4}$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$  (ضع العددين في الصورة نفسها)

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

$- 1,2 \times \frac{3}{4} = - \frac{3}{4} \times 1,2$

## تذكر



لتحديد موضع الفاصلة العشرية  
في ناتج الضرب، نجمع عدد  
الأرقام الواقعة يمين الفاصلة  
العشرية في كلا العاملين .

$$\begin{array}{r} 375 \\ 12 \times \\ \hline 750 \\ 3750 + \\ \hline 4500 \end{array}$$

## دورك الآن (١)



أوجد ناتج كل مما يلي ، وضعه في أبسط صورة .

أ  $\frac{3-}{8} \times \frac{4-}{5}$

ب  $\frac{4-}{5} \times \frac{3-}{8}$

قارن بين الإجابتين في ① و ② . ماذا تلاحظ ؟

لكل ١، ب  $\exists$  د، فإن :

( الخاصية الإبدالية في عملية الضرب على د )  $١ \times ب = ب \times ١$

### دورك الآن (٢)

أوجد ناتج كل مما يلي ، وضعه في أبسط صورة .

①  $\frac{٧}{٣} \times (\frac{٥}{٧} \times \frac{١}{٥})$       ②  $(\frac{٧}{٣} \times \frac{٥}{٧}) \times \frac{١}{٥}$

قارن بين الإجابتين في ① و ② . ماذا تلاحظ ؟

لكل ١، ب، ج  $\exists$  د، فإن :

( خاصية التجميع لعملية الضرب على د )  $(ب \times ج) \times د = ب \times (ج \times د)$

### دورك الآن (٣)

أوجد ناتج كل مما يلي :

①  $\frac{١}{٩} \times ١$       ②  $١ \times ٢ \frac{١}{٢}$

③  $\frac{٢}{٥} \times ٠$       ④  $٠ \times ٣ \frac{١}{٤}$

مما سبق ، ماذا تلاحظ ؟

لكل ١  $\exists$  د، فإن :

( خاصية العنصر المحايد لعملية الضرب على د )  $١ \times ١ = ١ \times ١ = ١$

( خاصية الضرب في صفر لعملية الضرب على د )  $٠ \times ١ = ١ \times ٠ = ٠$



## دورك الآن (٤)

أوجد ناتج كل مما يلي :

..... =  $\frac{9}{2} \times \frac{2}{9}$  (أ) ..... =  $\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}$  (ب)

ماذا تلاحظ ؟

لكل  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ ، فإن :

- (١) المعكوس الضربي للعدد  $\frac{a}{b}$  هو  $\frac{b}{a}$ ،  $a \neq 0$ .  
(٢) خاصية المعكوس الضربي لعملية الضرب على  $\mathbb{Q}$  :  $1 = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$

## دورك الآن (٥)

أكمل الجدول الآتي :

| العدد                       | ٠,٣               | ٥ | $\frac{9}{4}$ | $1\frac{7}{12}$ | -٠,٩ | $3\frac{1}{2}$ |
|-----------------------------|-------------------|---|---------------|-----------------|------|----------------|
| العدد في صورة $\frac{a}{b}$ | $\frac{1}{3}$     |   | $\frac{9}{4}$ |                 |      |                |
| المعكوس الضربي              | $3 = \frac{3}{1}$ |   |               |                 |      |                |

## دورك الآن (٦)

أوجد الناتج ، وضعه في أبسط صورة .

$(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$

الطريقة الأولى :

$(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$

$(\dots + \dots) \times \frac{2}{9} =$

..... =

..... =

..... =

الطريقة الثانية :

$(2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}) \times \frac{2}{9}$

$(2\frac{\dots}{2} \times \frac{2}{9}) + (1\frac{\dots}{4} \times \frac{2}{9}) =$

..... =

..... =

..... =

تذكر



لكل  $a, b$ ،  $a \in \mathbb{Q}$ ،  
فإن :  $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$

لكل  $a, b, c$ ،  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ ، فإن :

( الخاصية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع في  $\mathbb{R}$  )

## عبّر عن فهمك



هل عملية الضرب تتوزع على عملية الطرح في  $\mathbb{R}$  ؟ فسّر إجابتك .

## تمارين ذاتية :



١ أكمل الجدول الآتي :

| العدد                       | $\frac{2}{5}$ | $-0,7$         | $-\overline{0,6}$ | $-\frac{1}{4}$ | $3,75$ |
|-----------------------------|---------------|----------------|-------------------|----------------|--------|
| العدد في صورة $\frac{a}{b}$ |               |                |                   | $-\frac{9}{4}$ |        |
| المعكوس الضربي              |               | $-\frac{1}{7}$ |                   |                |        |

٢ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة .

أ  $-\overline{0,6} \times \frac{1}{3}$

ب  $-(1\frac{1}{6}) \times 1,8$

ج  $-(\frac{15}{9}) \times \frac{2}{5}$

د  $\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{2}$

هـ  $(1\frac{1}{3}) \times 2\frac{1}{4}$

و  $(2\frac{1}{5}) \times 1,6$

١,٤ × ٤,١ (ز)

٢  $\frac{2}{3}$  ×  $\frac{1}{4}$  ×  $\frac{1}{6}$  (ح)

( $\frac{4}{9} + \frac{5}{9}$ ) ×  $\frac{3}{7}$  (ط)

(٣  $\frac{1}{2}$  + ٢  $\frac{1}{3}$ ) ×  $\frac{3}{7}$  (ي)

٢  $\frac{1}{5}$  × (١  $\frac{1}{4}$  +  $\frac{2}{5}$ ) (ك)

(٠,٩-) × (١  $\frac{2}{3}$  + ٢  $\frac{7}{9}$  -) (ل)

(٣  $\frac{1}{5}$  -) ×  $\frac{1}{2}$  + (٣  $\frac{1}{5}$  -) ×  $\frac{1}{2}$  (م)

( $\frac{5}{7}$  -  $\frac{5}{6}$ ) ×  $\frac{1}{5}$  (ن)



٣ يبلغ طول قطعة من الخشب  $\frac{1}{4}$  متر ، قطع النجار  $\frac{2}{3}$  من هذه القطعة لاستخدامها في صنع خزانة ، فما طول قطعة الخشب الباقية ؟

### مهارات تفكير عليا :

٤ قامت هدى وعائشة بتقسيم ٥٦٠ عملة بينهما ، إذا حصلت هدى على  $\frac{3}{8}$  من العملات ، فكم عدد العملات التي ستحصل عليها عائشة ؟

٥ اشترى وليد ٦ أسهم من شركة بسعر ١٢,٥ دينارًا للسهم الواحد ، وشارك فيها في البورصة ، وبعد أسبوع باع جميع الأسهم بسعر  $٩٠ \frac{3}{4}$  دينارًا .  
- حدّد ما إذا كان وليد قد ربح أو خسر في البورصة .



- كم المبلغ الذي خسره أو ربحه ؟

# قسمة الأعداد النسبية

## Dividing Rational Numbers

٦ - ٢

سوف تتعلّم : قسمة الأعداد النسبية .

### حلّ وناقش



في شهر رمضان المبارك ، تطوّع سعد مع مجموعة من أصدقائه بتجميع وجبات إفطار صائم وتوزيعها على الصائمين ابتغاء للأجر . إذا كان الوزن الإجمالي للوجبات  $16\frac{1}{4}$  كجم وكان وزن الوجبة الواحدة  $\frac{3}{4}$  كجم .

فما عدد الوجبات التي تمّ توزيعها ؟

لإيجاد عدد الوجبات ، اتّبع الخطوات الآتية :

أ) حدّد العملية المطلوبة : .....

ب) عدد الوجبات = .....

إذا ، عدد الوجبات = ..... وجبة .

### معلومة مفيدة :



يزيد معدّل التبرّع لدى

الأسر الكويتية بنسبة

٥٠٪ خلال شهر رمضان المبارك

عن بقية الأشهر .

زيادة نسبية موجبة تعبر عن روح

العطاء في رمضان .

تعلّم أنّ عمليّتي الضرب والقسمة كلّ منهما عملية عكسية للأخرى .  
تساعدنا معرفة قواعد ضرب الأعداد النسبية على تعرّف قواعد قسمة الأعداد النسبية .

### تذكّر



$$\frac{p}{b} \div \frac{c}{d} =$$

$$\frac{p}{b} \times \frac{d}{c} =$$

حيث  $p, b, c, d \neq 0$

$b, c, d \neq 0$

لقسمة عدد نسبي على آخر غير الصفر ، اضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخر واتّبع قاعدة ضرب الأعداد النسبية .

تذكر



- المعكوس الضربي لـ  $\frac{p}{b}$  هو  $\frac{b}{p}$  حيث  $p, b \neq 0$
- $1 = \frac{b}{p} \times \frac{p}{b}$

أكمل الجدول الآتي :

| العدد                       | ٦ | $5\frac{2}{7}$ | ٤,٨ |
|-----------------------------|---|----------------|-----|
| العدد في صورة $\frac{p}{b}$ |   |                |     |
| المعكوس الضربي              |   |                |     |

عبّر عن فهمك



أ هل للصفر معكوس جمعي ؟

ب هل للصفر معكوس ضربي ؟

مثال (١) :

أوجد ناتج القسمة في كلٍّ مما يلي في أبسط صورة :

أ  $\frac{1}{3} \div 2\frac{5}{6}$

الحل :

$$\frac{1}{3} \div 2\frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{17}{6} =$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{17} =$$

$$\frac{1 \times 6}{3 \times 17} =$$

$$\frac{2}{17} =$$

$$8\frac{1}{2} =$$

(حوّل العدد الكسري إلى كسر مركّب)

ب  $(\frac{2}{5}) \div (-2,84)$

الحل :

$$(\frac{2}{5}) \div (-2,84)$$

(حوّل إلى الصورة العشرية ثمّ اقسم)

$$(0,4) \div (-2,84) =$$

$$-0,14 =$$

انتبه



عند القسمة على عدد عشري ،  
اضرب كلا من المقسوم والمقسوم  
عليه في قوى العدد ١٠ والتي  
تجعل المقسوم عليه عددًا كليًا.

د-  $(3\frac{1}{2} - ) \div 7 =$   
الحل:

$$\begin{aligned} (3\frac{1}{2} - ) \div 7 = \\ \frac{(7-)}{2} \div \frac{7}{1} = \\ \frac{(2-)}{7} \times \frac{7}{1} = \\ 2 = \frac{(2-) \times (7-)}{7 \times 1} = \end{aligned}$$

ج-  $(3\frac{3}{4} - ) \div 5 = \frac{5}{8}$   
الحل:

$$\begin{aligned} (3\frac{3}{4} - ) \div 5 = \frac{5}{8} \\ \frac{(15-)}{4} \div \frac{45}{8} = \\ (\frac{4-}{15}) \times \frac{45}{8} = \\ \frac{1- (4-) \times 45^3}{15 \times 8^2} = \\ 1\frac{1}{2} - = \frac{3-}{2} = \end{aligned}$$

### مثال (٢):

شهدت جزيرة عوهة تغيرًا في درجة الحرارة بمقدار  $9\frac{3}{8}^{\circ}$  خلال خمسة أيام . أوجد متوسط التغير في درجة الحرارة في اليوم الواحد .

الحل:



متوسط التغير في درجة الحرارة في اليوم الواحد  $= 9\frac{3}{8} \div 5$

$$\begin{aligned} \frac{5}{1} \div \frac{75}{8} = \\ \frac{1}{5} \times \frac{75}{8} = \end{aligned}$$

$$1\frac{3}{8} - = \frac{15-}{8} = \frac{1 \times (15-)}{8 \times 1} =$$

∴ متوسط التغير في درجة الحرارة في اليوم الواحد هو  $1\frac{3}{8}^{\circ}$



أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم .

إذا كان العلم الواحد يحتاج إلى  $\frac{1}{4}$  متر من القماش الأحمر ،

فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام  $\frac{1}{4}$  أمتار من القماش نفسه؟

أ) حدّد العملية المطلوبة : .....

ب) عدد الأعلام = .....  
.....  
.....

### عبّر عن فهمك



هل ناتج قسمة عدد نسبي على آخر نسبي يقع كلّ منهما بين ٠ ، ١ يكون دائماً عدداً أكبر من واحد صحيح ؟ ناقش صحّة العبارة ، موضّحاً رأيك بأمثلة .

### تمارين ذاتية :



١) أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ)  $\frac{3}{8} \div \frac{2}{7}$

.....  
.....

ج)  $(3 -) \div \frac{9}{16}$

.....  
.....

هـ)  $4 \frac{9}{10} \div 49$

.....  
.....

ز)  $(0,4 -) \div 8,36$

.....  
.....

ب)  $\frac{2}{15} \div \frac{4}{5}$

.....  
.....

د)  $(4 \frac{2}{3} -) \div 12 \frac{1}{4}$

.....  
.....

و)  $2,8 \div \frac{12}{25}$

.....  
.....

ح)  $(11 -) \div 7 \frac{6}{7}$

.....  
.....



٢ يُراد تفريغ  $\frac{1}{3}$  لترًا من الزيت في عبوات سعة كل منها  $\frac{1}{4}$  لتر . كم عدد العبوات الكاملة اللازمة لتفريغ الزيت كله ؟

---

---

---

٣ رصدت إحدى الهيئات مبلغ ١٣٥ دينارًا للحفل الختامي ، إذا ساهم كل مشترك بمبلغ ٤,٥ دنانير، فكم عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

---

---

---

### مهارات تفكير عليا :



٤ يصمّم فهد  $\frac{2}{3}$  صفحة في برنامج الفوتوشوب خلال  $\frac{1}{4}$  ساعة . كم صفحة يصمّمها في ٦ ساعات ؟

---

---

---



٥ يريد معلّم إجراء تجربة في المختبر مع ٢٠ متعلّمًا من متعلّمي الصف الثامن ، بحيث ينفّذها كل متعلّم على حدة . إذا كان كل متعلّم يحتاج إلى  $\frac{3}{4}$  كوب من الخلّ وكان لدى المعلّم ١٥ كوبًا من الخلّ ، فهل كمّية الخلّ تكفي المتعلّمين جميعًا ؟ فسّر إجابتك .

---

---

---



# الجزر التربيعي للعدد النسبي

٧ - ٢

## Square Root of Rational Number

سوف تتعلّم : إيجاد الجزر التربيعي لعدد نسبي موجب .

### العبارات والمفردات :

Square Root

الجزر التربيعي

Square of a Number

مربع العدد

### إِسْتَكْشِفْ



١ أكمل نمط البلاطات المربعة الآتية حتى تصل إلى ٥ بلاطات في كل ضلع .

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

٢ أكمل الجدول الآتي :

|       |       |       |   |   |                                 |
|-------|-------|-------|---|---|---------------------------------|
| ٥     | ٤     | ٣     | ٢ | ١ | عدد البلاطات في كل ضلع          |
| ..... | ..... | ..... | ٤ | ١ | العدد الكلي للبلاطات في كل مربع |

٣ افترض أن مربعًا فيه ٣٦ بلاطة ، ما عدد البلاطات في كل ضلع ؟

.....

٤ ما العلاقة بين عدد البلاطات في كل ضلع وعدد البلاطات في المربع ؟

.....

### تذكّر



$$\begin{aligned} \text{مربع العدد } 2(2) &= 4 \\ 4 &= 2 \times 2 = \end{aligned}$$

تعميم: لأي عدد نسبي  $\frac{p}{b}$  يكون :

$$\sqrt{\frac{p}{b}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{b}} = \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} = \left( \frac{p}{b} \right)^2 = \frac{p}{b} \text{ مربع العدد } \frac{p}{b}$$

## دورك الآن (١)

أكمل الجدول الآتي :

| العدد | ٣ | ٧ | ٨- | ٩ | ١٠ | $2\frac{1}{2} -$ | ٠,٩  | ٠,٩- | $\frac{2}{5}$  |
|-------|---|---|----|---|----|------------------|------|------|----------------|
| مربعه |   |   | ٦٤ |   |    |                  | ٠,٨١ |      | $\frac{4}{25}$ |

### ملاحظة :

◀ مربع أي عدد نسبي لا يساوي الصفر ، هو دائماً عدد نسبي موجب ،  
إذا كان  $٢ \geq ٠$  ، فإن  $٢ < ٠$  .

### عبّر عن فهمك

يوجد عدنان مختلفان مربع كل منهما يساوي  $\frac{64}{25}$  ، فما هما ؟ تحقق من إجابتك .

## دورك الآن (٢)

ضع كلاً مما يلي على صورة  $\left(\frac{١}{٢}\right)^2$  :

$$\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{2(\dots)}{2(\dots)} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \quad \text{ب)}$$

$$\left(\frac{5}{\dots}\right)^2 = \frac{2(5)}{2(\dots)} = \frac{25}{49} \quad \text{أ)}$$

$$\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{2(12)}{2(\dots)} = \frac{144}{\dots} = 1,44 \quad \text{د)}$$

$$\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^2 = \frac{2(8)}{2(\dots)} = \frac{\dots}{100} = 0,64 \quad \text{ج)}$$

### الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب ٢ :

هو العدد الذي مربعه يساوي ٢ .

- لكل عدد نسبي موجب ٢ جذران ، أحدهما موجب  $(\sqrt{٢})$  والآخر سالب  $(-\sqrt{٢})$  (وستقتصر دراستنا على الجذر الموجب للعدد النسبي) .

لاحظ من دورك الآن (١) أن :

- ٠,٩ هو الجذر التربيعي الموجب للعدد ٠,٨١
- ٠,٩- هو الجذر التربيعي السالب للعدد ٠,٨١

أكمل الجدول الآتي :

| العدد (١)                                | ٤                   | ١٦ | ٢٥ | ٣٦ | ١٢١          | ١٤٤ |
|------------------------------------------|---------------------|----|----|----|--------------|-----|
| الجذر التربيعي الموجب ( $\sqrt{\quad}$ ) | ٢                   |    |    | ٦  | ١١           |     |
| السبب                                    | $٢ \times ٢ = ٢(٢)$ |    |    |    | $١٢١ = ١١^٢$ |     |

مثال (١) :

أوجد كلاً ممّا يلي :

أ  $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

الحل :

$$\sqrt{\frac{٤ \times ٤}{٥ \times ٥}} = \frac{\sqrt{١٦}}{\sqrt{٢٥}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{٤}{٥}\right)^٢} = \frac{\sqrt{٢(٤)}}{\sqrt{٢(٥)}} = \frac{٤}{٥}$$

ب  $\sqrt{٤٩٠٠}$

الحل :

$$\sqrt{٧٠} = \sqrt{٢(٧٠)} = \sqrt{٧٠ \times ٧٠} = \sqrt{٤٩٠٠}$$

ب  $\sqrt{٠,٨١}$

الحل :

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}} &= \sqrt{\frac{٩ \times ٩}{١٠ \times ١٠}} \\ \sqrt{\left(\frac{٩}{١٠}\right)^٢} &= \frac{٩}{١٠} \\ ٠,٩ &= \sqrt{\left(\frac{٩}{١٠}\right)^٢} \end{aligned}$$

## مثال (٢) :

أوجد الجذر التربيعي لكلٍّ من الأعداد الآتية :

أ)  $\frac{1}{16}$  و ٥

الحل :

$$2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = \frac{9 \times 9}{4 \times 4} = \frac{81}{16} = 5 \frac{1}{16}$$

### تذكر



عند تحليل العدد إلى عوامله الأولية، نقسم على ٢ أو ٣ أو ٥ أو ٧ أو ..... .

حلل : ١٩٦ إلى عوامله الأولية .

$$\begin{array}{r} 2 \mid 196 \\ 2 \mid 98 \\ 2 \mid 49 \\ 7 \mid 49 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \mid 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{حلل : ١٩٦ إلى عوامله الأولية .} \\ 2(7) \times 2(2) = 196 \end{array}$$

ب) ٣٢٤

الحل :

$$\begin{array}{r} 2 \mid 324 \\ 2 \mid 162 \\ 2 \mid 81 \\ 3 \mid 27 \\ 3 \mid 9 \\ 3 \mid 3 \\ 3 \mid 1 \end{array}$$

$$\sqrt{18 \times 18} = \sqrt{324} \quad \sqrt{18} = \sqrt{2(9)} =$$

## مثال (٣) :

أوجد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد  $\sqrt{23,25}$

الحل :

نعلم أن :  $16 < 23,25 < 25$

$$\sqrt{25} > \sqrt{23,25} > \sqrt{16}$$

$$5 > \sqrt{23,25} > 4$$

إذًا ، العدد  $\sqrt{23,25}$  يقع بين العددين ٤ ، ٥

### تذكر



•  $2(4) = 16$

•  $2(5) = 25$

## عبّر عن فهمك



أعط أمثلة عن جذور تربيعية أخرى تقع بين العددين ٤ ، ٥ .



١ أوجد كلاً ممّا يلي:

|                     |                            |                             |
|---------------------|----------------------------|-----------------------------|
| $\sqrt{0,2025}$ (ج) | $\sqrt{3\frac{6}{25}}$ (ب) | $\sqrt{\frac{225}{64}}$ (أ) |
| .....               | .....                      | .....                       |
| .....               | .....                      | .....                       |

٢ أوجد الجذر التربيعي لكلّ من الأعداد الآتية :

|                       |         |          |
|-----------------------|---------|----------|
| $12\frac{24}{25}$ (ج) | ٢٥٦ (ب) | ١,٩٦ (أ) |
| .....                 | .....   | .....    |
| .....                 | .....   | .....    |

٣ أوجد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد :

|                   |                 |
|-------------------|-----------------|
| $\sqrt{13,5}$ (ب) | $\sqrt{52}$ (أ) |
| .....             | .....           |
| .....             | .....           |

في التمارين من (٤ - ٧) ، ظلّ دائرة الإجابة الصحيحة :

٤  $= \sqrt{\left(\frac{1-}{2}\right)}$

|                   |                   |                    |                    |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| $\frac{1}{8}$ (د) | $\frac{1}{4}$ (ج) | $\frac{1-}{2}$ (ب) | $\frac{1-}{4}$ (أ) |
| .....             | .....             | .....              | .....              |

٥  $= \sqrt{2(4) + 2(3)}$

|       |        |       |       |
|-------|--------|-------|-------|
| ٤ (د) | ٢٥ (ج) | ٥ (ب) | ٧ (أ) |
| ..... | .....  | ..... | ..... |

٦ ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟

|        |        |       |       |
|--------|--------|-------|-------|
| ٢٧ (د) | ٨١ (ج) | ٣ (ب) | ٩ (أ) |
| .....  | .....  | ..... | ..... |

٧  $= \sqrt{1\frac{9}{16}}$

|                   |                    |                    |                    |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $\frac{4}{5}$ (د) | $1\frac{1}{4}$ (ج) | $1\frac{4}{3}$ (ب) | $1\frac{3}{4}$ (أ) |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

٨ أوجد طول ضلع المربع الذي مساحته  $13\frac{4}{9}$  سم<sup>٢</sup>.

---

---

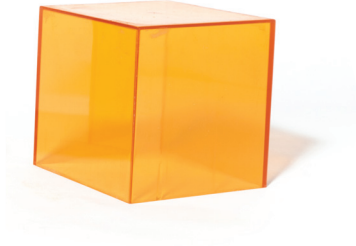
---

---

### مهارات تفكير عليا :



٩ صندوق على شكل مكعب مساحته الجانبية ١٩٦ دسم<sup>٢</sup>. أحسب طول حرفه .



---

---

---

---

١٠ تم تبليط أرضية غرفة مربعة الشكل بـ ٧٢ بلاطة بيضاء اللون و ٧٢ بلاطة سوداء اللون ، ( علماً بأن جميع البلاطات مربعة الشكل ومتطابقة ) ، فكم عدد البلاطات في كل صف ؟



---

---

---

---

# الجذر التكعيبي للعدد النسبي

## Cubic Root of Rational Number

٢ - ٨

سوف تتعلّم : إيجاد الجذر التكعيبي لعدد نسبي .

### العبارات والمفردات :

The Cubic Root

الجذر التكعيبي

### استكشف



أرادت فاطمة تنظيم خزانة ملابسها باستخدام صناديق مكعبة الشكل ذات أحجام مختلفة ، فاستخدمت صندوق حجمه ٨ وحدات مكعبة لوضع الأحزمة والنظارات ، وصندوقاً آخر حجمه ٢٧ وحدة مكعبة لوضع المناشف ، وصندوقاً حجمه ١٢٥ وحدة مكعبة لوضع الحقائب . أرادت حساب طول حرف كل صندوق من هذه الصناديق المكعبة لتجهيز مكان مناسب لها داخل خزانتها الخاصة .

ساعد فاطمة في معرفة طول كل ضلع بإكمال الجدول الآتي :

| الشكل                | صندوق النظارات والأحزمة         | صندوق المناشف | صندوق الحقائب  |
|----------------------|---------------------------------|---------------|----------------|
| حجمه                 | ٨ وحدات مكعبة                   | ٢٧ وحدة مكعبة | ١٢٥ وحدة مكعبة |
| الحجم بالصورة الأسية | $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ |               |                |
| طول الحرف            | ٢ وحدة طول                      |               |                |

### تذكّر



• مكعب العدد  $l = l^3$

$$l \times l \times l =$$

فمثلاً مكعب العدد  $2 = 2^3$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 =$$

## دورك الآن (١)

أكمل الجدول الآتي :

| العدد | ١ | ٣ | ٦- | ٧ | ٩- | ص- |
|-------|---|---|----|---|----|----|
| مكعبه |   |   | ٦٤ |   |    |    |

**تعميم:** لأي عدد نسبي  $\frac{p}{b}$  يكون :

$$\frac{p^3}{b^3} = \frac{p \times p \times p}{b \times b \times b} = \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} = \left( \frac{p}{b} \right)^3 = \frac{p}{b} \text{ مكعب العدد } \frac{p}{b}$$

**الجذر التكعيبي للعدد النسبي  $\frac{p}{b}$ :** هو العدد الذي مكعبه  $\frac{p}{b}$  ويُرمز إليه بالرمز  $\sqrt[3]{\frac{p}{b}}$ .

### ملاحظة :

- ▶ لإيجاد  $\sqrt[3]{\frac{p}{b}}$  نحلل العدد  $\frac{p}{b}$  إلى عوامله الأولية ، ونضعه على الصورة  $\frac{p}{b} = \frac{a^3}{b^3}$
- ▶ الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب هو عدد موجب ، فمثلاً  $\sqrt[3]{8} = 2$
- ▶ الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد سالب ، فمثلاً  $\sqrt[3]{-8} = -2$

## دورك الآن (٢)

أكمل الجدول الآتي :

| العدد (١)                                  | ٨ | ١٢٥- | ٢١٦ | ٣٤٣                                      | ١٠٠٠- |
|--------------------------------------------|---|------|-----|------------------------------------------|-------|
| الجذر التكعيبي ( $\sqrt[3]{\frac{p}{b}}$ ) |   |      |     | $\sqrt[3]{\frac{343}{7}} = \sqrt[3]{49}$ |       |
| السبب                                      |   |      |     | $343 = 7^3$                              |       |

### عبّر عن فهمك

هل كل عدد نسبي جذره التكعيبي هو عدد نسبي ؟ أعط مثلاً على ذلك .



أوجد كلاً مما يلي :

$$\sqrt[3]{\frac{\dots}{\dots}} = \sqrt[3]{\left(\frac{\dots}{\dots}\right)^3} = \sqrt[3]{\frac{3(5)}{3(\dots)}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 5 \times 5}{\dots \times \dots \times \dots}} = \sqrt[3]{\frac{125}{27}} \quad \text{أ}$$

$$\dots = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{0,64} \quad \text{ب}$$

انتبه



$$8 = \sqrt[3]{64}$$

$$4 = \sqrt[3]{64}$$

انتبه



$$p - = \sqrt[3]{(p-)^3}$$

$$3,375 \quad \text{ب}$$

الحل :

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \ 375 \\ 3 & 1 \ 125 \\ 3 & 375 \\ 5 & 125 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sqrt[3]{\frac{3375}{1000}} = \sqrt[3]{3,375} \\ \sqrt[3]{\frac{3(15)}{3(10)}} = \sqrt[3]{\frac{3 \times 5}{3(10)}} = \\ \sqrt[3]{\left(\frac{15}{10}\right)} = \\ 1,5 = \frac{15}{10} = \end{array}$$

مثال (١) :

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية :

$$15 \frac{5}{8} \quad \text{أ}$$

الحل :

$$\begin{array}{l} \sqrt[3]{\frac{125-}{8}} = \sqrt[3]{15 \frac{5}{8}} \\ \sqrt[3]{\left(\frac{5-}{2}\right)} = \sqrt[3]{\frac{5-}{2}} = \\ 2 \frac{1}{2} - = \frac{5-}{2} = \end{array}$$

مثال (٢) :

أوجد ناتج ما يلي :

$$27\sqrt[3]{4} - 36\sqrt[3]{5}$$

الحل :

$$(12-) - 30 = (3-) 4 - 6 \times 5 = 27\sqrt[3]{4} - 36\sqrt[3]{5} \\ 42 = 12 + 30 =$$

تذكر



ترتيب العمليات الحسابية :

- ١ ما داخل الأقواس
- ٢ الأسس والجذور
- ٣ الضرب والقسمة
- ٤ الجمع والطرح



١ أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية :

..... ٠,٢١٦ (أ)

..... ٠,١٢٥ - (ج)

..... ٢,٧٤٤ (هـ)

.....  $\frac{٢٧-}{٨}$  (ب)

.....  $٤٢ \frac{٧}{٨} -$  (د)

٢ مكعب حجمه ٦٤ سم<sup>٣</sup> . أوجد طول حرفه .

٣ أوجد ناتج كل مما يلي :

$\sqrt[٣]{١٢٥} \sqrt[٣]{٢} + \sqrt[٣]{٦٤} - \sqrt[٣]{٣}$  (أ)

$\sqrt[٣]{٨} - \sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{٢٧} \sqrt[٣]{٢}$  (ب)

في التمارين من ( ٨ - ٤ ) ، ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

$\sqrt[٣]{٤} = \sqrt[٣]{(٠,٠٤-)}$  (٤)

..... ٠,٠٤ (أ)

..... ٠,٠٤ - (ب)

..... ٠,٠١٦ (ج)

..... ٤ (د)

$\sqrt[٣]{\frac{٣٤٣-}{٢٧...}}$  (٥)

.....  $\frac{٧}{٣٠}$  (أ)

.....  $\frac{٣٠}{٧}$  (ب)

.....  $\frac{٧-}{٣٠}$  (ج)

.....  $\frac{٣٠-}{٧}$  (د)

$\sqrt[٣]{\frac{١٢٥\sqrt[٣]{٢}}{٢٥\sqrt[٣]{٢}}}$  (٦)

..... ٥ (أ)

..... ١ (ب)

.....  $\frac{١}{٥}$  (ج)

..... ٠,١ (د)

$$= \sqrt[3]{0,008} \quad \text{٧}$$

$$0,2 \quad \text{أ}$$

$$0,02 \quad \text{ب}$$

$$0,8 \quad \text{ج}$$

$$2 \quad \text{د}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \quad \text{٨}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{أ}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{ب}$$

$$\frac{2}{3} \quad \text{ج}$$

$$-\frac{2}{3} \quad \text{د}$$

### مهارات تفكير عليا :

٩ ظلل دائرة الإجابة الصحيحة:

مكعب حجمه ٨ م<sup>٣</sup>. فإن مساحة أحد أوجهه تساوي :

$$2 \text{ م}^2 \quad \text{أ}$$

$$4 \text{ م}^2 \quad \text{ب}$$

$$4 \text{ م}^2 \quad \text{ج}$$

$$8 \text{ م}^2 \quad \text{د}$$

١٠ صنع محمد صندوقاً مكعب الشكل حجمه ٦٤ دسم<sup>٣</sup>، وصنعت أخته نور صندوقاً آخر أصغر منه ومكعب الشكل أيضاً، إذا كان طول ضلع صندوق نور يساوي نصف طول ضلع صندوق أخيها محمد، فما هو حجم صندوق نور ؟



# تقويم الوحدة التعليمية الثانية

## Unit Two Assessment

### أولاً: البنود المقالية

١ مثل الأعداد النسبية الآتية على خطّ الأعداد:

$$١,٧٥- , ٠,٢٥ , \frac{١-}{٤} , \frac{٣}{٤} , ١ \frac{١}{٤}$$

٢ رتّب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$$٥,٤ - , ٥,٢٥ , ٥ \frac{١}{٥} - , ٥ \frac{١}{٣}$$

٣ رتّب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً :

$$٠,٨ - , ٠,٨ , \frac{٣-}{٥} , \frac{٣}{٤}$$

٤ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

أ)  $(٢,٠٧٣ -) - ٥,٦٣ -$

ب)  $٣ \frac{١}{٣} + ٥,٤ -$

ج)  $٣ \frac{٥}{٦} + ٦ \frac{٥}{٨} -$

د)  $١٨ \frac{١}{٥} - ١٠ \frac{٢}{٣}$

هـ)  $٢ \frac{١}{٦} \times ١ \frac{٢}{٣}$

٥  $\frac{1}{v} \div (1 - \frac{1}{v})$

٦  $(\frac{3}{14} - \frac{6}{v}) \times 1 - \frac{1}{v}$

٧  $5 - \frac{1}{v} + 6 \frac{v}{9} + 3 \frac{2}{3}$

٥ أوجد ناتج كل مما يلي :

أ  $\sqrt{0,0064}$

ب  $\sqrt{\frac{81}{100}}$

ج  $\sqrt[3]{2 \frac{10}{27}}$



٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل ، وذلك بخلط  $9 \frac{1}{p}$  جرامات من العطر المركّز ، و ٣٩,٨ جراماً من الكحول الأبيض، و ٠,٤٥ جرام من الصندل للتثبيت.

أ ما كمّية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر ؟

ب إذا كان جاسم يريد عمل  $\frac{3}{4}$  الكمّية ، فما الكمّية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إليها ؟

٧ خزّان ماء على شكل مكعب ، حجمه ١٢٥ مترًا مكعبًا . أوجد طول حرفه .

## ثانيًا: البنود الموضوعية

في البنود ( ١ - ٤ ) ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

|   |   |                                                         |
|---|---|---------------------------------------------------------|
| ب | أ | ١ $\frac{٧}{١}$ هو المعكوس الضربي للعدد $١ \frac{٣}{٧}$ |
| ب | أ | ٢ $٠,٢ = (٠,١٥ - ) + ٠,٥$                               |
| ب | أ | ٣ $٠,٦ = ٠,٦$                                           |
| ب | أ | ٤ $\frac{١٠-}{١٥} = ( \frac{٣-}{١٥} ) - \frac{٧-}{١٥}$  |

في البنود ( ٥ - ١٠ ) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة :

٥ ناتج  $\frac{٧}{٩} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٢}{٥}$  يساوي :

د  $\frac{٥}{٧}$

ج  $\frac{٧}{٩}$

ب  $\frac{٥}{٩}$

أ  $\frac{٢}{٩}$

٦  $= \frac{١}{٤} \div \frac{١}{٢}$

د  $\frac{١}{٢}$

ج ٨

ب ٢

أ  $\frac{١}{٨}$

٧  $= \sqrt{٩٠٠}$

د ٩٠

ج ٣٠

ب ٣

أ ٣٠٠

٨  $= \sqrt[٣]{\frac{٣}{٨}}$

د  $\frac{٩}{٤}$

ج  $\frac{٣}{٨}$

ب  $\frac{٣}{٢}$

أ  $\frac{١}{٨}$

٩ العدان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما  $\sqrt{7}$  هما :

د ٢، ١

ج ٣، ٢

ب ٤، ٣

أ ٨، ٦

١٠ الأعداد المرتبة ترتيباً تصاعدياً هي :

أ  $\frac{1}{9} -$  ،  $\frac{2}{3} -$  ، ٠ ، ٠,٧

ب  $\frac{2}{3} -$  ،  $\frac{1}{9} -$  ، ٠ ، ٠,٧

ج ٠,٧ ، ٠ ،  $\frac{2}{3} -$  ،  $\frac{1}{9} -$

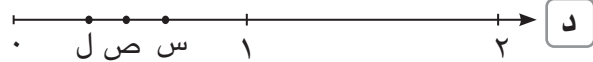
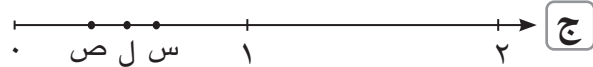
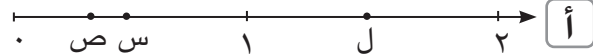
د ٠ ، ٠,٧ ،  $\frac{2}{3} -$  ،  $\frac{1}{9} -$

مهارات تفكير عليا :

في البند (١١) أربعة اختيارات، واحد منها فقط صحيح، ظلل الإجابة الصحيحة.



١١ ليكن س ، ص عددين نسبیین على خط الأعداد الموضَّح أعلاه ، س  $\times$  ص = ل . أي مما يلي يمثل موقع العدد ل على خط الأعداد ؟



# المشروع الأول: الرياضيات في حياتنا

| متوسط أسعار الذهب في السوق الكويتي                              |                        |                         |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------|-------------------------|
| الوحدة                                                          | السعر بالدينار الكويتي | السعر بالدولار الأمريكي |
| الذهب عيار ٢٤                                                   | ١٢,٥٦                  | ٤١,٢٥                   |
| الذهب عيار ٢٢                                                   | ١١,٥١                  | ٣٧,٨٢                   |
| الذهب عيار ٢١                                                   | ١٠,٩٩                  | ٣٦,١٠                   |
| الذهب عيار ١٨                                                   | ٩,٤٢                   | ٣٠,٩٤                   |
| الذهب عيار ١٤                                                   | ٧,٣٣                   | ٢٤,٠٦                   |
| الذهب عيار ١٢                                                   | ٦,٢٨                   | ٢٠,٦٣                   |
| أسعار أوقية الذهب                                               | ٣٩٠,٥٨                 | ١٢٨٣                    |
| أسعار جنيه الذهب                                                | ٨٧,٩١                  | ٢٨٨,٧٩                  |
| أسعار كيلو الذهب                                                | ١٢٥٥٩                  | ٤١٢٥٤                   |
| متوسط أسعار الذهب في الكويت اليوم الإثنين الموافق ٢٩ أبريل ٢٠١٩ |                        |                         |

يستخدم المتعلّمون مفهوم المجموعات لتصنيف الأعداد من واقع الحياة وفق صفات مشتركة ، ويمثّلها بشكل رياضي صحيح.

## خطة العمل :

توظيف مفهوم المجموعات في تصنيف الأعداد في حياتنا اليومية.

## خطوات تنفيذ المشروع :



◀ **جمع البيانات :** يقوم المتعلّمون بجمع مجموعة من الأعداد من واقع الحياة ، مثل أرقام لوحات السيّارات، درجات الاختبارات ، أو أسعار من السوق .

◀ **تصنيف الأعداد:** يصنّف المتعلّمون هذه الأعداد إلى مجموعات حسب خصائصها الرياضية ، مثلاً:

(عدد زوجي، عدد فردي ، عدد أولي ، وعدد يقبل القسمة على ٥) .

◀ **ربط النتائج:** يستخرج المتعلّمون مجموعتي التقاطع والاتّحاد للبيانات .

◀ **تمثيل المجموعات:** يمثّل المتعلّمون هذه المجموعات في شكل قن .

## علاقات وتواصل :

تتبادل المجموعات الأوراق وتتأكّد من صحّة التصنيف والتمثيل .

## عرض العمل :

تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .



## المراجع

- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الثالثة ٢٠١٧ - ٢٠١٨ م ،  
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة الخامسة ٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م ،  
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .
- الرياضيات ، الصف الثامن ، الطبعة التجريبية ٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م ،  
وزارة التربية ، قطاع البحوث التربوية والمناهج .

## مصادر بعض الصور

- صفحة ٢٧ : وزارة التربية . صورة للطابور الصباحي في مدرسة كويتية . أرشيف وزارة التربية - الكويت
- صفحة ٢٨ : وزارة التربية . صورة من افتتاح التعليم في منطقة برقان ، ١٩٣٨ . أرشيف وزارة التربية - الكويت
- صفحة ١٠٥ : وزارة التربية . صورة جزيرة عوهة [www.kuna.net.kuw](http://www.kuna.net.kuw)

# 8



قيّم مناهجنا



الكتاب كاملاً