وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الفيـزياء ١١

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول - القسم الأول

كتـاب الطـالب

المـرحلـة الـثـانـويـة

1 / 1

وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الفيزياء

كتاب الطالب

الصفّ الحادي عشر ١١

الفصل الدراسي الأول - القسم الأول

المرحلة الثانويّة

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب العلوم

أ. برّاك مهدي برّاك (رئيسا)

أ. مصطفى محمد مصطفى علي | أ. فتوح عبد الله طاهر الشمالي

أ. سعاد عبد العزيز الرشود | أ. تهاني ذعار المطيري

الطبعة الثانية

١٤٤٧ هـ

٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

الطبعة الأولى ٢٠١٣ - ٢٠١٤ م
الطبعة الثانية ٢٠١٥ - ٢٠١٦ م
٢٠١٨ - ٢٠١٩ م
٢٠١٩ - ٢٠٢٠ م
٢٠٢٠ - ٢٠٢١ م
٢٠٢٢ - ٢٠٢٣ م
٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م
٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م
٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الفيزياء للصف الحادي عشر الثانوي

أ. أسامة مصطفى خليل العجوز

أ. أمل محمد أحمد داوود — **أ. محمد حسان محمد الكردي**

أ. منى خالد مطلق المطيري — **أ. كلثوم عبد الرحمن أحمد ملك**

دار التَّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣

طُبع في مطابع شركة دار القبس للصحافة والطباعة والنشر

أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٢٥) بتاريخ ٢/٤/٢٠١٥م

حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah

Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ صباح خالد الحمد الصباح
ولي عهد دولة الكويت

H. H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah
Crown Prince Of The State Of Kuwait

مقدمـــــة

الحمدلله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين، محمد بن عبدالله وصحبه أجمعين.

عندما شرعت وزارة التربية في عملية تطوير المناهج، استندت في ذلك إلى جملة من الأسس والمرتكزات العلمية والفنية والمهنية، حيث راعت متطلبات الدولة وارتباط ذلك بسوق العمل، وحاجات المتعلمين والتطور المعرفي والعلمي، بالإضافة إلى جملة من التحديات التي تمثلت بالتحدي القيمي والاجتماعي والاقتصادي والتكنولوجي وغيرها، وإن كنا ندرك أن هذه الجوانب لها صلة وثيقة بالنظام التعليمي بشكل عام وليس المناهج بشكل خاص.

ومما يجب التأكيد عليه، أن المنهج عبارة عن كم الخبرات التربوية والتعليمية التي تُقدم للمتعلم، وهذا يرتبط أيضًا بعمليات التخطط والتنفيذ، والتي في محصلتها النهائية تأتي لتحقيق الأهداف التربوية، وعليه أصبحت عملية بناء المناهج الدراسية من أهم مكونات النظام التعليمي، لأنها تأتي في جانبين مهمين لقياس كفاءة النظام التعليمي، فهي من جهة تمثل أحد المدخلات الأساسية ومقياسًا أو معيارًا من معايير كفاءته من جهة أخرى، عدا أن المناهج تدخل في عملية إنماء شخصية المتعلم في جميع جوانبها الجسمية والعقلية والوجدانية والروحية والاجتماعية.

من جانب آخر، فنحن في قطاع البحوث التربوية والمناهج، عندما نبدأ في عملية تطوير المناهج الدراسية، ننطلق من كل الأسس والمرتكزات التي سبق ذكرها، بل إننا نراها محفزات واقعية تدفعنا لبذل قصارى جهدنا والمضي قدمًا في البحث في المستجدات التربوية سواء في شكل المناهج أم في مضامينها، وهذا ما قام به القطاع خلال السنوات الماضية، حيث البحث عن أفضل ما توصلت إليه عملية صناعة المناهج الدراسية، ومن ثم إعدادها وتأليفها وفق معايير عالمية استعدادًا لتطبيقها في البيئة التعليمية.

ولقد كانت مناهج العلوم والرياضيات من أول المناهج التي بدأنا بها عملية التطوير، إيمانًا بأهميتها وانطلاقًا من أنها ذات صفة عالمية، مع الأخذ بالحسبان خصوصية المجتمع الكويتي وبيئته المحلية، وعندما أدركنا أنها تتضمن جوانب عملية التعلم ونعني بذلك المعرفة والقيم والمهارات، قمنا بدراستها وجعلها تتوافق مع نظام التعليم في دولة الكويت، مركزين ليس فقط على الكتاب المقرر ولكن شمل ذلك طرائق وأساليب التدريس والبيئة التعليمية ودور المتعلم، مؤكدين على أهمية التكامل بين الجوانب العلمية والتطبيقية حتى تكون ذات طبيعة وظيفية مرتبطة بحياة المتعلم.

وفي ضوء ما سبق من معطيات وغيرها من الجوانب ذات الصفة التعليمية والتربوية تم اختيار سلسلة مناهج العلوم والرياضيات التي أكملناها بشكل ووقت مناسبين، ولنحقق نقلة نوعية في مناهج تلك المواد، وهذا كله تزامن مع عملية التقويم والقياس للأثر الذي تركته تلك المناهج، ومن ثم عمليات التعديل التي طرأت أثناء وبعد تنفيذها، مع التأكيد على الاستمرار في القياس المستمر والمتابعة الدائمة حتى تكون مناهجنا أكثر تفاعلية.

د. سعود هلال الحربي

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

المحتويات

الجزء الأوّل

محتويات الجزء الأوّل

الحركة
Motion

فصول الوحدة

الفصل الأوّل
- حركة المقذوفات

الفصل الثاني
- الحركة الدائرية

الفصل الثالث
- مركز الثقل

الفصل الرابع
- حركة الأقمار الصناعية

أهداف الوحدة

- يعرّف الكمّيات العددية والكمّيات المتّجهة.
- يجد محصّلة عدّة متّجهات.
- يحلّل المتّجه المعطى لمركبتين أفقية ورأسية.
- يعرّف حركة المقذوفات.
- يعرّف الحركة الدائرية.
- يعرّف القوّة الجاذبة المركزية.
- يعرّف القوّة الطاردة المركزية.
- يعرّف مركز الثقل.
- يدرس حركة الأقمار الصناعية.

معالم الوحدة

الفيزياء في المختبر: خطوط الملاحة
ارتباط الفيزياء بالرياضة: ركوب الأمواج
الفيزياء في المختبر: المقذوفات والسقوط الحرّ
ارتباط الفيزياء بالرياضة: زمن التحليق
الفيزياء في المختبر: مقارنة بين المتدحرجات
الفيزياء في المختبر: تدحرج العجلات المدرجة
ارتباط الفيزياء بالتكنولوجيا: عجلات السكك الحديدية
توظيف الفيزياء: مصمّم القطار الدوّار في المدينة الترفيهية
الفيزياء في المختبر: الحركة الدائرية لدلو الماء

هل تتسارع الأرجوحة الدوّارة عندما تتحرّك على مسارها الدائري بسرعة ثابتة؟
قبل أن تبدأ اللعبة الدوّارة حركتها، تكون المقاعد معلّقة رأسيًا نحو الأرض، لكن عندما تدور تنحرف بزاوية عن موقعها. إنّ حركة الأرجوحة الدوّارة هي مثال على الحركة غير الخطّية التي هي محور هذه الوحدة.
بعد أن درسنا في السنوات السابقة الحركة الخطّية المنتظمة والحركة الخطّية منتظمة العجلة، سنتناول في هذه الوحدة حركة القذيفة، وهي حركة على مسار منحنى يجمع بين حركة أفقية منتظمة وحركة رأسية معجّلة، كما سندرس الحركة الدائرية كأحد أنواع الحركة في مستوى.

اكتشف بنفسك

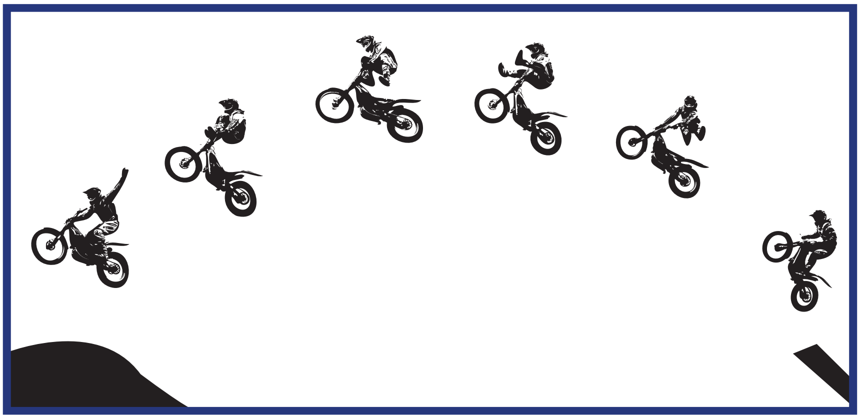
لقد اهتمّ العلماء والفلاسفة على مرّ العصور بدراسة حالتي السكون والحركة والعلاقة النسبية بينهما. وصنّفوا الحركة معتمدين على اختلاف نوع مسار الجسم المتحرّك، فعرفوا الحركة الخطية والحركة الدائرية. كما أنّ ارتباط مفهوم الحركة بالقوّة جعل العلماء اليونانيين يعتقدون أنّ بقاء القوّة المؤثّرة على الجسم ضروري لبقاء حركته، إلى أن جاء نيوتن فوضع قوانينه التي تنقض هذا الطرح وتُعتبر أساس علم الحركة.
أجب عن الأسئلة التالية مستخدمًا النصّ السابق.
1. عرّف الحركة الخطّية والحركة الدائرية.
2. اذكر نصّ قانون نيوتن الذي ينقض ضرورة بقاء القوّة المؤثّرة من أجل بقاء الحركة.

دروس الفصل

الدرس الأوّل
- الكمّيات العددية والكمّيات المتّجهة

الدرس الثاني
- تحليل المتّجهات

الدرس الثالث
- حركة القذيفة



هل لتغيير زاوية الانطلاق تأثير على شكل المسار؟

إذا لاحظت حركة الدرّاجة النارية والمسار الذي تتبعه في الهواء (الصورة إلى أعلى)، لأدركت أنّ الكثير من الأشياء التي تُقذف في الهواء تأخذ شكل المسار نفسه.

فعندما يركل لاعب كرة القدم الكرة، تسلك في الهواء مسارًا مشابهًا لمسار الدرّاجة النارية الموضَّحة في الصورة أعلاه. وذلك ينطبق على تيّار الماء المندفع من النافورة الموضّحة في الصورة أعلاه (الصورة إلى أسفل)، فكلّ قطرة من قطراته تتبع مسارًا مشابهًا. وهذا المسار المنحني الذي يتألّف من حركة إلى أعلى لفترة زمنية، ثمّ يغيّر اتّجاهه نحو أسفل يُعرف بالقطع المكافئ Parabola. وتُسمّى الأجسام التي تُقذف في الهواء مثل الكرة و قطرات الماء بالقذيفة Projectile.

في هذا الفصل، سنتناول حركة القذيفة والقوى المؤثّرة عليها، وسنكتشف أنّ حركة القذيفة هي حركة مركّبة من حركتين في اتّجاهين متعامدين، أحداهما أفقي والآخر رأسي، وأنّ لزاوية الإطلاق تأثير على حركتها. لذلك لا بدّ لنا من دراسة كلّ ما يتعلّق بالمتّجهات لنتمكّن من دراسة حركة القذيفة، وهذا ما سيتناوله الدرس الأوّل.

الأهداف العامة

- يميّز بين كمّيات عددية (قياسية) وكمّيات متّجهة.
- يعطي أمثلة على كلّ من الكمّيات العددية والمتّجهة.
- يعبّر رياضيًّا عن الكمّية المتّجهة.
- يمثّل المتّجهات بالرسم.
- يمثّل متّجه السرعة.
- يجد المحصّلة لعدّة متّجهات مستخدمًا الرسم البياني.
- يستخدم جبر المتّجهات لحساب محصّلة متّجهات مختلفة في الاتّجاهات.

لقد صنّفنا الكمّيات الفيزيائية في الصفوف السابقة إلى كمّيات أساسية مثل الطول والكتلة والزمن، وكمّيات مشتقّة مثل السرعة والعجلة والقوّة وغيرها.

لكن بعض هذه الكمّيات لا يمكن تحديدها بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها فقط، بل يستلزم تحديدها معرفة اتّجاهها. فعلى سبيل المثال، لا يمكننا معرفة الموقع الجديد لجسم تحرّك بمعرفة مقدار إزاحته، بل يجب أن نعرف بأيّ اتّجاه تمّت هذه الإزاحة لنحدّد موقعه.

لذلك نجد أنّنا مضطرين لتصنيف الكمّيات الفيزيائية إلى كمّيات عددية وكمّيات متّجهة، وأن نتعرّف العمليات الرياضية اللازمة لحساب كلّ منها، وهذا ما سيتناوله هذا الدرس.

1. الكمّيات العددية والكمّيات المتّجهة
Scalar and Vector Quantities

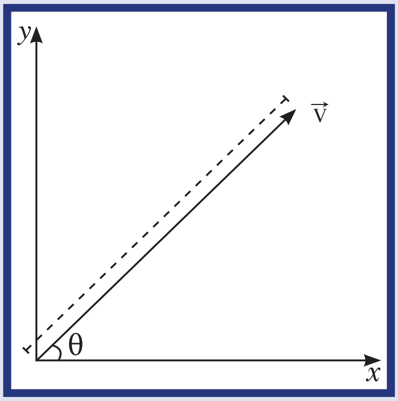
تُسمّى الكمّيات العددية أيضًا الكمّيات القياسية، وهي الكمّيات التي يكفي لتحديدها عدد يحدّد مقدارها، ووحدة فيزيائية تميّز هذا المقدار.

فكتلة الولد التي تساوي (50)kg على سبيل المثال هي كمّية عددية حيث أنّ العدد 50 يحدّد المقدار، و kg هي الوحدة التي تميّز هذا المقدار.

المسافة والزمن هما أيضًا كمّيتان عدديتان.

تتبع الكمّيات العددية قواعد الجبر الحسابية Arithmetic Algebra الخاصّة بالأعداد، فهي تُجمع وتُطرح إذا كانت متجانسة الوحدات. فإذا كانت كتلة الولد تساوي (40)kg وكتلة درّاجته (60)kg مثلًا، فإنّ كتلة النظام المؤلّف من الولد والدرّاجة تساوي (100)kg.

أمّا الكمّيات المتّجهة فهي الكمّيات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتّجاه الذي تأخذه بالإضافة إلى العدد الذي يحدّد مقدارها ووحدة القياس التي تميّزها.



(شكل 1)
تمثيل المتّجه $\vec{v}$

تُمثّل الكمّيات المتّجهة بيانيًّا بسهم (شعاع) يظهر مقدار الكمية الممثّلة واتّجاهها، ويُسمّى المتّجه (شكل 1).
تُكتب الكمّية المتّجهة بحرف يوضع فوقه سهم مثل $\vec{v}$ ليتمّ تمييزه عن الكمّية القياسية، أو من نقطة بداية إلى نقطة نهاية مثل $\overrightarrow{AB}$، وأحيانًا تُستخدم أحرف تُكتب ببنط عريض مثل **v** أو **AB**.
يُحدّد مقدار المتّجه بعدد ووحدة قياس ويُكتب $|\overrightarrow{AB}|$، ويُحدّد اتّجاهه بالزاوية التي يصنعها مع محور إسناد، ويكون قياس الزاوية بدأً من الاتّجاه الموجب لمحور السينات.
يُعبّر عن الكمّية المتّجهة **v** رياضيًّا كما يلي: $\vec{v} = (v, \theta)$، حيث v هي مقدار المتّجه وθ اتّجاهه.

مسألتان مع إجابات

1. ورد في نشرة الأرصاد الجوّية أنّ سرعة الرياح الشمالية المتوقّعة لنهار غد قد تصل إلى $(60)km/h$.
مثّل هذه السرعة رياضيًّا.
الإجابة: $v = (60, 90°)$

2. استخدم القانون الثاني لنيوتن لإيجاد متّجه العجلة لجسم كتلته $(2.5)kg$ أثّرت فيه قوّة $\vec{F} = ((10)N, 45°)$.
الإجابة: $\vec{a} = (4, 45°)$

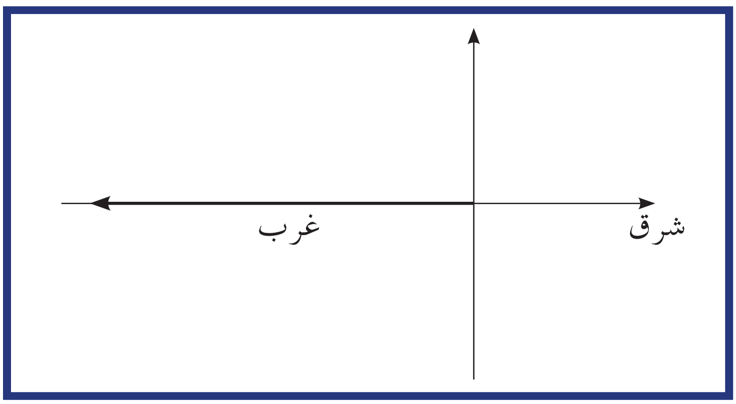
مثال (1)

قوّة تؤثّر على صندوق خشبي مقدارها $(5)N$ تدفعه إلى الغرب.
مثّل هذه القوّة: **(أ)** رياضيًّا **(ب)** بيانيًّا

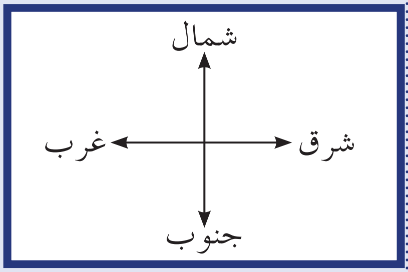
الحلّ

(أ) يُكتب مقدار متّجه القوّة $\vec{F}$ على الشكل التالي: $|F| = (5)N$ أو $F = (5)N$
أمّا الاتّجاه فهو إلى الغرب أي بالاتّجاه السالب لمحور السينات، أي أنّه يصنع زاوية $\theta = 180°$ مع محور الإسناد الموجب. وعليه نمثّل متّجه القوّة رياضيًّا كما يلي:
$\vec{F} = ((5)N, 180°)$

(ب) لتمثيل المتّجه بيانيًّا، نستخدم المقياس $(1)cm$ لكلّ $(1)N$، ونرسم سهمًا يشير إلى الغرب كما في الشكل التالي:



1.1 الكمّيات المتّجهة Vector Quantities



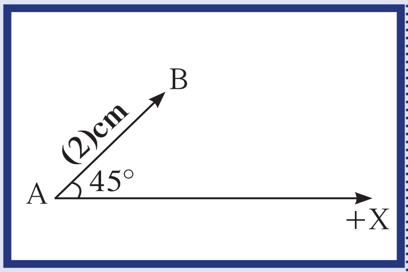
تخضع الكمّيات المتّجهة عند إجراء عمليات جمعها وطرحها أو ضربها إلى جبر المتّجهات بدلًا من الجبر الحسابي.

ومن الأمثلة على الكمّيات المتّجهة والتي درسناها سابقًا:

(أ) الإزاحة Displacement

هي المسافة الأقصر بين نقطة بداية الحركة ونقطة نهايتها، وباتّجاه من نقطة البداية إلى نقطة النهاية.

لتمثيل الإزاحة من النقطة A إلى النقطة B والتي مقدارها (20)km باتّجاه 45° إلى الشمال الشرقي، نرسم سهمًا يُسمّى متّجه (يُمثّل بمقياس رسم (1)cm لكلّ (10)km)، طوله (2)cm ويصنع زاوية 45° كما في الشكل (2).



(شكل 2)

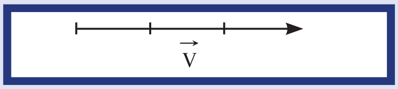
تمثيل إزاحة مقدارها (20)km باتّجاه 45° مع الشرق بمقياس (1)cm لكلّ (10)km.

(ب) السرعة المتّجهة Velocity Vector

السرعة المتّجهة التي عرّفناها في الصف العاشر هي من الأمثلة على الكمّيات المتّجهة التي تعبّر عن مقدار واتّجاه، وهي تختلف عن السرعة العددية التي تعبّر عن المقدار فقط.

فعندما نصف السرعة المتّجهة، نستخدم سهمًا يُسمّى المتّجه ليمثّل المقدار والاتّجاه للكمّية المتّجهة، حيث يحدّد طول السهم المرسوم وفقًا لمقياس محدّد مقدار الكمّية المتّجهة، ويحدّد اتّجاهه اتّجاه الكمّية.

فالمتّجه في الشكل (3) رُسم بحيث يدلّ كلّ (1)cm منه على (20)km/h، وبما أنّ طوله يبلغ (3)cm وهو يشير إلى اليمين، فهو يمثّل سرعة (60)km/h باتّجاه اليمين أو نحو الشرق.



(شكل 3)

يمثّل المتّجه سرعة (60)km/h يمينًا بمقياس رسم كلّ (1)cm يمثّل (20)km/h.

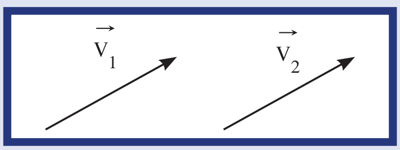
مسألة

انطلقت سيّارة أجرة من المحطّة قاصدة مركز المدينة الذي يبعد عن المحطّة (40)km باتّجاه 60° مع الشرق. استخدم مقياس الرسم (1)cm يعادل (10)km لتمثّل بيانيًّا متّجه الإزاحة بدءًا من المحطّة إلى مركز المدينة.

2. خصائص المتّجهات Properties of Vectors

1.2 التساوي Equality

لنأخذ المتّجهين $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$. يُقال إنّ المتّجهين متساويان إذا كان لهما المقدار والاتّجاه نفسهما (شكل 4).



(شكل 4)

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

2.2 النقل Transport

من الخواصّ الهندسية المهمّة لبعض المتّجهات هي خاصّية النقل. تُقسم المتّجهات إلى قسمين: المتّجهات الحرّة والمتّجهات المقيّدة.

1. المتّجهات الحرّة Free Vectors هي حين يمكن نقل متّجه من مكان إلى آخر بدون أن تتغيّر قيمته واتّجاهه. تُسمّى متّجهات الإزاحة والسرعة المتّجهة بالمتّجهات الحرّة لأنّها غير مقيّدة بنقطة تأثير.
2. المتّجات المقيّدة Restricted Vectors هي متّجهات مقيّدة بنقطة التأثير مثل متّجه القوّة الذي لا يمكن نقله لارتباطه بنقطة تأثير.

3.2 جمع المتّجهات Addition of Vectors

تُسمّى عملية جمع المتّجهات عملية تركيب، حيث تتمّ الاستعاضة عن متّجهين أو أكثر بمتّجه واحد بما أنّ المتّجهات هي كمّيات لها مقدار واتّجاه، فهي تحتاج إلى عملية جبر المتّجهات.

في هذا الدرس، سنهتمّ بمحصّلة متّجهات الإزاحة التي سيرمز إليها بـ D ومتّجهات السرعة بـ $\vec{v}$، وحيث يمكن تعميم النتائج على جميع المتّجهات.

(أ) محصّلة متّجهات لها الاتّجاه نفسه أو متعاكسة

عندما تكون المتّجهات بالاتّجاه نفسه يُستخدم الجبر البسيط في حساب المحصّلة.

فإذا أخذنا طائرة تطير بسرعة (100)km/h بالنسبة إلى الهواء المحيط بها باتّجاه الشمال، وافترضنا أنّ رياحًا من جهة الذيل تهبّ باتّجاه الشمال أيضًا بسرعة (20)km/h، فإنّ السرعة المحصّلة بالنسبة إلى الأرض تساوي (120)km/h (شكل 5 – أ).

وعندما تكون حركة الطائرة باتّجاه الرياح وبدون الرياح التي تأتي من اتّجاه الذيل، فستحلّق الطائرة بسرعة (100)km/h بالنسبة إلى الأرض.

إذا افترضنا أنّ الطائرة ستستدير على شكل حرف (U) ثمّ تحلّق بعكس اتّجاه الرياح بدلًا من التحليق باتّجاهها، فستكون السرعة المحصّلة $v = 100 - 20 = (80)$km/h بالنسبة إلى الأرض (شكل 5 – ب).

يوضّح لنا هذا المثال أنّنا لسنا بحاجة لاستخدام جبر المتّجهات لحساب السرعة المحصّلة عندما تهبّ الرياح باتّجاه المقدّمة أو الذيل. لكن هل نستطيع أن نحسب محصّلة السرعة إذا كانت الرياح تهبّ عموديًّا على حركة الطائرة بسرعة (60)km/h من الغرب إلى الشرق بينما تتحرّك الطائرة باتّجاه الشمال بسرعة (80)km/h؟ هذا ما سنتناوله في فقرة حساب **محصّلة المتّجهات المتعامدة.**

(ب) محصّلة متّجهات متعامدة

من المؤكّد في مثل هذا الوضع أنّنا بحاجة إلى جمع المتّجهات لمعرفة مقدار محصّلة السرعة واتّجاهها. فلنمثّل هذه السرعات بالمتّجهات كما في الشكل (6)، حيث يمثّل كلّ (1)cm مقدار (20)km/h وتتمثّل المحصّلة بقطر المستطيل المحدّد بالمتّجهين. ويمكن قياس هذه المحصّلة من الرسم وتساوي (5)cm، وهي تُمثّل باستخدام المقياس المعطى محصّلة السرعة التي تساوي (100)km/h. أمّا الاتّجاه فيُقاس باستخدام المنقلة.

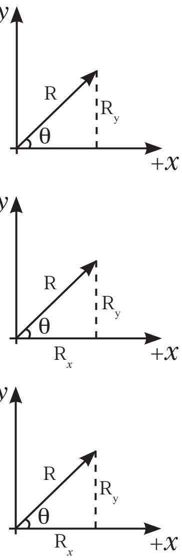
لا يُعتبر استخدام الرسم البياني لمعرفة محصّلة متّجهين الطريقة الوحيدة، بل يمكننا حساب المحصّلة بحساب طول الوتر، وذلك باستخدام الرسم الهندسي نظرية فيثاغورث حيث إنّ مربّع طول الوتر يساوي مجموع مربّعي الضلعين الآخرين، أي أنّ: $v_r^2 = v_p^2 + v_a^2$

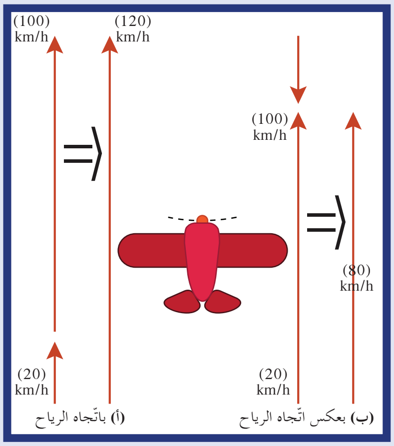
مراجعة رياضية

$$\sin\theta = \frac{R_y}{R}$$

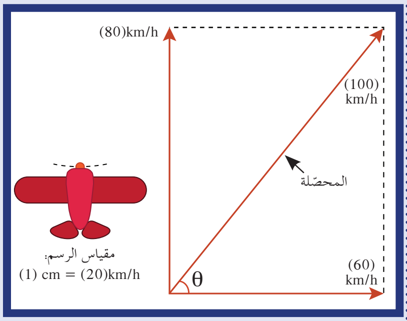
$$\cos\theta = \frac{R_x}{R}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$$





(شكل 5)
سرعة تحليق الطائرة بالنسبة للأرض تعتمد على سرعة الطائرة بالنسبة للهواء وعلى سرعة الرياح.



(شكل 6)
سرعة تحليق الطائرة (80)km/h عمودية على سرعة الرياح (60)km/h تنتج محصّلة سرعة مقدارها (100)km/h بالنسبة إلى الأرض.

وعليه يمكننا أن نكتب:

$$v_r^2 = 80^2 + 60^2 = 6400 + 3600 = 10000$$

وبالتالي تكون محصّلة سرعة الطائرة $v_r = (100)\text{km/h}$ كما حصلنا عليها من الرسم باستخدام المقياس المعطى.

أمّا الاتّجاه فيمكن احتسابه باستخدام العلاقة:

$$\tan\theta = \frac{v_p}{v_a} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \theta = 53.13°$$

(جـ) محصّلة المتّجهات غير المتوازية أو المتعامدة

لحساب محصّلة متّجهين أو أكثر غير متعامدين ويختلفان في الاتّجاه ويقعان في مستوى واحد، يمكننا استخدام:

- الطريقة البيانية باستخدام متوازي الأضلاع
- الطريقة الحسابية لجبر المتّجهات

أوّلًا — الطريقة البيانية (متوازي الأضلاع):

إذا كان المتّجهان $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ يلتقيان في نقطة واحدة O ويشكّلان في ما بينهما زاوية θ كما في الشكل (7)، فإن إيجاد المحصّلة يكون باتّباع الخطوات التالية:

1. نمثّل كلّ متّجه من النقطة O بمقياس رسم مناسب بحيث تكون الزاوية بينهما θ.
2. نكمل متوازي الأضلاع ونرسم قطره (الداخل في أو الخارج من نقطة إلتقاء المتّجهين)، ثمّ نقيس طوله لمعرفة مقدار المحصّلة.
3. نجد اتّجاه المحصّلة بقياس الزاوية α.

ثانيًا — الطريقة الحسابية:

نحسب طول الوتر الذي يمثّل المحصّلة بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}}$$

ولتحديد اتّجاه المحصّلة نستخدم العلاقة التالية:

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{B} = \frac{\sin(\pi - \theta)}{R}}$$

وبما أنّ $\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$ نكتب:

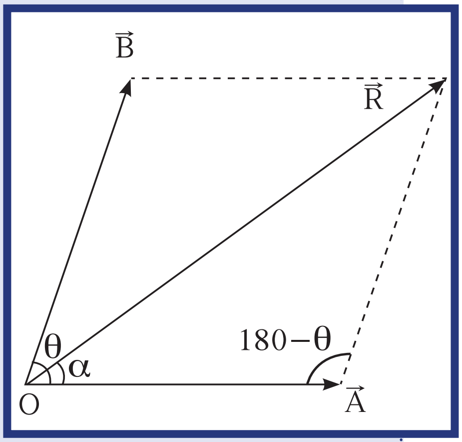
$$\boxed{\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}}$$

مسائل مع إجابات

1. قوّتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ مقدارهما (10)N و(15)N على التوالي تحصران بينهما زاوية °60 وتؤثّران على جسم نقطي.
احسب مقدار محصّلة القوّتان واتّجاههما.
الإجابة:
$(F_r = (21.79)\text{N}, \theta = 36.58°)$

2. تحرّكت عربة المدينة الترفيهية مسافة (85)m أفقيًّا ثمّ (45)m باتّجاه °30 فوق المستوى الأفقي.
استخدم الطريقة البيانية لتحديد مقدار الإزاحة من نقطة الانطلاق واتّجاهها.
الإجابة: $((126)\text{m}, 10°)$

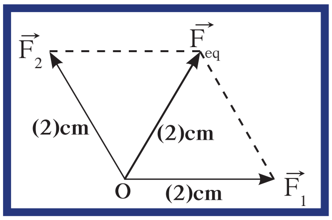
3. $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قوّتان متعامدتان تؤثّران على النقطة O. أُحسب مقدار محصّلة القوتين علمًا أنّ مقدار $F_1 = (30)\text{N}$ و $F_2 = (40)\text{N}$
الإجابة: (50)N



(شكل 7)
إيجاد محصّلة متّجهين بطريقة متوازي الأضلاع.

مثال (2)

$\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ متّجهان متلاقيان في نقطة O وواقعان في مستوى واحد. مقدار $\vec{F_1}$ يساوي $(20)N$ ومقدار $\vec{F_2}$ يساوي $(20)N$ والزاوية المحصورة بينهما تساوي $120°$.



1. أُرسم هذين المتّجهين والمحصّلة باستخدام مقياس رسم مناسب.
2. أحسب مقدار محصّلتهما مستخدمًا الرسم البياني.
3. عدّد عناصر محصّلة المتّجهين.

خطوات الحلّ

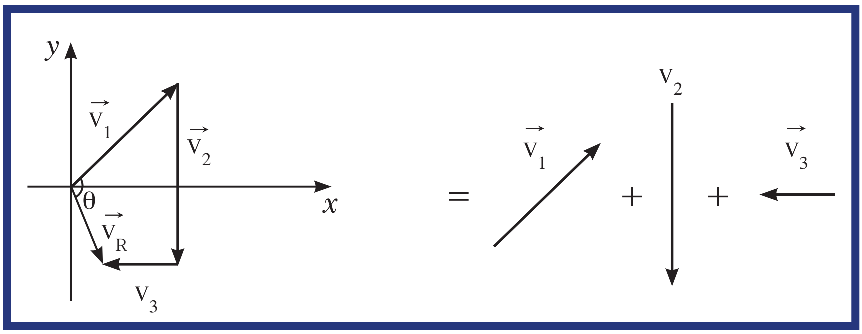
نختار مقياس $(1)cm$ يعادل $(10)N$. نمثّل كلّ من المتّجهين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ بشعاع طوله $(2)cm$ ونرسمهما بحيث تفصل بينهما زاوية $120°$. نكمل متوازي الأضلاع ونرسم المحصّلة التي هي قطر متوازي الأضلاع (الخارج من نقطة إلتقاء القوتين). نقيس بالمسطرة طول المحصّلة والتي تساوي كما في الشكل $(2)cm$.

باستخدام المقياس، نستنتج أنّ مقدار المحصّلة يساوي: $F_{eq} = (2)cm \times (10)N = (20)N$،

أمّا عناصر المحصّلة فهي: O نقطة تأثير، اتّجاه $\theta = 60°$ يُقاس بالمنقلة، ومقدار يساوي $(20)N$.

أمّا في حال وجود أكثر من متّجه، فيكون إيجاد المحصّلة باعتماد ما يلي:
نرسم المتّجه الأوّل $\vec{v_1}$، ثمّ نرسم من رأس المتّجه الأوّل متّجهًا له مقدار واتّجاه $\vec{v_2}$ نفسهما، ويبدء ذيله عند رأس $\vec{v_1}$. ومن رأس المتّجه $\vec{v_2}$، نرسم متّجهًا له مقدار واتّجاه $\vec{v_3}$، ويبدء ذيله عند رأس المتّجه $\vec{v_2}$، وهكذا دواليك.

أمّا المحصّلة، فتكون برسم المتّجه الذي بدايته هي نقطة بداية المتّجه الأوّل ونهايته نقطة نهاية المتّجه الأخير، كما هو موضّح في الشكل (8).



(شكل 8)
رسم محصّلة عدّة متّجهات

أي أنّ محصّلة المتّجهات التي تتتابع رأسًا بذيل تكون المتّجه الوحيد الذي يكون ذيله نقطة البداية ورأسه نقطة النهاية. أمّا اتّجاه المحصّلة، فيحدّد بمقدار الزاوية بين متّجه المحصّلة والمتّجه الأوّل.

فقرة إثرائية

الفيزياء في المختبر

خطوط الملاحة

يرشد المراقبون الجوّيون الطيّارين خلال هبوط الطائرات أو إقلاعها في المطارات الجوّية. ويعتمد عملهم على استخدام المتّجهات عند تحديد سرعة الطائرة واتّجاهها، وأخذ سرعة الرياح والمسارات الجوّية في الاعتبار، ذلك مع الاعتماد على أجهزة الرادار وأبراج المراقبة لمتابعة حركة كلّ الطائرات المحلّقة بالقرب من المطار.

مثال (3)

قام أحد مستكشفي الغابات برحلة استكشافية منطلقًا من النقطة O ومستخدمًا عدّاد قياس المسافات والبوصلة، قاصدًا البحيرة M وفق المسار O, A, B, C, M الموضّح في الشكل (9).

مقياس الرسم هو (1)cm لكلّ (1500)m.

أُحسب مستخدمًا مسطرة ومنقلة:

(أ) مقدار الإزاحة المحصّلة من نقطة الإنطلاق إلى البحيرة.

(ب) اتّجاه المحصّلة بالنسبة إلى محور الإسناد.

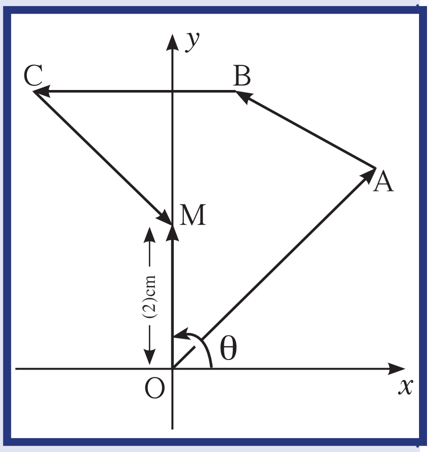
الحلّ:

(أ) نقوم بوصل النقطة O التي تمثّل ذيل المتّجه الأوّل بالنقطة M التي تمثّل رأس المتّجه الأخير.

نقيس المسافة OM باستخدام المسطرة ونضرب العدد بالمقياس المعطى على الرسم لنحصل على مقدار الإزاحة المحصّلة:

$$OM = 2 \times 1500 = 3000(m)$$

(ب) أمّا الاتّجاه فيُحدّد بالمنقلة ويساوي $90°$.



(شكل 9)
المسار على الرسم

مثال (4)

تحرّك قارب الصيد من المرفأ ليقطع مسافة (10)km باتّجاه $30°$ شرق الشمال ثمّ (4)km إلى الجنوب (شكل 10).

(أ) أُحسب مستخدمًا الرسم البياني ومقياس رسم مناسب مقدار الإزاحة المحصّلة واتّجاهها.

(ب) إستخدم الطريقة الحسابية لجبر المتّجهات لإيجاد مقدار الإزاحة المحصّلة واتّجاهها.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $D_1 = (10)km$ باتّجاه $30°$ شرق الشمال

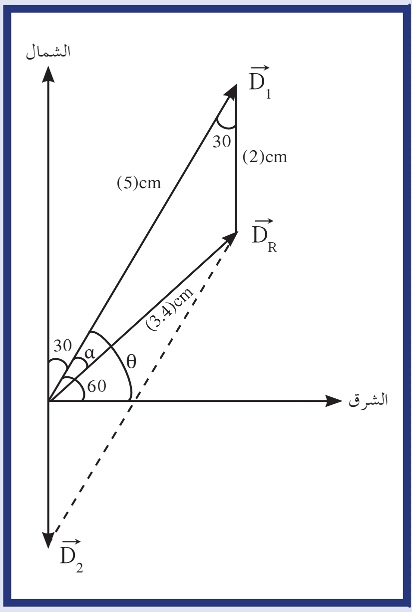
$D_2 = (4)km$ باتّجاه الجنوب

غير المعلوم: مقدار الإزاحة المحصّلة واتّجاهها.

2. احسب غير المعلوم:

(أ) مستخدمًا الرسم البياني:

إختَر المقياس (1)cm لكلّ (2)km لرسم $\vec{D_1}$ و $\vec{D_2}$ حيث أنّ يُمثّل $\vec{D_1}$ بشعاع طوله (5)cm و $\vec{D_2}$ بشعاع طوله (2)cm.



(شكل 10)
مسار قارب الصيد

مثال (4) (تابع)

أُرسم هذين المتّجهين بحيث يلتقي ذيليهما في نقطة واحدة ويحصران بينهما زاوية $\theta = 150°$، ثمّ أكمل متوازي الأضلاع وقس طول القطر، ويساوي (3.4)cm. اضرب الناتج بالعدد 2 لتحصل على مقدار الإزاحة المحصّلة التي تساوي (6.8)km، واستخدم المنقلة لتحديد اتّجاه محصّلة الإزاحة وتساوي $43°$ مع المحور الأفقي.

ويمكنك أن تحصل على النتيجة نفسها مستخدمًا طريقة تتابع الرأس والذيل لكلّ من $\vec{D}_1$ و $\vec{D}_2$ كما يلي:

قم بوصل ذيل $\vec{D}_1$ برأس $\vec{D}_2$ لتحصل على متّجه محصّلة الإزاحة $\vec{R}$.

قس طول $\vec{D}$ حيث $R = (3.4)cm$ والذي يعادل (6.8)km بحسب مقياس الرسم المستخدم. أمّا اتّجاه محصّلة الإزاحة فيقاس بواسطة المنقلة ويساوي $43°$ مع المحور الأفقي x.

(ب) مستخدمًا الطريقة الحسابية:

$$R^2 = D^2_1 + D^2_2 + 2D_1D_2\cos 150$$

$$R^2 = 5^2 + 2^2 + 2 \times 5 \times 2 \cos 150 = 11.67$$

$$R = (3.4)cm$$

بالتالي إنّ مقدار الإزاحة $R = (6.8)km$

ولحساب الاتّجاه نستخدم المعادلة:

$$\frac{\sin \alpha}{D_2} = \frac{\sin 150}{R}$$

$$\frac{\sin \alpha}{2} = \frac{\sin 150}{3.4}$$

$$\sin \alpha = 0.29$$

$$\alpha = 16.85°$$

وبهذا، فالمتّجه $\vec{D}_2$ يأخذ الاتّجاه $\alpha = 60 - 16.85 = 43.14°$ مع المحور الأفقي.

3. قيِّم: هل النتيجة مقبولة؟

لقد حصلنا على المقادير نفسها باستخدام الطريقتين وهذا يؤكّد صحّة الطريقتين.

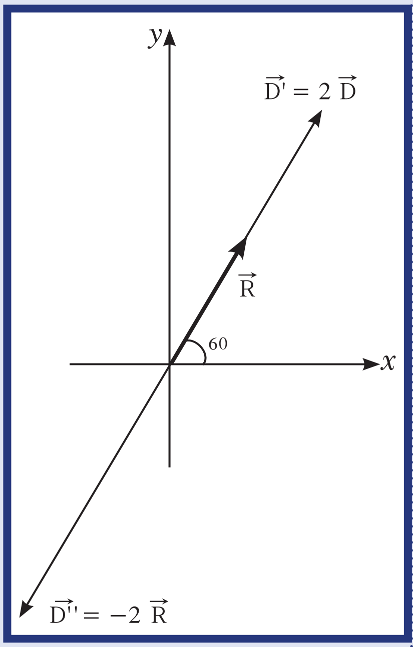
4.2 ضرب المتّجهات بكمّية قياسية

لنأخذ المتّجه $\vec{D}$ الذي يمثّل إزاحة محدّدة باتّجاه $60°$ (شكل 11).

إنّ المتّجه $\vec{D'} = 2\vec{D}$ هو متّجه مقداره ضعف مقدار المتّجه $\vec{R}$ وله الاتّجاه نفسه.

أمّا المتّجه $\vec{D''} = -2\vec{R}$ فمقداره يساوي ضعف مقدار R ولكنّ اتّجاهه معاكس.

إنّ ضرب المتّجه بكمّية قياسية سالبة يعكس اتّجاه المتّجه بالإضافة إلى تغيير مقداره، في حين أنّ ضربه بكمّية قياسية موجبة يغيّر مقداره فقط بدون أن يغيّر الاتّجاه.



(شكل 11)
تمثيل ضرب المتّجهات

3. ضرب المتّجهات

ضرب المتّجه بكمّية قياسية سالبة أو موجبة ليس فقط ما نحتاجه في الفيزياء، إذ نحتاج في تحليل بعض المسائل الفيزيائية إلى ضرب متّجه بمتّجه آخر، وهو ما يعرف بضرب المتّجهات.

نعرّف نوعين من ضرب المتّجهات:

1. الضرب القياسي (العددي) ويُسمّى أيضًا الضرب النقطي.
2. الضرب الاتّجاهي ويُسمّى أيضًا الضرب التقاطعي.

وسنتعرّف خصائص كلّ منهما في ما يلي:

1.3 الضرب القياسي

لنأخذ المتّجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ واللذين يحصران بينهما زاوية α كما يظهر في الشكل (12).

نعرّف الضرب القياسي للمتّجهين A و B بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \times B \cos \alpha$$

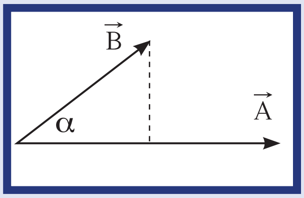
حيث أنّ α هي الزاوية المحصورة بين المتّجهين. أما A و B يمثلان مقدار كل متّجه.

لاحظ أنّ حاصل الضرب القياسي للمتّجهين هو كمّية قياسية، وهذا يفسّر سبب تسميته الضرب القياسي.

التفكير الناقد

ينطلق الماء في نافورة الماء ليرتفع $(85)\text{m}$، قبل أن يعود إلى نقطة الانطلاق.

ما هي إزاحة نقاط الماء خلال دورة واحدة؟



(شكل 12)

مثال (5)

من المعلوم أنّ الشغل هو كمّية فيزيائية تسبّبها قوّة مؤثّرة على جسم عند إزاحته مسافة على مساره، ويُعبَّر عنها بالضرب القياسي لكلّ من متّجه القوّة $\vec{F}$ ومتّجه الإزاحة $\vec{x}$.

استخدم الضرب القياسي لحساب الشغل الناتج عن قوّة مقدارها $(50)\text{N}$ تصنع زاوية $60°$ مع متّجه الإزاحة، أدّت عند تطبيقها إلى إزاحة الجسم مسافة $(10)\text{m}$.

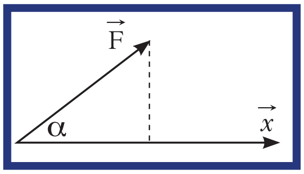
طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: متّجه القوّة F مقداره $(50)\text{N}$ ويصنع زاوية $60°$ مع الإزاحة.

مقدار الإزاحة: $x = 10$، بالاتّجاه الموجب للمحور الأفقي.

غير المعلوم: الشغل المتمثّل بالضرب القياسي لكلّ من القوّة والإزاحة.



(شكل 13)

2. احسب غير المعلوم:

مستخدمًا العلاقة الرياضية:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{x} = F\,x\,(\cos 60)$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نجد أنّ: $W = 50 \times 10 \times 0.5 = (250)\text{J}$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة مقبولة لأنّ الضرب القياسي للمتّجهين يساوي كمّية قياسية.

2.3 الضرب الاتّجاهي

لنأخذ المتّجهين $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$ واللذين يحصران بينهما زاوية α كما يظهر في الشكل (14).

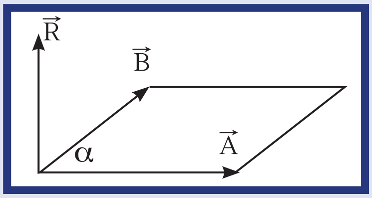
إنّ حاصل الضرب الاتّجاهي للمتّجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ يُمثَّل بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B}$$

وعليه نستنتج أنّ حاصل الضرب الاتّجاهي لمتّجهين هو متّجه مقداره يحدد بالعلاقة التالية:

$$\vec{R} = \vec{A} \times \vec{B} = A\,(B \sin \alpha)$$

علمًا أنّ هذا المقدار يُمثِّل مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتّجهين، واتّجاهه فهو رأسي على المستوى المكوَّن من المتّجهين، ويحدد بتطبيق قاعدة اليد اليمنى وذلك بتدوير أصابع اليد اليمنى من المتّجه الأول إلى الثاني عبر الزاوية الأصغر بين المتّجهين ليشير الإبهام إلى اتّجاه المتّجه $\vec{v}$ كما في الشكل (14).



(شكل 14)

مسألة

على ورقة رسم بياني، ارسم المتجه $\vec{v}$ الذي يمثّل السرعة حيث مقداره يساوي $(10)\text{m/s}$ باتّجاه $60°$ شرق الشمال.

(أ) مستخدمًا الرسم نفسه، مثّل بيانيًّا المتّجه $\vec{v'}$ حيث أنّ $\vec{v'} = -1.5\vec{v}$.

(ب) مستخدمًا الرسم البياني نفسه مثّل المتّجه $\vec{v''} = -\vec{v}$.

(ج) أوجد محصّلة المتّجهين $\vec{v_{eq}} = \vec{v'} + \vec{v''}$ (مقدار واتّجاه).

مثال (6)

المتّجهان $\vec{F_1}$ مقداره $(5)\text{N}$ و$\vec{F_2}$ مقداره $(4)\text{N}$ يحصران بينهما زاوية $120°$ كما في الشكل (15).

احسب حاصل الضرب الاتّجاهي $\vec{F_1} \times \vec{F_2}$.

طريقة التفكير في الحلّ

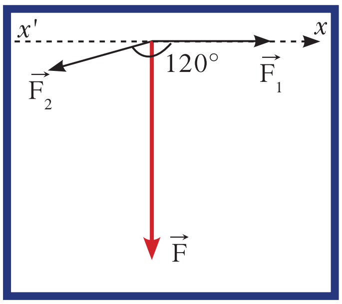
1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم:

متّجه القوّة $\vec{F_1}$ مقداره $(5)\text{N}$ واتّجاهه بالاتّجاه الموجب على المحور $x'x$

متّجه القوّة $\vec{F_2}$ مقداره $(4)\text{N}$ ويصنع زاوية $120°$ مع المحور $x'x$

غير المعلوم: حاصل الضرب الاتّجاهي للمتجهين.



(شكل 15)

2. احسب غير المعلوم:

مستخدمًا العلاقة الرياضية التالية:

$$\vec{F} = \vec{F_1} \times \vec{F_1}$$

نجد أنّ حاصل الضرب هو المتّجه $\vec{F}$ ويُحسَب مقداره بالتعويض عن المقادير المعلومة في العلاقة:

$$F = F_1 \times F_2 \ \sin 120 = 5 \times 4 \sin 120 = (17.32)\text{N}$$

أمّا اتّجاهه فيُحدَّد باستخدام قاعدة اليد اليمنى من المتّجه الأوّل إلى الثاني عبر الزاوية الصغرى ليشير الإبهام إلى أنّ اتّجاه $\vec{F}$ رأسي على المستوى المتكوّن من $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ نحو الداخل (باللون الاحمر).

3. قيم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة مقبولة لأنّ الضرب الاتّجاهي للمتجهين هو كمّية متّجهة.

مراجعة الدرس 1-1

أوّلًا – عرّف الكمّيات العددية والكمّيات المتّجهة.

ثانيًا – تسير سيّارة شمالًا بسرعة عددية تساوي $(80)km/h$ بينما تسير سيّارة أخرى جنوبًا بسرعة $(80)km/h$. هل سرعتاهما المتّجهتان متساويتان؟ اشرح.

ثالثًا – تحرّكت طائرة بسرعة $(600)km/h$ بزاوية $45°$ شمال الشرق. مثّل هذه السرعة بيانيًّا مستخدمًا مقياس رسم مناسب.

رابعًا – قوّتان $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ تؤثّران على جسم فإذا علمت أنّ مقدار $F_1 = (3)N$ و $F_2 = (5)N$.

(أ) ما هو أكبر مقدار لمحصلّة هاتين القوّتين اعتمادًا على اتّجاهيهما؟

(ب) ما هو أصغر مقدار لمحصّلة هاتين القوّتين اعتمادًا على اتّجاهيهما؟

خامسًا – $\vec{v_1}$ سرعة متّجهة مقدارها $(5)m/s$ باتّجاه يصنع زاوية $25°$ بدءًا من محور السينات.

(أ) مثّل بيانيًّا $\vec{v_1}$ مستخدمًا المقياس $(1)cm$ لكلّ $(2)m/s$.

(ب) مستخدمًا الرسم البياني نفسه، عبر عن متّجه السرعة $\vec{v'} = -3\vec{v_1}$.

(جـ) عبّر رياضيًّا عن المتّجه $\vec{v'}$.

سادسًا – $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ قوّتان متعامدتان. احسب حاصل ضربهما ضربًا قياسيًّا.

سابعًا – في الشكل (16) القوّتان $\vec{F}$ و $\vec{F'}$ موجودتان في مستوى واحد تحصران بينهما زاوية $30°$.

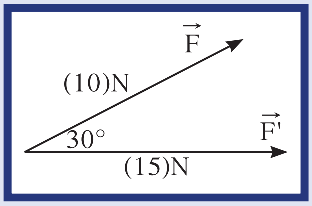
علمًا أنّ $F = (10)N$ و $F' = (15)N$، أُحسب مستخدمًا الطريقة الحسابية لجبر المتّجهات:

(أ) $\vec{F''} = \vec{F} + \vec{F'}$

(ب) $\vec{F} . \vec{F'}$

(جـ) $\vec{F} \times \vec{F'}$

ثامنًا – احسب حاصل ضرب المتّجهين $\vec{F_1} \times \vec{F_2}$ إذا كانت القوّتان متوازيتين.



(شكل 16)

الأهداف العامة

- يحلّل متّجهًا إلى مركبتيه المتعامدتين.
- يجد محصّلة عدّة متّجهات مستخدمًا الطريقة التحليلية.

تعلّمنا في الدرس السابق عملية تركيب المتّجهات واستخدمنا حساب المثلّثات ومتوازي الأضلاع في حساب مقدار المحصّلة واتّجاهها.
في هذا الدرس، سنقوم بعملية معاكسة لعملية تركيب المتّجهات وتُسمّى عملية تحليل المتّجهات، حيث سيستعاض عن متّجه بمتّجهين متعامدين لهما التأثير نفسه. وسنستخدم طريقة التحليل المتعامد للمتّجهين لإيجاد محصّلة أيّ عدد من المتّجهات.
سنستكشف خلال الدرس أيضًا أنّ استخدام طريقة تحليل المتّجهات في جمع عدّة متّجهات هي أسهل من طريقة جمع المتّجهات باستخدام متوازي الأضلاع أو حساب المثلّثات.

1. تحليل المتّجهات Vector Analysis

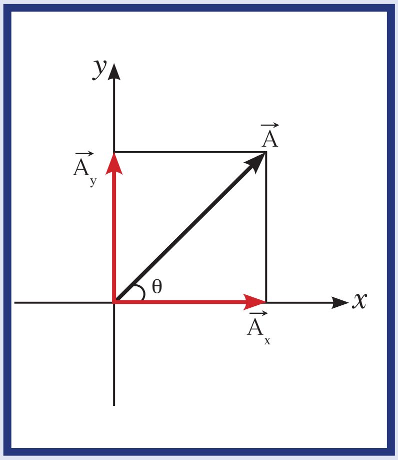
تحليل المتّجه هو استبدال متّجه ما بمتّجهين متعامدين يُسمّيان مركبتي المتّجه، بحيث يمثل المتّجه المراد تحليله محصّلة هذين المتّجهين ويكون متحدًا معهما في نقطة البداية.

لنأخذ المتّجه $\vec{A}$ الموجود في مستوى المحورين المتعامدين x و y كما يوضّح الشكل (17)، حيث تمثّل θ اتّجاه المتّجه $\vec{A}$ بالنسبة إلى محور الإسناد x.
ينتج عن إسقاط $\vec{A}$ على المحور x المتّجه $\vec{A}_x$ وينتج عن اسقاط $\vec{A}$ على المحور y المتّجه $\vec{A}_y$ كما هو موضّح في الشكل (17).
المتّجهان $\vec{A}_x$ و $\vec{A}_y$ هما مركبتا المتّجه $\vec{A}$ حيث إنّ المتّجه $\vec{A}$ يساوي مجموع هاتين المركّبتين أي: $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$
كما أن المتّجهات الثلاثة تشكّل مثلّثًا قائمًا، وباستخدام نظرية فيثاغورث نستطيع أن نجد العلاقات التالية بين المتّجه المراد تحليله ومركباته:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} \Rightarrow A_x = A\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \Rightarrow A_y = A\sin\theta$$



(شكل 17)
تمثيل مركّبتي المتّجهة $\vec{A}$

مثال (1)

أوجد مركبتي السرعة المتّجهة v لطائرة مروحية تطير بسرعة $(120)\text{km/h}$ بزاوية $35°$ مع سطح الأرض (شكل 18).

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $v = (120)\text{km/h}$ و $\theta = 35°$

غير المعلوم: المركبتان $\vec{v}_x$ و $\vec{v}_y$ = ؟

2. احسب غير المعلوم:

ارسم على المحورين المتعامدين x و y المتّجه $\vec{v}$ وحدّد على الرسم المركبتين $\vec{v}_x$ و $\vec{v}_y$.

مستخدمًا المعادلتين الرياضيتين:

$$\cos\theta = \frac{v_x}{v} \qquad \sin\theta = \frac{v_y}{v}$$

نحسب:

$$v_x = v\cos\theta = 120\cos 35 = (98.29)\text{km/h}$$

$$v_y = v\sin\theta = 120\sin 35 = (68.82)\text{km/h}$$

3. قيم: هل النتيجة مقبولة؟

بما أنّ مركبتي السرعة تشكّلان مثلثًا قائم الزاوية، فيجب أن تكون نظرية فيثاغورث محقّقة، وبتطبيقها يجب أن نحصل على مقدار متّجه السرعة المعطى في المسألة.

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 = (98.29)^2 + (68.82)^2 = 14397.11$$

$v = (119.98)\text{km/h}$ وهو يساوي مقدار السرعة المعطاة للطائرة، أمّا الفرق البسيط فيعود إلى التقريب.

1.1 إيجاد المحصّلة بتحليل المتّجهات

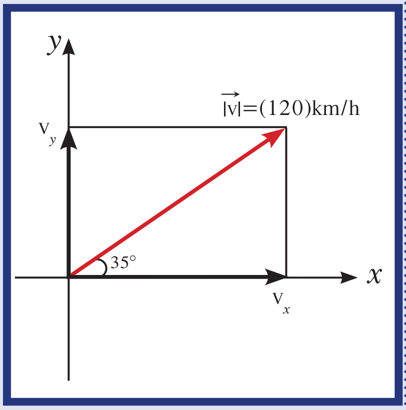
قد نتساءل لماذا نحلّل المتّجهات إلى مركباتها؟ الإجابة هي أنّ تحليل المتّجهات يسهّل عملية جمع المتّجهات.

لنأخذ المتّجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ ومحصّلتهما $\vec{R}$ الموضّحة في الشكل حيث أنّ $\vec{R} = \vec{B} + \vec{A}$.

لنقم بتحليل المتّجه $\vec{A}$ والمتّجه $\vec{B}$ إلى مركبتيهما.

لاحظ في الشكل (19) أنّ مجموع المركبتين $\vec{A}_x$ و $\vec{B}_x$ على المحور x يساوي المركبة $\vec{R}_x$ وأنّ مجموع المركبتين $\vec{A}_y$ و $\vec{B}_y$ على المحور y يساوي المركبة $\vec{R}_y$.

أي أنّ $\vec{R}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$ و $\vec{R}_y = \vec{A}_y + \vec{B}_y$



(شكل 18)
مركبتا سرعة الطائرة

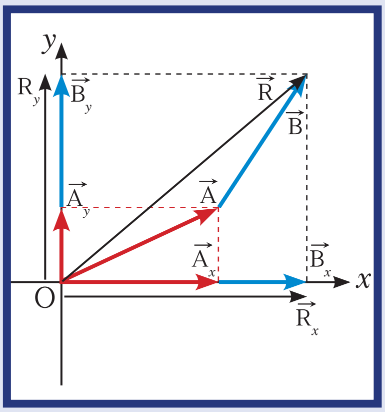
مسألتان مع إجابات

1. أوجد مركبتي القوّة $F = (50)\text{N}$ التي تميل بزاوية $120°$ عن المحور x.

الإجابة: $(25)\text{N}$ باتّجاه محور x السالب، $(43.3)\text{N}$ باتّجاه محور y الموجب.

2. إذا كانت مركبتا العجلة $a_x = (3)\text{m/s}^2$ و $a_y = (-4)\text{m/s}^2$. أوجد مقدار عجلة الجسم واتّجاهها.

الإجابة: $(5)\text{m/s}^2$ و$-53°$.



(شكل 19)
المتّجه $\vec{R}$ يمثّل محصّلة المتّجهين $\vec{A}$ و $\vec{B}$.

وعليه نستنتج أنّ محصّلة عدد من المتّجهات على المحور x تساوي المجموع الجبري لجميع المركبات السينية على المحور x، وأنّ محصّلة عدد من المتّجهات على المحور y تساوي المجموع الجبري لجميع المركبات الصادية على المحور y.

وهذا يسهّل احتساب المحصّلة باستخدام:

$$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

كما أنّ اتّجاه متّجه المحصّلة بالنسبة إلى المحور x يُحسب باستخدام:

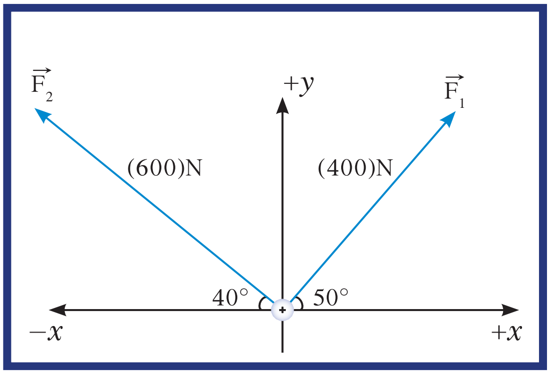
$$\boxed{\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}}$$

مثال (2)

تؤثّر على الحلقة الموضّحة في الشكل أدناه قوّتان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.

(أ) أُحسب مقدار محصّلة القوى المؤثّرة على الحلقة مستخدمًا تحليل المتّجهات.

(ب) أُحسب اتّجاه المحصّلة.



طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: مقدار $F_1 = (400)\text{N}$ و $\theta_1 = 50°$ مع محور الإسناد الموجب

مقدار $F_2 = (600)\text{N}$ و $\theta_2 = 40°$ مع محور الإسناد السالب

غير المعلوم: **(أ)** مقدار المحصّلة

(ب) اتّجاه المحصّلة

2. احسب غير المعلوم:

باستخدام المعادلتين الرياضيتين التاليتين:

$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_y = F\sin\theta$$

نجد مركّبات كلّ من $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالرياضة

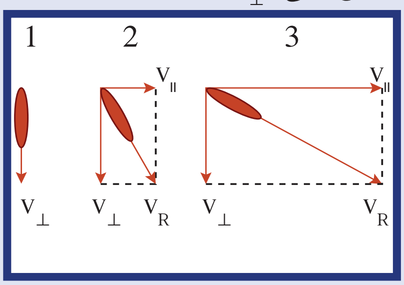
ركوب الأمواج

يوضّح التزحلق الهادئ المركبتين ومحصّلة المتّجه.

1. عند التزحلق على الموجة وباتّجاهها، تساوي سرعة المتزحلق سرعة الموجة $(V_\perp)$، وقد أُعطيت الرمز $(V_\perp)$ لأنّنا نتحرّك عموديًّا على صدر الموجة.

2. للتحرّك أسرع، يتمّ التزحلق بزاوية مع صدر الموجة.

فالآن لدينا مركبة سرعة $(V_\parallel)$ موازية لصدر الموجة والمركبة العمودية للسرعة $(V_\perp)$ ونستطيع أن نغيّر $(V_\parallel)$ ولكن تبقى $(V_\perp)$ ثابتة ما دمنا نركب



ولجمع مركبتي السرعة، نجد أنّه عند الانزلاق على الموجة بزاوية مع صدر الموجة، فإنّ السرعة المحصّلة (v_R) تزيد على المركبة العمودية للسرعة $(v_\perp)$.

3. إنّ زيادة الزاوية مع صدر الموجة، تزيد السرعة المحصّلة أيضًا.

مثال (2) (تابع)

F	F_x	F_y
F_1	$400 \cos 50 = (257.11)N$	$400 \sin 50 = (306.41)N$
F_2	$-600 \cos 40 = (-459.62)N$	$600 \sin 40 = (385.67)N$
F_R	$(-202.51)N$	$(692)N$

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{202.51^2 + 692^2} = (721.02)N$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{692}{202.51} = 3.42$$

$\theta = 73.7°$ مع محور x السالب أي $106°$ مع محور x الموجب.

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّ استخدام الرسم البياني لتحديد مقدار المحصّلة والاتّجاه يؤكّد صحّة النتيجة التي توصّلنا إليها.

مراجعة الدرس 1-2

أوّلًا – هل المتّجه بزاوية $45°$ مع المحور الأفقي أكبر أم أصغر من مركبتيه الرأسية والأفقية؟ وما هي نسبة الواحد إلى الآخر؟

ثانيًا – ما مقدار الزاوية مع المحور الأفقي والتي تجعل:

(أ) المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتّجه الأصلي؟

(ب) المركبة الرأسية مساوية لمقدار المتّجه الأصلي؟

(جـ) المركبة الأفقية مساوية لمقدار المتّجه الأصلي واتّجاهها معاكس؟

ثالثًا – يستقرّ جسم كتلته $(50)kg$ على سطح مائل بزاوية $30°$ مع الخطّ الأفقي. علمًا أنّ عجلة الجاذبية $g = (10)m/s^2$، أُحسب مقدار مركبتي الوزن بالنسبة إلى المحورين x و y الموضّحين في الشكل (20).

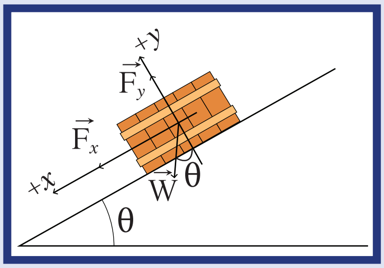
رابعًا – استخدم تحليل المتّجهات لحساب محصّلة القوى المؤثّرة على الحلقة في الشكل (21).

مسألة مع إجابة

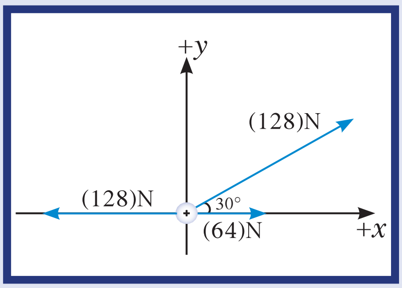
جسم نقطي تؤثّر عليه ثلاثة قوى، $F_1 = (6)N$ غربًا و $F_2 = (2)N$ جنوبًا و $F_3 = (3)N$ باتّجاه $60°$ شرق الجنوب.

أُحسب محصّلة القوى المؤثّرة على الجسم واتّجاهها.

الإجابة: $(4.8)N$ و $225.8°$



(شكل 20)



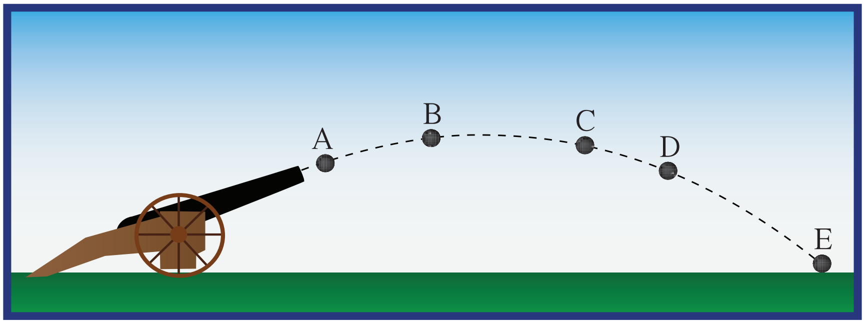
(شكل 21)

الدرس 1-3

حركة القذيفة
Projectile Motion

الأهداف العامة

- يصف التغيّرات للمركبتين الأفقية والرأسية لسرعة قذيفة، بإهمال مقاومة الهواء.
- يفسّر لماذا تتحرّك القذيفة مسافات متساوية أفقيًّا أثناء فترات زمنية متساوية، بإهمال مقاومة الهواء.
- يطبّق معادلات حركة القذيفة.
- يحسب المدى الأفقي.
- يحسب أقصى ارتفاع.
- يدرس تأثير مقاومة الهواء على ارتفاع الجسم المقذوف ومداه الأفقي.



(شكل 22)
القذيفة أُطلقت من المدفع مثال على حركة في مستوى.

بعد دراستنا للمتّجهات وجمعها وتحليلها في الدروس السابقة، أصبحنا قادرين على استخدامها لدراسة الحركة في مستوى، حيث يتحرّك الجسم في بعدين مركبين هما x و y. ومن الأمثلة التي سنتناولها عن حركة الجسم في بعدين حركة القذيفة وهي موضوع الدرس الحالي، والحركة الدائرية التي سنتناولها في الفصل القادم.

وكما ذكرنا في مقدّمة الفصل، نلاحظ حركة القذيفة في حركة أيّ جسم (المقذوف) قُذف بزاوية في مجال الجاذبية، مثل قذيفة أُطلقت من المدفع (شكل 22)، أو حجر قُذف في الهواء أو سفينة فضائية تدور حول الأرض وغيرها.

وسنتناول في هذا الدرس حركة القذيفة بمركبتيها الأفقية والرأسية، وسنحدّد مسارها ومداها الأفقي وأقصى ارتفاع قد تبلغه.

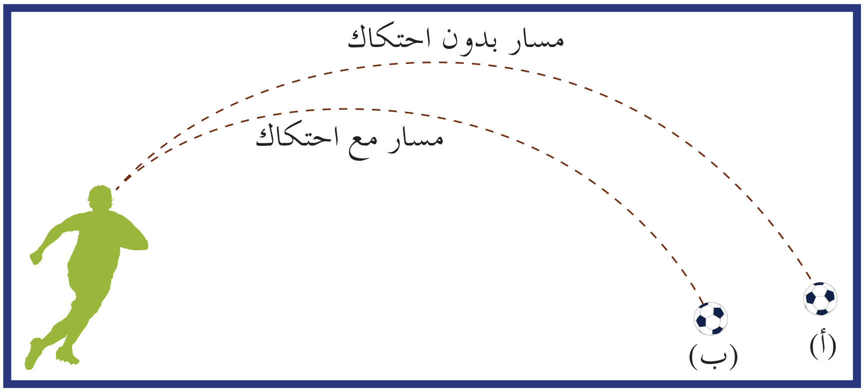
1. مسار حركة القذيفة

The Projectile Motion Trajectory

الأجسام التي تُقذف أو تُطلق في الهواء وتتعرّض لقوّة جاذبية الأرض تُسمّى المقذوفات.

وتتبع المقذوفات مسارًا منحنيًا بالقرب من سطح الأرض. وإن بدا للوهلة الأولى أنّ دراستها صعبة، إلّا أنّ النظر إليها بمركبتيها الأفقية والرأسية كلّ على حدة يسهّل دراستها.

في غياب الاحتكاك مع الهواء يكون مسار القذيفة على شكل منحنى قطع مكافئ. لكن في حال وجود مقاومة للهواء على القذيفة، تبطأ سرعتها نتيجة الاحتكاك مع الهواء، ويتغيّر شكل المسار كما في الشكل (23).



(شكل 23)
يختلف شكل المسار بوجود الاحتكاك: (أ) بدون احتكاك، (ب) مع احتكاك

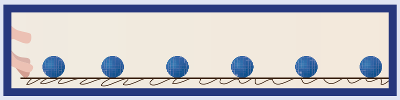
2. مركّبتا حركة القذيفة

The Components of the Projectile Motion

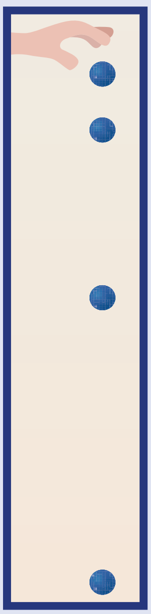
المركبة الأفقية لحركة القذيفة تماثل الحركة الأفقية لكرة تتدحرج على سطح منبسط. وعند إهمال الاحتكاك، تكون سرعة تدحرج الكرة منتظمة وتقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية كما يوضّح (شكل 24). فعدم وجود قوّة أفقية تؤثّر على الكرة يعني عدم وجود عجلة أفقية، وهذا هو الحال في حركة القذيفة حيث لا وجود لقوّة أفقية، ما يبقي سرعتها الأفقية ثابتة وحركتها على المحور الأفقي بسرعة منتظمة.

أمّا المركبة الرأسية للقذيفة فتشبه تمامًا السقوط الحرّ للأجسام، حيث تعمل قوّة الجاذبية في الاتّجاه الرأسي، ما يؤدّي إلى حركة معجّلة تؤدّي إلى زيادة المسافة المقطوعة كلّ فترة زمنية تالية (شكل 25).

من المهمّ معرفة أنّ الحركة الأفقية للقذيفة والحركة الرأسية غير مترابطتين (آنيتين)، غير أنّ تأثيرهما معًا ينتج المسار المنحني الذي تتبعه المقذوفات.

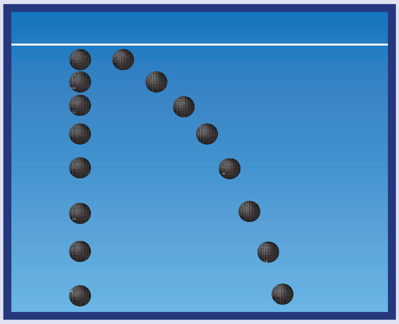


(شكل 24)
عند دحرجة كرة على سطح أفقي عديم الاحتكاك تبقى سرعتها ثابتة لعدم وجود مركبة لقوّة الجاذبية تأثّر عليها أفقيًّا.



(شكل 25)
عند إسقاط الكرة، إنّها تتسارع لأسفل قاطعة مسافة رأسية أكبر كلّ ثانية.

الصورة الستربوسكوبية المتعاقبة في الشكل (26) تظهر كرتين قُذفت إحداهما أفقيًّا في حين أُسقطت الأخرى رأسيًّا في الوقت نفسه، مع إهمال مقاومة الهواء. يظهر الشكل أنّ حركة القذيفة هي سقوط حرّ مع سرعة إبتدائية متّجهة على المحور الأفقي. فإذا اختبرنا حركة الكرتين بإهمال الاحتكاك مع الهواء، سنجد أنّهما وصلتا إلى الأرض باللحظة نفسها.



(شكل 26)
صورة لكرتين انطلقتا معًا من آلة تسمح لإحدى الكرتين بالسقوط الحر بينما تقذف الأخرى أفقيًا.

فلنأخذ الكرة التي تسقط في خطّ مستقيم بدون أيّ حركة أفقية، فحركتها تمثّل السقوط الحرّ. فالكرة تسقط تحت تأثير وزنها، ويمكن تحليل حركتها باستخدام معادلات الحركة المنتظمة العجلة باتّجاه واحد حيث $a = g$ والتي درسناها في السنوات السابقة.

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$
$$v = g t$$
$$v_f^2 = 2 g \Delta y$$

أمّا إذا لاحظنا مركبات حركة الكرة الثانية التي أُطلقت بسرعة أفقية فسنجد:

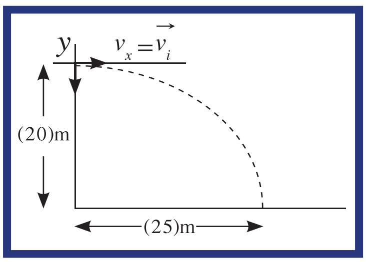
- أنّها تتحرّك مسافة أفقية واحدة خلال الفترة بين ومضتين متتاليتين، وأنّ سرعتها الأفقية ثابتة (إهمال الاحتكاك)، وأنّ حركتها على المحور الأفقي تعطى بالمعادلة $\Delta x = v \Delta t$.
- أمّا حركتها على المحور الرأسي فهي تمامًا مثل حركة الكرة التي تسقط سقوطًا حرًّا. فهي تقطع خلال أيّ لحظة المسافة الرأسية نفسها التي قطعتها الكرة التي تسقط سقوطًا حرًّا. لهذا السبب نجد أنّ الكرتين تصلان إلى الأرض في اللحظة نفسها، ونؤكّد عدم وجود علاقة بين مسافة السقوط والمركبة الأفقية للحركة.

وخلاصة ما سبق هي: **إنّ حركة القذيفة هي حركة مركبة من حركة منتظمة السرعة على المحور الأفقي وحركة منتظمة العجلة على المحور الرأسي.**

مثال (1)

رُمي جسم من ارتفاع $(20)m$ عن سطح الأرض وبسرعة أفقية مقدارها v. احسب مقدار v علمًا أنّ إزاحة الكرة الأفقية تساوي $(25)m$.
أهمل مقاومة الهواء.

طريقة التفكير في الحلّ



1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $\Delta y = (20)m$

$\Delta x = (25)m$

غير المعلوم: $v = ؟$

فقرة إثرائية

الفيزياء في المختبر

المقذوفات والسقوط الحرّ

ضع عملة معدنية على حافّة منضدة ملساء بحيث تكاد تقع عنها.
ضع قطعة ثانية على حافّة المنضدة وعلى مسافة ما من القطعة الأولى.
دحرج العملة الثانية عبر المنضدة (بدفعها بإصبعك مثلًا) شرط أن تصطدم بالعملة الأولى، وتقع العملتان على الأرض. راقب أيّ العملتين تصطدم بالأرض أوّلًا (بفرض حدوث ذلك لأحدهما).
هل تعتمد إجابتك على سرعة دحرجة العملة الثانية على المنضدة؟

مثال (1) (تابع)

2. احسب غير المعلوم:

في غياب مقاومة الهواء تكون السرعة الأفقية منتظمة:

$$\Delta x = v_x \Delta t = vt$$

حيث $v_y = (0)m/s$

والحركة على المحور الرأسي منتظمة العجلة $a = g = (10)m/s^2$.

باستخدام المعادلة:

$$\Delta y = \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow 20 = 5t^2 \Rightarrow t = (2)s$$

وبالتعويض عن t في $\Delta x = vt$ نحصل على:

$$v = \frac{25}{2} = (12.5)m/s$$

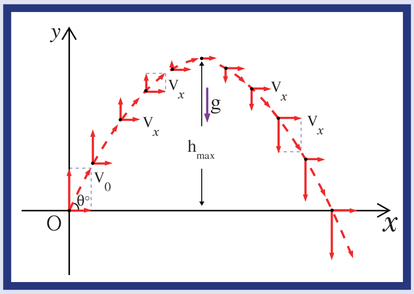
3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

النتيجة مقبولة ويمكن اختبارها عمليًّا والتحقّق من مقدار زمن الوصول إذا كان يحقّق النتيجة في المسألة .

3. حركة قذيفة أُطلقت بزاوية

Motion of a Projectile Launched with an Angle

لنأخذ الجسم m الذي قُذف من النقطة O بزاوية قذف θ بسرعة ابتدائية مقدارها v_0 مع المحور الأفقي ، كما في الشكل (27) .

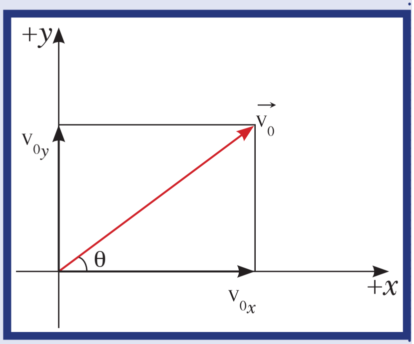


(شكل 27)
جسم قذف بزاوية θ

إن تحليل متّجه السرعة الابتدائية الموضّح في الشكل (28) يعطي:

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$



(شكل 28)
مركبتا السرعة المتّجهة الابتدائية

أمّا بالنسبة إلى كتلة المقذوف m ، فإنّ القوّة الوحيدة المؤثّرة عليها بغياب الاحتكاك هي قوّة الجاذبية (الوزن) $\vec{W}$ واتّجاهها نحو مركز الأرض .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma F = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

وبما أنّ العجلة $\vec{a}$ هي كمّية متّجهة لها مركبتان $\vec{a}_x$ و $\vec{a}_y$ وأن متّجه العجلة هو باتّجاه عجلة الجاذبية، يمكننا أن نستنتج أنّ:

$$a_y = -g \text{ و } a_x = 0$$

وأنّ الحركة على المحور الأفقي هي منتظمة السرعة وتتمثّل بالمعادلة:

$$\Delta x = v_{0x}\, t = v_0 \cos \theta\, t$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

وأنّ الحركة على المحور الرأسي هي منتظمة العجلة وتتمثّل بالمعادلة:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 + v_{0y} t = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 \sin \theta\, t$$

$$v_y = -gt + v_{0y} = -gt + v_0 \sin \theta$$

لاحظ أنّ المركبة الأفقية للسرعة على مسار القطع المكافئ (شكل 27) لها القيمة نفسها، بينما المركبة الرأسية للسرعة هي التي تتغيّر وتؤدّي إلى تغيّر محصّلة السرعة التي يمثّلها قطر المستطيل.

1.3 معادلة المسار Trajectory Equation

معادلة المسار Trajectory Equation هي علاقة بين مركبة الحركة الأفقية ومركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن t، ويمكن استنتاجها كما يلي:

$$\Delta x = v_{0x}\, t = v_0 \cos\theta t$$

$$t = \frac{\Delta x}{v_0 \cos\theta}$$

وبتعويض مقدار t في المعادلة وباعتبار أنّ نقطة الإطلاق هي $O\ (0,0)$

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\theta t$$

نحصل على:

$$\boxed{y = \tan\theta\, x - \frac{g}{2 v_0^{\,2} \cos^2\theta}\, x^2}$$

والتي تمثّل المسار المنحني ويُسمّى القطع المكافئ Parabola الذي لاحظناه في التجربة السابقة.

يتغيّر مسار القذيفة بتغيير زاوية الإطلاق بالنسبة إلى المحور الأفقي. فإذا كانت هذه الزاوية تساوي $90°$، يصبح مسار القذيفة خطًّا رأسيًّا. أمّا إذا كانت زاوية الإطلاق تساوي صفرًا، فيكون شكل المسار نصف قطع مكافئ (شكل 29).

2.3 أقصى ارتفاع Maximum Height

إنّ مركبة سرعة القذيفة الرأسية v_y عند أعلى نقطة تساوي صفرًا،

أي أنّ: $0 = -gt + v_0 \sin\theta$

بالتالي، إنّ الزمن للوصول إلى أعلى نقطة $t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$، وبالتعويض في y نحصل على أقصى ارتفاع:

$$\boxed{h_{max} = \frac{v_0^{\,2} \sin^2\theta}{2g}}$$

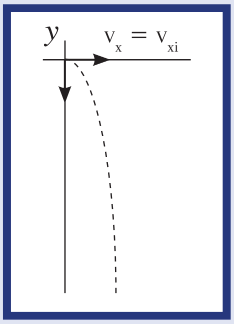
3.3 المدى Range

المدى Range هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول على الخطّ الأفقي المارّ بنقطة الإطلاق.

عندما تصل القذيفة إلى أقصى ارتفاع، تكون قد قطعت نصف المدى. أمّا الزمن الكلّي لقطع المدى كاملًا على اعتبار أنّ القذيفة انطلقت من المستوى الأفقي ووصلت إلى المستوى نفسه، فيساوي ضعف الزمن للوصول إلى أقصى ارتفاع، أي أنّ: $t' = \dfrac{2v_0 \sin\theta}{g}$.

وبالتعويض في معادلة الحركة على المحور الأفقي نحصل على المدى الأفقي:

$$\boxed{R = \frac{v_0^{\,2} \sin 2\theta}{g}}$$



(شكل 29)
نصف قطع مكافئ

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالرياضة

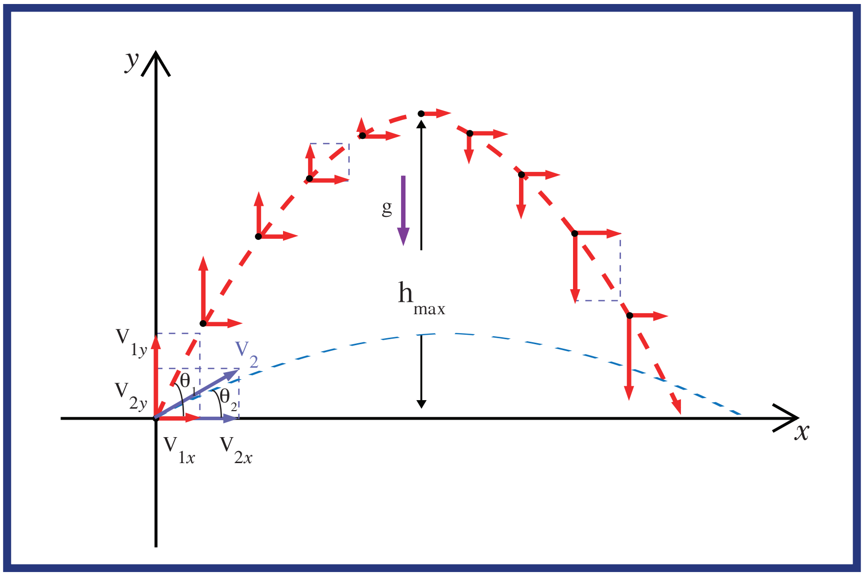
زمن التحليق

زمن التحليق هو الوقت الذي يقضيه شخص خلال قفزه وأثناء حمل الهواء له، وهو لا يعتمد على السرعة الأفقية. وسنوضّح الآن لماذا يحدث ذلك. من المعروف أنّ المركبتين الأفقية والرأسية للحركة لا تعتمدان الواحدة على الأخرى. ففي لحظة ابتعاد القدمين عن الأرض، وبإهمال مقاومة الهواء، تكون القوّة الوحيدة المؤثّرة على القافز هي الجاذبية. ويعتمد زمن التحليق على المركبة الرأسية لسرعة الصعود فقط التي تجعله يصعد لأعلى. والنتيجة أنّ قوّة القفزة يمكن أن تزداد بعض الشيء بتأثير الجري. لذلك، فزمن التحليق للقفزة أثناء الجري أكبر من زمن القفزة في المكان. وعلى كلّ حال، في اللحظة التي تترك فيها القدمان الأرض، نجد أنّ المركبة الرأسية للسرعة التي ترفع لأعلى هي التي تحدّد زمن التحليق. والقواعد المُستخدمة في حركة القذيفة تطبّق على الشخص أثناء القفز.

4. العلاقة بين زاوية الإطلاق والمدى الأفقي وأقصى ارتفاع

Relation Between Angle, Range and Maximum Height

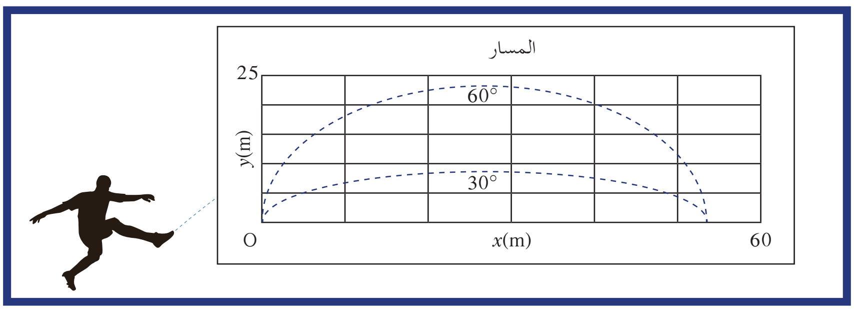
عند إطلاق قذيفتين بسرعة ابتدائية متساوية لكن بزاويتي إطلاق مختلفتين، يحدث ما يوضحه الشكل (30).



(شكل 30)

القذيفة التي أُطلقت بزاوية إطلاق أكبر (θ_1) لها مركبة سرعة رأسية أكبر من تلك التي أُطلقت بزاوية أقلّ (θ_2)، وهذا يؤدّي إلى ارتفاع أكبر.

أمّا مركبة السرعة الأفقية للقذيفة التي أُطلقت بزاوية إطلاق أكبر (θ_1)، فتكون أصغر من تلك التي أُطلقت بزاوية أقل (θ_2)، ما يؤدّي إلى مدى أصغر. أي **كلما كانت المركبة الأفقية أقل كان المدى أقل**، أمّا الشكل (31) فيوضّح وصول قذيفتين مختلفتين للمدى نفسه عند إطلاقهما بزاويتين مجموعهما $90°$ في ظلّ غياب مقاومة الهواء. على سبيل المثال، إذا قُذف جسم بزاوية $60°$، سوف يصل إلى المدى نفسه الذي يصل إليه إذا تمّ إطلاقه بالسرعة نفسها لكن بزاوية $30°$ (شكل 32)، لكن سيستمرّ مساره في الهواء لفترة أقصر عندما تكون الزاوية أصغر.



(شكل 32)

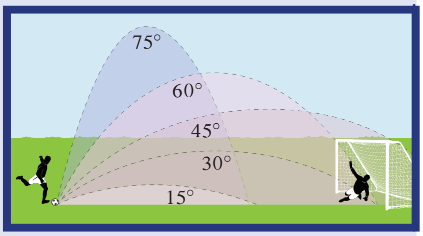
مسارا قذيفتين تمّ إطلاقهما بالسرعة نفسها بزاويتي $30°$ و$60°$ بإهمال مقاومة الهواء.

مسألة مع إجابة

قُذف جسم من سطح الأرض بسرعة ابتدائية $(25)\text{m/s}$ وبزاوية $53°$ مع المحور الأفقي ليعود إلى الأرض.
افترض أنّ عجلة الجاذبية $g = (10)\text{m/s}^2$. احسب:

(أ) أقصى ارتفاع
(ب) المدى
(ج) موقع الجسم بعد ثانية
(د) سرعته بعد ثانية.

الإجابات: (أ) $(19.93)\text{m}$
(ب) $(60)\text{m}$
(ج) $x = 15.04$ ، $y = 14.96$
(د) $\theta = 33.5°$ ، $v = (18.042)\text{m/s}$



(شكل 31)

مسارات مقذوفات تمّ إطلاقها بالسرعة نفسها، لكن بزوايا مختلفة. حُدّدت المسارات بإهمال مقاومة الهواء.

مسألة

أحسب زاوية الإطلاق θ بالنسبة إلى المحور الأفقي ليصل الجسم المقذوف إلى أبعد مدى.

عندما تكون مقاومة الهواء غير مُهمَلة، يتناقص مدى القذيفة ويصبح المسار قطعًا مكافئ غير حقيقي (شكل 33).

وإنّ إهمال الاحتكاك يجعل القذيفة تصل إلى أقصى ارتفاع في الزمن نفسه الذي ستستغرقه للوصول إلى الأرض من هذا الارتفاع، وبما أنّ عجلة التباطؤ عند الصعود لأعلى تساوي عجلة التسارع عند الهبوط لأسفل. فالسرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط. وسرعة اصطدام القذيفة بالأرض هي السرعة نفسها التي أُطلقت بها القذيفة من الأرض لأعلى (شكل 34).

أمّا في حال عدم إهمال الاحتكاك، فستصل الكرة إلى ارتفاع أقلّ وتختلف سرعتها لحظة الاصطدام عن سرعة الإطلاق.

ملاحظة:

إنّنا نفترض أنّ سطح الأرض مستوٍ أثناء دراسة حركة المقذوفات قصيرة المدى والتي تناولناها في هذا الدرس. أمّا لدراسة المقذوفات بعيدة المدى، فإنّ انحناء سطح الأرض يجب أن يدخل في الاعتبار، لأنّ إطلاق جسم بسرعة مناسبة سيجعله يسقط حول الأرض ويصبح قمرًا صناعيًّا، وهذا ما سندرسه في وحدة أخرى.

مثال (2)

أُطلقت قذيفة بزاوية $60°$ مع المحور الأفقي من النقطة $O(0,0)$ وبسرعة ابتدائية $v_0 = (20)\text{m/s}$ (شكل 35). اهمل مقاومة الهواء.

(أ) أكتب معادلة المسار للقذيفة.

(ب) أحسب الزمن الذي تحتاجه للوصول إلى أقصى ارتفاع.

(جـ) إستنتج مقدار أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة.

(د) أحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة علمًا أنّها اصطدمت بالأرض عند نقطة تقع على الخطّ المارّ بنقطة القذف.

(هـ) أحسب متّجه السرعة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $v_0 = (20)\text{m/s}$

$\theta = 60°$

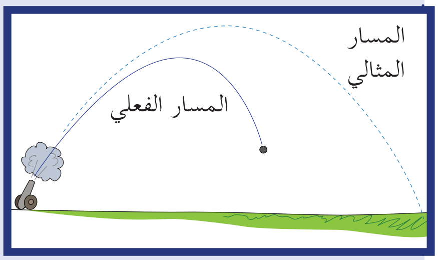
غير المعلوم:

(أ) معادلة المسار $y = f(x)$

(ب) الزمن للوصول إلى أقصى ارتفاع

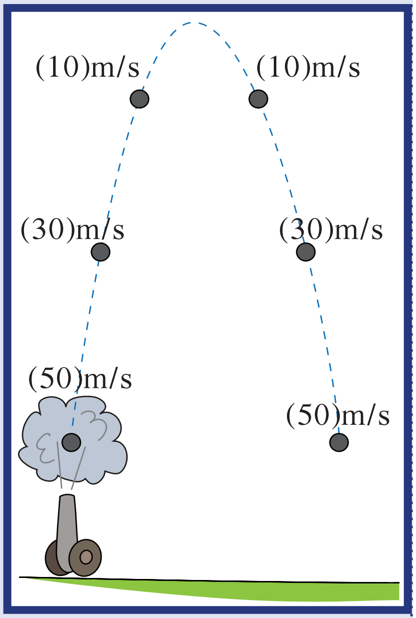
(جـ) أقصى ارتفاع $h_{max} = ؟$

(د) المدى الأفقي $R = ؟$



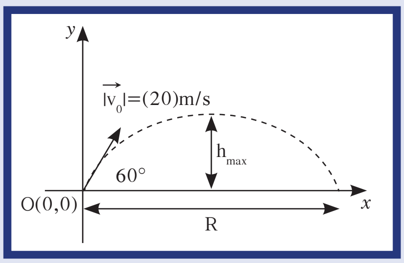
(شكل 33)

في وجود مقاومة الهواء، يسقط مسار القذيفة السريعة جدًّا أسفل القطع المكافئ المثالي ويتبع المسار المنحني الممثّل بالخطّ المتّصل.



(شكل 34)

بإهمال مقاومة الهواء، يكون مقدار النقص في سرعة القذيفة فيما هي منطلقة لأعلى مساويًا لمقدار تزايد سرعتها فيما هي ساقطة إلى أسفل. ونلاحظ أنّ زمن الوصول لأقصى ارتفاع يساوي زمن الهبوط إلى الأرض.



(شكل 35)

مثال (2) (تابع)

2. احسب غير المعلوم

(أ) باستخدام المعادلات:

$$\Delta x = v_{0x}\,\Delta t = v_0 \cos\theta\, t$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\theta\, t$$

بالتعويض عن: $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta}$ في المعادلة Δy، نحصل علي معادلة المسار التالية:

$$y = \left(\frac{-g}{2v_0^2 \cos^2\theta}\right) x^2 + \tan\theta\, x$$

$$y = -0.05\, x^2 + 1.73x$$

(ب) عند أقصى ارتفاع، تكون المركبة الرأسية للسرعة $\vec{v}_y$ تساوي صفرًا. ونستخدم المعادلة التالية:

$$v_y = -gt + v_0 \sin\theta$$

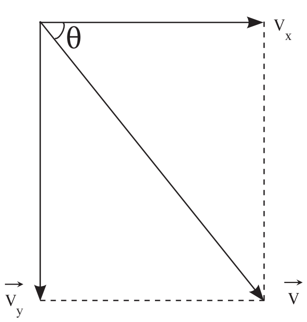
وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على: $t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g} = \dfrac{20 \sin 60}{10} = (1.73)\text{s}$

والذي يمثّل الزمن للوصول إلى أقصى ارتفاع.

(جـ) باستخدام المعادلة $h_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2\,g}$ وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$h_{max} = \frac{20^2 \sin^2 60}{2 \times 10} = (15)\text{m}$$

(د) باستخدام معادلة المدى الأفقي وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:



(شكل 36)
مركّبة السرعة v_y نحو الاتّجاه السالب للمحور الرأسي

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$R = \frac{20^2 \sin(2 \times 60)}{10} = (34.64)\text{m}$$

(هـ) إن الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلى الأرض:

$$t = 2 \times 1.73 = (3.46)\text{s}$$

وبما أنّ متّجه السرعة $\vec{v}$ يُكتب: $v = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

بالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على مركبتا السرعة:

$$v_x = v_0 \cos\theta = 20 \cos 60 = (10)\text{m/s}$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin\theta = -10\,(3.46) + 20 \sin 60 = (-17.27)\text{m/s}$$

الإشارة السالبة تعني أنّ اتّجاه مركبة السرعة $\vec{v}_y$ (شكل 36) هي بالاتّجاه السالب للمحور الرأسي.

باستخدام الشكل نجد أنّ مقدار $\vec{v}$:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{100 + 298.58} = (19.96)\text{m/s}$$

أمّا اتّجاه سرعة الاصطدام مع الأرض، فتُحسب بالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة:

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-17.27}{10} = -1.727$$

$$\theta = -59.92^\circ$$

والإشارة السالبة تعني أنّ متّجه السرعة يصنع زاوية 60° تحت المحور الأفقي.

مثال (2) (تابع)

3. **قيّم:** هل النتيجة مقبولة؟

النتائج مقبولة وسرعة الاصطدام بالأرض تساوي سرعة الإطلاق، وأكّدنا ذلك في حال إهمال الاحتكاك، والاختلاف البسيط يعود إلى التقريب.

مراجعة الدرس 1-3

يُعتبر تأثير الهواء مهملًا في الأسئلة التالية.

أوّلًا – ماذا يمثّل مدى مسار القذيفة؟

ثانيًا – بمَ تتميّز النقطة الأعلى في مسار قذيفة أُطلقت بزاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي؟

ثالثًا – أُطلقت قذيفتان لهما كتلتان مختلفتان m_1 و m_2، إذا علمت أنّ $(m_1 < m_2)$، بالسرعة الابتدائية نفسها v_0 وبزاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي نفسه. قارن بين مدى المسار والارتفاع الأعلى الذي تبلغه كلّ قذيفة من القذيفتين.

رابعًا – في إطار مبارزة إطلاق السهم، أرسل أحد المتبارين السهم بسرعة ابتدائية v_0 قيمتها $(50)m/s$، وذلك لكي يصل إلى هدفه الموجود على مسافة $(80)m$. علمًا بأنّ مركز الهدف هو على المستوى الأفقي نفسه مع يد المتباري، وبإهمال تأثير الهواء:

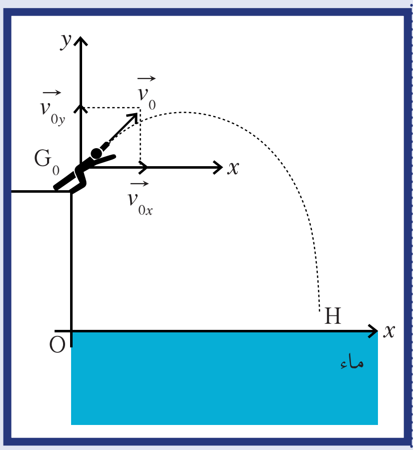
(أ) حدِّد قيمة زاوية θ بالنسبة إلى المحور الأفقي لكي يتمكّن المتباري من إصابة مركز الهدف الموجود على بعد $(80)m$.

(ب) إذا تمّ الإطلاق بزاوية $9°$ (دائمًا بالنسبة إلى المحور الأفقي). أُحسب قيمة المسافة الأفقية التي قطعها السهم. هل يصل السهم إلى الهدف؟ قيم إجابتك.

خامسًا – لدراسة حركة مركز الثقل لغطّاس خلال قفزه إلى الماء عن خشبة (شكل 37)، نفترض أنّ الغطّاس ترك الخشبة في اللحظة صفر $(t = 0)$ بسرعة إبتدائية v_0، وبزاوية قدرها $40°$ بالنسبة إلى المحور الأفقي. في لحظة الإنطلاق، كان الغطّاس في النقطة G_0، التي ترتفع $(6)m$ عن سطح الماء $(x_0 = 0 ، y_0 = (6)m)$.

(أ) إذا كانت أعلى نقطة يصل إليها الغطّاس هي على مسافة $(1)m$ من مستوى الإطلاق، احسب سرعة الغطّاس الابتدائية v_0.

(ب) أُكتب معادلة المسار لحركة مركز ثقل الغطّاس.



(شكل 37)

مراجعة الفصل الأوّل

المفاهيم

أقصى ارتفاع	Maximum Height	مدى	Range
قطع مكافىء	Parabola	مركبتا السرعة المتّجهة	Velocity Components
كمّية عددية	Scalar Quantity	معادلة المسار	Trajectory Equation
كمّية متّجهة	Vector Quantity	مقدار	Magnitude
محصّلة المتّجهات	Resultant of Vectors		

الأفكار الرئيسة في الفصل

- الكمّيات العددية تُسمّى أيضًا الكمّيات القياسية، وهي الكمّيات التي يكفي لتحديدها عدد يحدّد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز هذا المقدار.
- الكمّيات المتّجهة هي الكمّيات التي تحتاج في تحديدها إلى الاتّجاه الذي تتخذه، بالإضافة إلى العدد الذي يحدّد مقدارها ووحدة القياس التي تميّزها.
- يحتاج جمع المتّجهات إلى عملية جبر المتّجهات التي تُسمّى عملية تركيب، حيث تتمّ الاستعاضة عن متّجهين أو أكثر بمتّجه واحد.
- تحليل المتّجه هو استبدال متّجه ما بمتّجهين متعامدين يُسمّيان مركبتي المتّجه، بحيث يمثّل المتّجه المراد تحليله المحصّلة لهذين المتّجهين ويكون متّحدًا معهما في نقطة البداية.
- القذيفة جسم متحرّك بسرعة ابتدائية تحت تأثير وزنه فقط، وبغياب الاحتكاك مع الهواء.
- مسار القذيفة هو مسار منحنى يُسمّى قطعًا مكافئًا.
- حركة القذيفة هي حركة مركّبة بسرعة منتظمة على المحور الأفقي وبعجلة منتظمة على المحور الرأسي.
- المدى الأفقي هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول على الخطّ الأفقي المارّ بنقطة الإطلاق.
- إنّ حاصل الضرب القياسي لمتجهين هو كميّة قياسية تحدّد بالعلاقة $v = v_1\ v_2 \cos \alpha$.
- إنّ حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه مقداره يحدد بالعلاقة التالية:
  $v = v_1\ v_2 \sin \alpha$ أما اتجاهه فهو رأسي على المستوى المكوّن من المتجهين، ويحدّد بتطبيق قاعدة اليد اليمنى وذلك بتدوير أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول إلى الثاني عبر الزاوية الأصغر بين المتجهين ليشير الإبهام إلى اتجاه المتجه v.
- إنّ مقدار حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يمثل مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين.

خريطة مفاهيم الفصل

استخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلّ ممّا يلي:

1. تحدّد الكمّية المتّجهة:
   - ☐ مقدار ووحدة قياس
   - ☐ اتّجاه ووحدة قياس ونقطة تطبيق
   - ☐ اتّجاه ومقدار ووحدة قياس
   - ☐ اتّجاه ومقدار ونقطة تأثير ووحدة قياس
2. تحدّد الكمّية العددية:
   - ☐ مقدار ووحدة قياس
   - ☐ اتّجاه ونقطة تأثير ووحدة قياس
   - ☐ اتّجاه ومقدار ووحدة قياس
   - ☐ اتّجاه ومقدار ونقطة تأثير ووحدة قياس
3. المركبة الأفقية لمتّجه قوّة مقداره N(5) يميل بزاوية $60°$ مع المحور الرأسي بوحدة (N) تساوي:
   - ☐ (4.333)
   - ☐ (2.5)
   - ☐ (3)
   - ☐ (4)
4. المركبة الرأسية لمتّجه قوّة مقداره N(5) يميل بزاوية $60°$ مع المحور الأفقي بوحدة (N) تساوي:
   - ☐ (4.333)
   - ☐ (2.5)
   - ☐ (3)
   - ☐ (4)
5. عندما تكون المركبة الأفقية لقذيفة أقل بالمقارنة مع مركبة الأفقية لقذيفة أخرى أطلقت بالسرعة الابتدائية نفسها:
   - ☐ يكون المدى الأفقي الذي تقطعه أكبر .
   - ☐ تصل إلى ارتفاع أقلّ .
   - ☐ يكون المدى الأفقي الذي تقطعه أقلّ .
   - ☐ يكون لهما المدى الأفقي نفسه .

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

1. ما الفرق بين السرعة العددية والسرعة المتّجهة؟
2. متّجه طوله cm(1) يمثّل سرعة مقدارها km/h(10)، فكم تكون السرعة التي يمثّلها متّجه طوله cm(2) رُسم بمقياس الرسم نفسه؟
3. تحلّق طائرة بسرعة km/h(80) . هل تتوقّع أن تصبح سرعتها أكبر أو أقلّ من km/h(80) إذا هبّت عليها رياح اتّجاهها عمودي على اتّجاه طيرانها؟
4. احسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن متجهين الإزاحة D_1 ومقداره m(4) والمتجه D_2 ومقداره m(6) علمًا أنهما يحصران في ما بينهم زاوية $150°$.

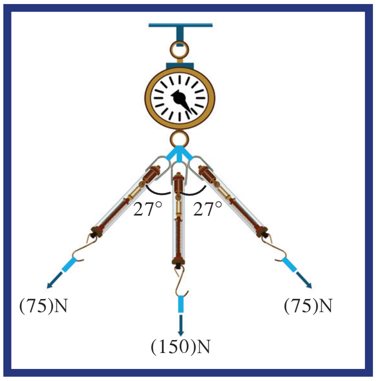
تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

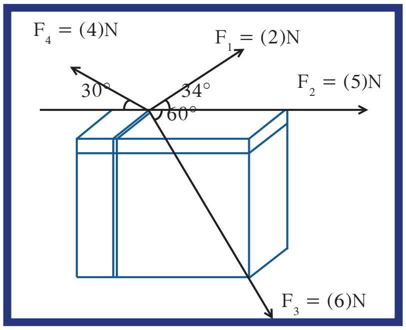
1. **(أ)** إستخدم طريقة الرسم البياني ومقياس رسم مناسب لتجد المحصّلة v_R (مقدار واتّجاه) لمتّجهي السرعة المتلاقيين في النقطة O، علمًا أنّ مقدار $v_1 = (5)m/s$ ومقدار $v_2 = (5)m/s$، ويحصران بينهما زاوية مقدارها $120°$.
   (ب) أوجد المحصّلة $\vec{v}_R$ (مقدار واتّجاه) مستخدمًا الطريقة الحسابية .
   (جـ) مثّل هذه السرعة رياضيًّا .
   (د) قارن بين نتائج الطريقتين .

أسئلة مراجعة الفصل 1

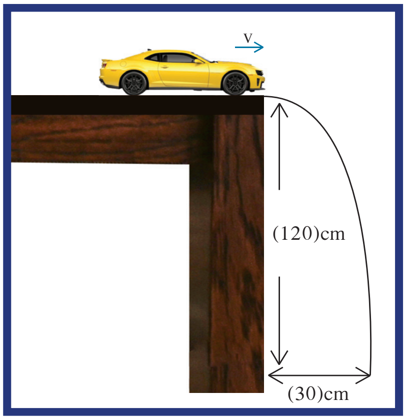
2. حلقة جهاز ميزان زنبركي يتمّ شدّها بواسطة ثلاثة حبال بقوى مختلفة، كما يوضّح الشكل المقابل.
أوجد مقدار المحصّلة التي سيقرأها الميزان الزنبركي.



3. أُحسب مستخدمًا تحليل المتّجهات مقدار واتّجاه محصّلة القوى الأربعة الموجودة في مستوٍ واحد و التي تؤثّر على الصندوق في الشكل المقابل.

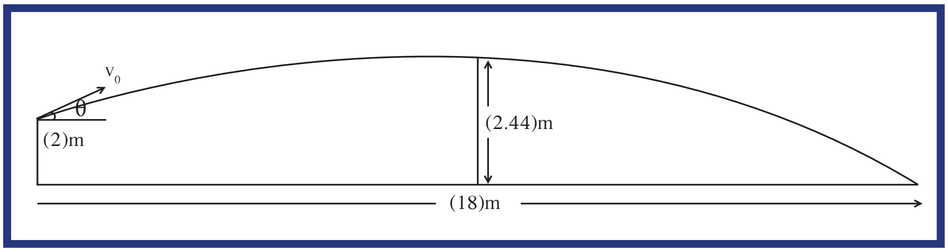


4. دفع ولد سيّارته عن حافّة طاولة ارتفاعها $(120)cm$ لتسقط وتصطدم بالأرض عند نقطة تبعد أفقيًّا $(30)cm$ عن الطاولة كما هو موضّح في الشكل المقابل.
(أ) أُحسب الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصطدم بالأرض.
(ب) أُحسب سرعة السيّارة لحظة انطلاقها مبتعدة عن سطح الطاولة.
(جـ) أُحسب مقدار سرعتها واتّجاهها لحظة اصطدامها بالأرض. (علمًا أنّ $g = (10)m/s^2$)

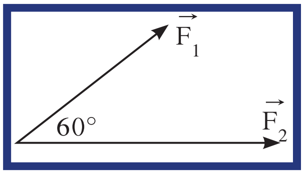


5. أُطلقت قذيفة بزاوية $30°$ مع المحور الأفقي من النقطة $O\ (0,0)$ بسرعة ابتدائية $v_0 = (30)m/s$.
اَهمل مقاومة الهواء.
(أ) أُكتب معادلة المسار للقذيفة.
(ب) أُحسب الزمن الذي تحتاجة للوصول إلى أقصى ارتفاع.
(جـ) أُحسب مقدار أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة.
(د) أُحسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة علمًا أنّها اصطدمت مع الأرض بنقطة تقع على الخطّ المارّ بنقطة القذف.
(هـ) أُحسب متّجه السرعة لحظة اصطدامها بالأرض.

6. يقف لاعب كرة الطائرة عند نقطة الإطلاق التي تبعد $(18)m$ عن الخطّ الذي يحدّد طول الملعب. رفع اللاعب الكرة $(2)m$ بيده اليسرى عن سطح الأرض، وأطلقها بيده اليمنى بسرعة v_0 وبزاوية θ. فطارت فوق شبكة ارتفاعها $(2.44)m$ بشكل يلامس حافّة الشبكة العليا الموضوعة في وسط الملعب تمامًا، واصطدمت بالأرض آخر الملعب. أُحسب السرعة والزاوية اللتان أطلقت بهما الكرة.



7. المتجهان $\vec{F}_1$ ومقداره $(3)N$ و$\vec{F}_2$ مقداره $(4)N$، يحصران بينهما زاوية $60°$ وموجودان في المستوى نفسه كما في الشكل المقابل.



(أ) احسب حاصل الضرب القياسي للمتجهين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.

(ب) احسب حاصل الضرب الاتجاهي $\vec{F}_1 \times \vec{F}_2$ وحدّد عناصر متجه المحصلة $\vec{F'}$ ومثله بيانيًا.

(جـ) احسب حاصل الضرب الاتجاهي $\vec{F}_2 \times \vec{F}_1$ و حدّد عناصر متجه المحصلة $\vec{F''}$، ومثله بيانيًا

(د) ما العلاقة بين المتجهين $\vec{F'}$ و $\vec{F''}$؟

مشاريع الفصل

التواصل

أُكتب مقالًا لا يزيد عن عشرة أسطر تبيّن فيه دور الجاذبية في حركة قذيفة أُطلقت بسرعة ابتدائية في غياب الاحتكاك، مبيّنًا في مقالك شكل المسار الذي ستتّخذه القذيفة في غياب الجاذبية، ومعلّلًا السبب علميًّا.

نشاط بحثي

يمكن تصنيف دراسة المقذوفات إلى نوعين: دراسة المقذوفات العادية التي درسناها في هذا الفصل ودراسة المقذوفات السريعة. اِجر بحثًا توضح فيه الفرق بين هذين النوعين من المقذوفات، واعط مثالًا على مقذوفات سريعة تُستخدم في الحياة اليومية.

الفصل الثاني

الحركة الدائرية
Circular Motion

دروس الفصل

لماذا لا يسقط ركّاب عربة المدينة الترفيهية منها؟

في مقدّمة الوحدة حدّدنا هدفنا بدراسة نوعين من الحركة في مستوى، فعرضنا في الفصل السابق حركة القذيفة كمثال على الحركة في مستوى. أمّا في هذا الفصل، فسنتناول الحركة الدائرية كمثال آخر على الحركة في مستوى.

الحركة الدائرية موجودة في حركة الكثير من الأجسام من حولنا، بدءًا من حركة الإلكترونات حول النواة وصولًا إلى حركة المجرّات. فنحن نلاحظها يوميًّا في حركة عجلات السيّارات وعربات المدينة الترفيهية، وندرس نتائجها في تعاقب الليل والنهار من خلال دوران الأرض حول محورها.

دراسة الحركة الدائرية تتطلّب منا إلمامًا ببعض المقادير الفيزيائية التي تساعدنا على فهم خصائص هذه الحركة، مثل قياس الزاوية ووحدات قياسها، والإزاحة الزاوية، والسرعة الدائرية، والعجلة الزاوية وغيرها سنتناولها تفصيليًّا في دروس هذا الفصل.

وملاحظتنا للحركة الدائرية لبعض الأجسام مثل حركة الأحصنة في لعبة دوّارة الخيل أو لعبة الساقية الدوّارة ستدفعنا إلى طرح الكثير من الأسئلة التي نحتاج إلى إجابة علمية عليها، ومنها: أيّهما أسرع، الحصان القريب من الحاجز الداخلي أو الحصان القريب من الحاجز الخارجي؟

لماذا لا يسقط ركّاب عربة المدينة الترفيهية منها عندما يرتفع السطح الدوّار إلى أعلى؟ وأيّ قوّة تثبّت الركّاب بمقاعدهم؟

إذا ثبّت جسمًا في نهاية خيط وجعلته يدور في دائرة فوق رأسك، ثم انقطع الخيط، فهل سيطير الجسم خارج الدائرة أم سيكمل حركته؟

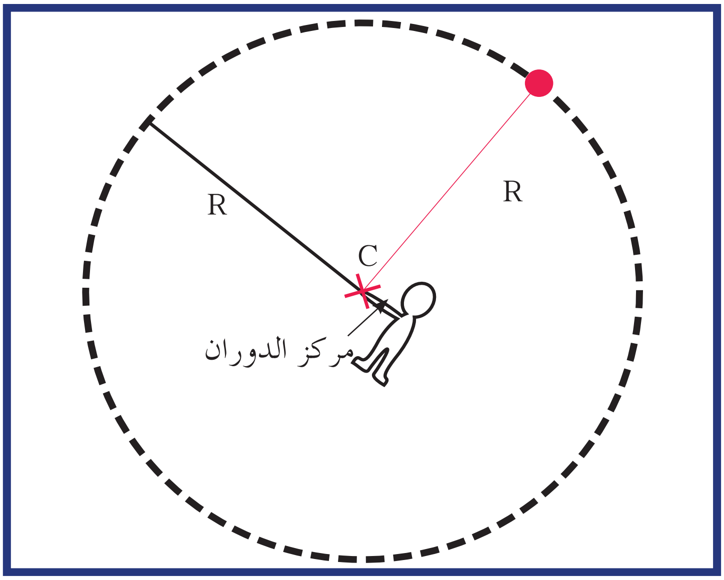
الإجابات على هذه الأسئلة والكثير غيرها هي محور دروس هذا الفصل.

الدرس 2–1

وصف الحركة الدائرية
Describing Circular Motion

الأهداف العامة

- يعرّف الحركة الدائرية.
- يميّز بين الدوران المحوري والدوران المداري.
- يصف السرعة الدائرية.
- يميّز بين السرعة الخطّية والسرعة الزاوية.
- يعرّف العجلة المركزية والعجلة الزاوية.
- يذكر معادلات الحركة الدائرية منتظمة العجلة.



(شكل 38)
كتلة تدور حول مركز الدوران C.

لنأخذ جسمًا ونربطه بطرف خيط، ثمّ نجعله يدور (شكل 38).
ما شكل المسار الذي يحدثه دوران الجسم؟
هل تتغيّر المسافة بين مركز ثقل الجسم ومركز الدوران؟
حركة الجسم على مسار دائري حول مركز دوران، مع المحافظة على مسافة ثابتة منه تُسمّى الحركة الدائرية.
وتكون الحركة الدائرية منتظمة عندما يتحرّك الجسم في مسار دائري بسرعة ثابتة القيمة. سندرس الحركة الدائرية المنتظمة تفصيليًّا في سياق الدرس بعد أن نميّز الفرق بين الدوران المحوري والدوران المداري، وبعد أن نتعرّف بعض الكمّيات الفيزيائية الضرورية لدراسة الحركة الدائرية.

1. الدوران المحوري والدوران المداري

Rotation and Revolution

الحركة الدائرية لمسطّح لعبة الساقية الدوّارة في المدينة الترفيهية الموضّحة في الشكل (39)، والحركة الدائرية للمتزلّج على الجليد، كلتاهما تدوران حول محور. والمحور هو الخطّ المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية. فعندما يدور جسم حول محور داخلي (بمعنى أنّ المحور يستقرّ داخل هذا الجسم)، يُسمّى ذلك الحركة الدائرية المحورية أو المغزلية. وعلى ذلك، كلّ من لعبة الساقية الدوّارة في المدينة الترفيهية والمتزلّج على الجليد يدور حول محور داخلي.

أمّا عندما يدور جسم حول محور خارجي، فهذه الحركة تُسمّى الحركة المدارية (شكل 40). وعلى الرغم من أنّ مسطّح الساقية الدوّارة يدور حول محورها، فإنّ الركّاب على طول الحافّة الخارجية لهذا المسطّح يدورون حول محور الساقية.

تخضع الأرض لنوعي الحركة الدائرية. فهي تدور حول الشمس مرّة كلّ 365.25 يومًا، وتدور حول محورها مرّة كلّ 24 ساعة.

2. الإزاحة الزاوية Angular Displacement

الحركة هي تغيّر الموقع بالنسبة إلى الزمن، ولكي نصف حركة جسم على مساره الدائري، يمكننا أن نستعين بالزاوية التي تحرّك بها.

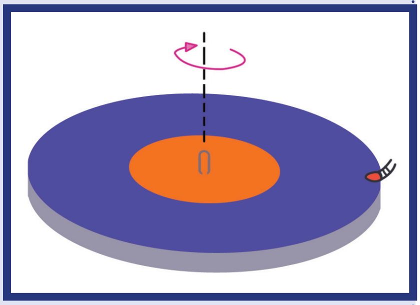
لنأخذ النقطة M التي تتحرّك على المسار الدائري كما في الشكل (41).

إنّ موقع M في أيّ لحظة يمكن أن يُمثّل باستخدام المركبتان x و y لمتّجه الموقع $\overrightarrow{CM}$.

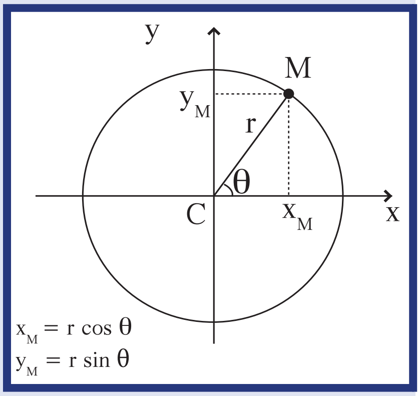
ويمكننا أن نشير إلى موقع النقطة M باستخدام التمثيل الرياضي للمتّجه CM حيث $|\overrightarrow{CM}| = (r\theta)$، حيث r هي نصف قطر المسار الدائري، والزاوية θ هي الاتّجاه الذي يقاس من المحور الأفقي باتّجاه الدوران الموجب إلى r. وبما أنّ المسافة بين النقطة M ومركز الدائرة ثابت، فإنّ استخدام الزاوية يكفي لتحديد موقع الجسم على المسار الدائري. وهذا يسهّل عمليًّا تحديد موقع الجسم المتحرّك على المسار الدائري أكثر من استخدام x و y اللتين تتغيّران بتغير الزمن.

وبناء عليه إنّ استخدام الإزاحة الزاوية $\Delta\theta$ (شكل 42) التي تقاس بين الخطّين (الخطّ المرجعي والخط المارّ بالنقطة والمركز)، تكفي لوصف الحركة الدائرية للنقطة M خلال فترة زمنية على المسار الدائري، حيث أنّ المسافة r بين الجسم ونقطة المركز ثابتة. ببساطة يمكن أن نقول إنّ الإزاحة هي θ عندما نختار $\theta_0 = 0\ \text{rad}$ (شكل 43).

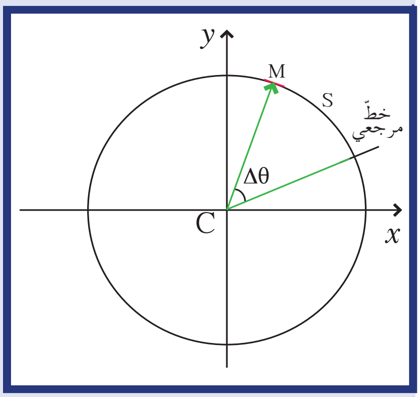
(شكل 39)
الساقية الدوّارة



(شكل 40)
تدور المنضدة الدوّارة حول محورها (دوران محوري) بينما تدور الحشرة الموجودة عند حافّتها بشكل مداري حول المحور نفسه.

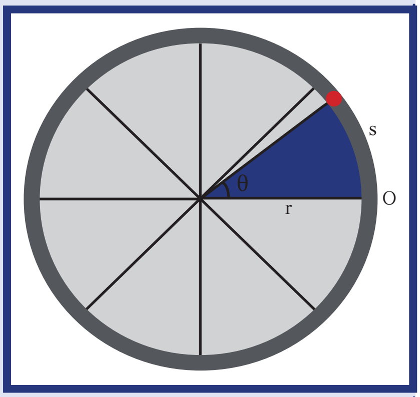


(شكل 41)
المركّبتان x_M و y_M للنقطة الدوّارة M.



(شكل 42)
الإزاحة الزاوية للنقطة M عندما تكون $\theta_0 \neq 0$.

تُقاس الزوايا عادة بوحدة الدرجة Degree (°) حيث تساوي الدورة الكاملة 360° ، وتتألّف كلّ درجة من 60 دقيقة وكلّ دقيقة من 60 ثانية.
ويمكن وصف الحركة الدائرية أيضًا بالمسافة المقطوعة على القوس. من هنا أهمّية الربط بين الإزاحة الزاوية θ وطول القوس s.
يمثّل طول القوس s المسافة التي قطعها الجسم على المسار الدائري عند تحرّكه بزاوية θ. ولإيجاد علاقة بين s و θ نستخدم المعادلة الرياضية:
$s = r\theta$ حيث تقاس θ بوحدة الراديان (rad) بحسب النظام الدولي للوحدات.
ولإيجاد علاقة بين الدرجة والراديان يمكننا أن نستخدم المعادلة الرياضية:
$$2\pi \text{ rad} = 360°$$
يظهر الجدول (1) بعض الزوايا بوحدتي الراديان (rad) والدرجة (°).



(شكل 43)
الإزاحة الزاوية وطول القوس عندما تكون $\theta_O = O$.

الزاوية بالدرجة (°)	الزاوية بالرديان
360	2π
180	π
90	$\pi/2$
60	$\pi/3$
45	$\pi/4$
30	$\pi/6$

(جدول 1)
بعض الزوايا بوحدتي الراديان (rad) والدرجة °

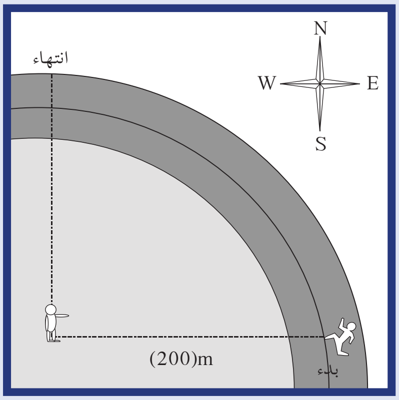
مثال (1)

يقف حكم مباراة الركض في مركز المسار الدائري المخصص للسباق على بعد (200)m من لاعب يقف على الخط المرجعي باتّجاه الشرق يستعد للركض بالاتّجاه الدائري الموجب (شكل 44).
ركض اللاعب على المسار حتى نقطة النهاية التي تقع شمال الحكم على المحور الرأسي.
(أ) احسب المسافة التي قطعها اللاعب.
(ب) كم تكون مسافة السباق لو كان على اللاعب إكمال دورة كاملة؟

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.
المعلوم: $r = (200)\text{m}$
$\theta = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad
غير المعلوم:
(أ) طول القوس الذي يمثّل المسافة التي قطعها اللاعب على المسار:
$s = ?$
(ب) طول المسار لدورة كاملة

2. احسب غير المعلوم
(أ) باستخدام العلاقة الرياضية بين زاوية التحرّك وطول القوس:
$s = r\,\theta$
وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:
$$s = 200 \times \frac{3.14}{2} = (314)\text{m}$$



(شكل 44)
لاعب يركض على مسار دائري

مثال (1) (تابع)

(ب) عندما يدور اللاعب دورة كاملة، يكون قد تحرّك بالنسبة إلى المحور المرجعي بزاوية $\theta = 2\pi$

وعليه فإنّ مسافة السباق لدورة كاملة تساوي:

$$L = r\,(2\pi)$$

$$L = 200 \times 2 \times 3.14 = (1256)\text{m}$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

مسار السباق أثناء دورة كاملة يمثّل محيط الدائرة، ونحن نعلم أنّ محيط الدائرة يُحسب بالعلاقة التالية:

المحيط $= 2\pi r$، والذي يساوي طول المسار المحسوب. وهذا يؤكّد صحّة الإجابات.

3. السرعة في الحركة الدائرية

Speed in Rotational Motion

أيّهما يتحرّك أسرع في لعبة دوّارة الخيل الخشبية، الحصان القريب من الحاجز الخارجي أم القريب من الحاجز الداخلي؟ وأيّ جزء من المنضدة الدوّارة يتحرّك أسرع؟ وفي أسطوانة التسجيل، أيّ جزء من أجزائها يتحرّك أسرع تحت إبرة التسجيل، الفتحة الموجودة في الجزء الخارجي من الأسطوانة أم الفتحة التي تقع بالقرب من المركز؟ إذا طرحت مثل هذه الأسئلة على مجموعة من الأشخاص، قد تحصل على أكثر من إجابة. ذلك لأنّ بعض الناس سيفكّر في السرعة الخطّية في حين يفكّر آخرون في السرعة الدائرية.

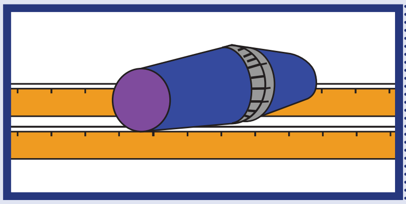
1.3 السرعة الخطّية (v) Linear Speed

تُسمّى أيضًا السرعة العددية ويُرمز إليها بالحرف v، وهي طول القوس المقطوع في وحدة الزمن. تتحرّك النقطة الموجودة على الحافّة الخارجية في لعبة دوارة الخيل الخشبية أو المنضدة الدوارة في دورة كاملة مسافة أكبر من النقطة القريبة من المركز. السرعة الخطّية Linear Speed لجسم يدور عند الحافّة الخارجية أكبر من السرعة الخطّية لجسم يدور بالقرب من المركز. ويمكن أن تُسمّى سرعة الجسم الذي يتحرّك على طول مسار دائري بالسرعة المماسية Tangential Speed، ذلك لأنّ اتّجاه الحركة يكون دائمًا مماسًّا للدائرة. ويمكن أن يُستخدم مصطلح السرعة الخطّية أو السرعة المماسية بالتبادل لوصف الحركة الدائرية.

فقرة إثرائية

الفيزياء في المختبر

تدحرج العجلات المدرجة



ألصق كوبين من الورق أو الفوم مع بعضهما كما هو موضّح في الشكل. دحرج الكوبين مرّة على المنضدة ومرّة أخرى على قضيبين. ستجد أنّ الكوبين لن يتدحرجا بطريقة جيّدة على المنضدة، ولكنهما سيتحرّكان بطريقة جيّدة جدًّا على القضيبين.

ضع مترين مدرّجين بحيث يكونان على شكل قضيبي سكّة الحديد، وضعهما متوازيين وعلى بعد مسافة طول كوب واحد بعضهما من بعض. دحرج الكوبين على القضيبين عندما يكون الكوبان متمركزين بحيث تلامس الفوّهتان المتماثلتان القضيبين. تنتج عن ذلك الحركة في خطّ مستقيم، ويكون جانبي الكوبين لهما السرعة الخطّية نفسها. دحرج الكوبين أبعد قليلًا عن المركز، ولاحظ كيفية التصحيح الذاتي لحركتهما. هل يمكنك أن ترى الجزء ذا الفوهة الواسعة من الكوب الواحد يتحرّك أسرع على القضيب من الجزء الضيّق الذي يتحرّك على القضيب المقابل؟ توجّه هذه الحركة الكوبين باتّجاه وسط القضيبين. إذا تجاوز الكوبان المتدحرجان الجزء الأوسط، هل يحدث الشيء نفسه على الجانب الآخر إذا قمت بتوجيه الكوبين للخلف باتّجاه الوسط؟ باعتقادك، هل عجلات عربات السكّك الحديدية التي تسير على القضبان أسطوانية أم مغزلية؟

2.3 السرعة الدائرية (الزاوية) (ω)

Rotational Angular Speed

تُسمّى **السرعة الدائرية Rotational Speed** أحيانًا السرعة الزاوية ويُرمز إليها بـ ω. وحدتها هي $\frac{rad}{s}$، وهي **عدد الدورات في وحدة الزمن**. كما نعرّف **السرعة الزاوية** بأنها **مقدار الزاوية بالراديان التي يمسحها نصف القطر في وحدة الزمن**. تدور كلّ الأجزاء الصلبة للعبة دوّارة الخيل الخشبية والمنضدة الدوّارة حول محورها في الفترة الزمنية نفسها. وعلى ذلك، فإن لكل الأجزاء معدّل الدوران نفسه، أو عدد الدورات نفسه في وحدة الزمن. ومن الشائع التعبير عن السرعة الدائرية بالدورة المدارية في الدقيقة Revolution Per Minute.

فعلى سبيل المثال، أسطوانة التسجيل الفونوغرافي التي كانت شائعة في الماضي، كانت تدور 33.33 دورة في الدقيقة. لذلك، تدور النقطة الحمراء، الموجودة في أيّ مكان على سطح أسطوانة التسجيل، حول المحور 33.33 دورة في الدقيقة (شكل 45).

ويمكن حساب السرعة الدائرية ω باستخدام المعادلة الرياضية:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta}{t}}$$

باعتبار أنّ $\theta_0 = 0\ rad$ و $t_0 = 0\ s$

وهي تشبه معدّل السرعة $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ في الحركة المستقيمة المنتظمة.

4. العلاقة بين السرعة المماسية والسرعة الدائرية

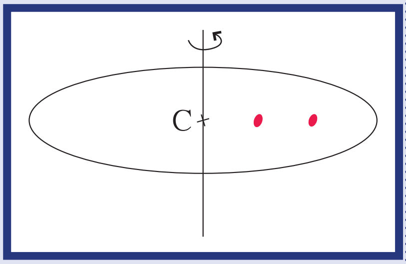
Relation Between Rotational and Tangential Speed

تتعلّق السرعة المماسية والسرعة الدائرية الواحدة بالأخرى. هل سبق أن ركبت المسطّح الدائري العملاق في لعبة الساقية الدوّارة في المدينة الترفيهية؟ كلّما زادت سرعة دورانها زادت سرعتك المماسية، فالسرعة المماسية تتناسب طرديًّا مع السرعة الدائرية والمسافة نصف القطرية من محور الدوران. وعلى ذلك فإنّ:

السرعة المماسية = المسافة نصف القطرية × السرعة الدائرية (الزاوية)

باستخدام الوحدات المناسبة لكلّ من السرعة المماسية v، السرعة الدائرية (الزاوية) ω والمسافة نصف القطرية r، فإنّ التناسب الطردي بين v وكلّ من r و ω يصبح تمامًا كالمعادلة: $v = r\omega$.

تطبّق هذه العلاقة على النظام الدوّار فحسب، حيث إنّ أجزاء هذا النظام كلّها لها السرعة الدائرية (الزاوية) ω نفسها في الوقت نفسه وتُطبق على نظام الكواكب، فكلّ كوكب مثلًا له سرعة دائرية (الزاوية) ω مختلفة عن الكواكب الأخرى.

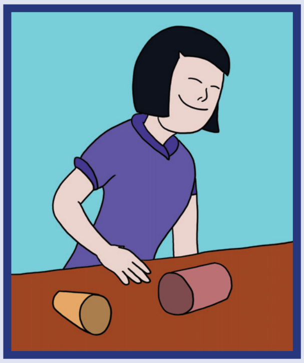


(شكل 45)
النقطة الحمراء الموجودة في أيّ مكان لها السرعة الدائرية نفسها.

فقرة إثرائية

الفيزياء في المختبر

مقارنة بين المتدحرجات



دحرج علبة أسطوانية على المنضدة (كما في الشكل أعلاه) ثمّ لاحظ أنّ مسافة التدحرج في كلّ دورة كاملة تساوي محيط العلبة. ولاحظ أيضًا أنّ التدحرج يتمّ في مسار مستقيم. بعدها، دحرج كوب شراب عاديًّا على المنضدة (كوب من الورق أو كوب من الفوم).

لاحظ أنّ الفتحة الواسعة للكوب لها نصف قطر أكبر من القاعدة الضيّقة. هل يتدحرج الكوب في مسار مستقيم أم في مسار منحنٍ؟ هل تقطع فوّهة الكوب الواسعة مسافة أكبر أثناء دورانها؟ هل السرعة الخطّية للفوّهة الواسعة أكبر؟ هل لاحظت أنّ السرعة الخطّية تعتمد على نصف القطر؟

لا توجد سرعة مماسية على الإطلاق عند مركز المسطّح الدائري والعمودي مع محوره، لكن توجد سرعة دورانية (زاوية). وكلمّا ابتعدت عن المركز، ازدادت سرعتك المماسية، في حين بقيت السرعة الدائرية (زاوية) كما هي. وإذا تحرّكت ضعف المسافة بعيدًا عن المركز، ستتضاعف السرعة المماسية (شكل 46). وإذا تحرّكت مسافة ثلاثة أضعاف، ستتضاعف السرعة المماسية ثلاث مرّات أيضًا. إذا رأيت يومًا صفًّا من المتزلجين متشابكين بأذرعهم ليعملوا دورة في حلبة التزلّج، فإنّ حركة الشخص عند طرف الصفّ هي دليل على ازدياد السرعة.

نلخص مما سبق بالتالي: في أيّ نظام جاسيء (صلب)، **تكون لجميع الأجزاء السرعة الدائرية نفسها على الرغم من أنّ السرعة الخطّية أو المماسية تتغيّر. السبب هو أنّ السرعة المماسية تعتمد على السرعة الدائرية (الزاوية) والمسافة من محور الدوران (نصف القطر).**

مثال (2)

في لعبة دوّارة الخيل التي تدور بسرعة دائرية منتظمة تساوي دورة واحدة كاملة كلّ 45 ثانية، يجلس ولدان على حصانين، الأوّل يبعد $(2)\text{m}$ عن محور الدوران والثاني يبعد $(4)\text{m}$ عن محور الدوران.

(أ) احسب السرعة الدائرية لكلّ ولد.

(ب) احسب السرعة الخطّية لكلّ ولد.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $\theta = 2\pi$ $\quad t = (45)\text{s}$

$r_2 = (4)\text{m}$ $\quad r_1 = (2)\text{m}$

غير المعلوم:

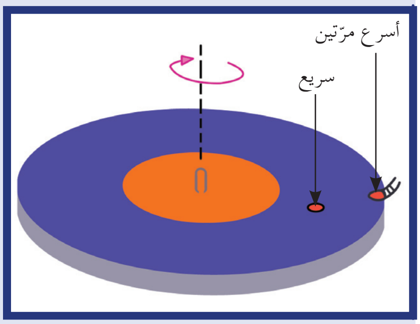
(أ) السرعة الدائرية (السرعة الزاوية) لكلّ ولد: $\omega_1 = ?$ و $\omega_2 = ?$

(ب) السرعة الخطّية لكلّ ولد: $v_1 = ?$ و $v_2 = ?$

2. احسب غير المعلوم

(أ) باستخدام العلاقة الرياضية $\omega = \frac{\theta}{t}$

$$\omega = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{45} = (0.14)\text{rad/s}$$

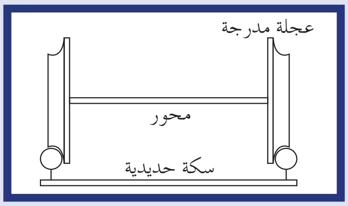


(شكل 46)
تدور أجزاء المنضدة الدوّارة كلّها بالسرعة الدائرية نفسها، لكنّ الحشرات الصغيرة الصغيرة الموجودة عند مسافات مختلفة من المركز لها سرعات خطّية مختلفة. فالحشرة التي تبعد مسافة الضعف عن المركز تتحرّك بضعف السرعة.

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالتكنولوجيا

عجلات السكك الحديدية



لكي يتمكّن القطار من الالتفاف على مسار منحنٍ، يجب أن تسير عجلاته الخارجية الأبعد عن مركز المنحنى بسرعة أكبر من تلك الداخلية الأقرب إلى مركز المنحنى. إنّ عجلات القطار مدرّجة الشكل والشكل الدائري الخفيف لسكّة الحديد الذي يحملها يجعل جزءًا صغيرًا من العجلة يركب على المسار في أيّ وقت أثناء حركة القطار.

وعندما يلتفّ القطار إلى اليسار مثلًا، فإنّ قصوره الذاتي، وليبقيه على مساره المستقيم الذي كان عليه قبل الالتفاف، يجعل الجزء ذات القطر الأكبر من عجلة اليمين المدرّجة على قضيب اليمين للمسار، والجزء ذات القطر الأصغر من عجلة اليسار المدرّجة على قضيب اليسار للمسار. وبما أنّ العجلتين متّصلتين بالمحور نفسه ولهما السرعة نفسها، تكون لسرعة اليمين سرعة خطّية أكبر من عجلة اليسار والتي تمكّن القطار من الالتفاف نحو اليسار.

مثال (2) (تابع)

وبما أنّ الولدين يدوران حول محور الدوران نفسه ، فإنّ السرعة الزاوية تساوي:

$$\omega_1 = \omega_2 = (0.14)\text{rad/s}$$

(ب) لإيجاد السرعة الخطّية لكلّ ولد ، يمكننا استخدام المعادلة الرياضية التالية:

$$v = r\,\omega$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

السرعة الخطّية للولد الأوّل:

$$v_1 = r_1\omega_1 = 2 \times 0.14 = (0.28)\text{m/s}$$

والسرعة الخطّية للولد الثاني:

$$v_2 = r_2\omega_2 = 4 \times 0.14 = (0.56)\text{m/s}$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّ الولد الجالس على الحصان الأبعد عن محور الدوران حيث $r_2 = 2r_1$ لديه سرعة خطّية تساوي ضعف سرعة الولد الجالس على الحصان الأقرب ، والذي يبعد r_1 عن محور الدوران . وهذا يؤكّد التناسب الطردي بين المسافة والسرعة الخطّية عندما تكون السرعة الزاوية ثابتة المقدار . فكلّما كان الجسم أبعد عن محور الدوران ، كانت سرعته الخطّية أكبر .

5. العجلة الخطّية والعجلة الزاوية

Linear and Rotational Acceleration

نحن نعلم أنّ العجلة هي تغيّر السرعة خلال الزمن . وبما أنّ السرعة هي كمّية متّجهة ، فإنّ العجلة هي أيضًا كمّية متّجهة . ونعلم أيضًا أنّه للتعبير عن سرعة الجسم على المسار الدائري يمكننا أن نستخدم السرعة الخطّية أو السرعة الزاوية . ويمكننا التعبير عن العجلة لجسم على المسار الدائري باستخدام العجلة الخطّية أو العجلة الزاوية .

1.5 العجلة الخطّية Linear Acceleration

سبق أن ذكرنا أنّ العجلة الخطّية هي كمّية متّجهة ، وتساوي تغيّر السرعة المتّجهة بالنسبة إلى الزمن $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

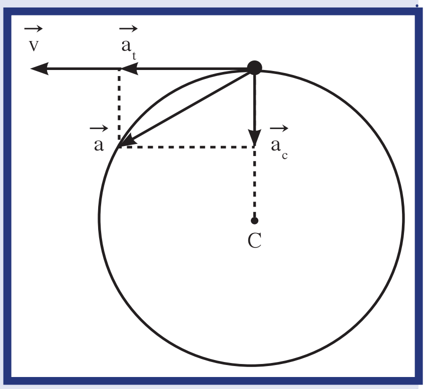
يمكن تحليل العجلة الخطّية كأيّ متّجه إلى مركبتين متعامدتين (شكل 47):

1. مركبة مماسية تُسمّى العجلة المماسية $\vec{a}_t$ لها اتّجاه السرعة نفسها والتي تكون دائمًا مماسّة للمسار وتتغيّر قيمتها بتغيّر السرعة المماسية .
2. مركبة عمودية على المركبة المماسية تُسمّى العجلة المركزية $\vec{a}_c$.

مسألتان مع إجابات

1. يدور قرص مدمج في جهاز الأستريو بسرعة دورانية ثابتة تساوي 200 دورة في الدقيقة .
(أ) احسب الزمن الذي يحتاجه ليقوم بدورة واحدة .
(ب) احسب السرعة الخطّية لنقطة موجودة على القرص تبعد (5)cm عن مركز الدوران .
الإجابات: **(أ)** $T = (0.3)\text{s}$
(ب) $v = (1.047)\text{m/s}$

2. إطار درّاجة نصف قطره (50)cm يدور بسرعة 300 دورة في الدقيقة .
(أ) احسب مقدار السرعة الزاوية لأيّ نقطة موجودة على حافّة الإطار .
(ب) احسب السرعة الزاوية لنقطة M موجودة على بعد (10)cm من محور الدوران .
(ج) احسب السرعة الخطّية للنقطة M .
الإجابات: **(أ)** $(10\pi)\text{rad/s}$
(ب) $(10\pi)\text{rad/s}$
(ج) $(3.14)\text{m/s}$



(شكل 47)
للعجلة مركبتين خطّية مماسية باتّجاه السرعة وعمودية على المركبة المماسية باتّجاه مركز الدائرة .

2.5 العجلة الزاوية Rotational Acceleration

أمّا العجلة الزاوية فهي تغيّر السرعة الزاوية ω خلال الزمن وتُمثّل بالعلاقة:

$$\boxed{\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

وتُقاس بحسب النظام الدولي للوحدات بوحدة rad/s^2 .

6. العجلة والحركة الدائرية المنتظمة

Acceleration and Uniform Circular Motion

عندما يتحرّك جسم على مسار دائري بسرعة ثابتة المقدار ، نَصف حركته بالحركة الدائرية المنتظمة .

عندما نصف حركة جسم ما بالحركة الدائرية المنتظمة هذا لا يعني إطلاقًا أنّ عجلته تساوي صفرًا . ففي الحركة الدائرية المنتظمة تكون السرعة الخطّية ثابتة المقدار ، أمّا اتّجاهها فيتغيّر . وهذا يعني أنّ العجلة المماسية هي التي تساوي صفرًا، بينما العجلة المركزية التي تكون دائمًا باتّجاه مركز المسار الدائري يكون لها مقدار ثابت يُحسب من العلاقة $a_c = \frac{v^2}{r}$.

v يساوي مقدار السرعة الخطّية وr هي نصف قطر المسار .

أمّا بالنسبة إلى العجلة الزاوية فتساوي صفرًا لأنّ السرعة الزاوية ω في الحركة الدائرية المنتظمة ثابتة المقدار ، لا تتغيّر بالنسبة إلى الزمن .

7. التردّد والزمن الدوري في الحركة الدائرية المنتظمة

Frequency and Period in Uniform Circular Motion

إنّ تردّد الجسم الذي يدور بحركة دائرية منتظمة يساوي عدد الدورات الكاملة التي يدورها في الثانية الواحدة ويُرمز إليه بالحرف f. أمّا الزمن الدوري فهو الزمن الذي يستغرقه الجسم ليدور دورة كاملة على محيط دائرة الحركة . والعلاقة بين الزمن الدوري والتردّد هي: $f = \frac{1}{T}$.

يمكننا كتابة الزمن الدوري بالنسبة إلى السرعة الخطّية كما يلي:

في الحركة الدائرية المنتظمة $v = \frac{\widehat{s}}{t}$ ، وبما أنّه خلال زمن يساوي الزمن الدوري T ، فإنّ المسافة $s = 2\pi r$ ، وبهذا تكون $T = \frac{2\pi r}{v}$.

كذلك يمكننا أن نكتب T بالنسبة إلى السرعة الزاوية ω كما يلي:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

مثال (3)

كرة كتلتها $(150)g$ مربوطة بطرف خيط تدور بحركة دائرية منتظمة على مسار دائري نصف قطره يساوي $(60)cm$. تصنع الكرة دورتين كاملتين في الثانية الواحدة .

(أ) احسب مقدار السرعة الخطّية للكرة .

(ب) احسب العجلة المركزية .

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: $m = (150)g$

$r = (0.6)m$

غير المعلوم:

(أ) السرعة الخطّية: $v = ؟$

(ب) العجلة المركزية: $a_c = ؟$

2. احسب غير المعلوم

(أ) باستخدام العلاقة الرياضية $\omega = \frac{\theta}{t}$:

$$\omega = \frac{2 \times 2\pi}{t} = \frac{2 \times 2\pi}{1} = (12.56)rad/s$$

لإيجاد السرعة الخطّية يمكننا استخدام المعادلة الرياضية التالية:

$$v = r\,\omega$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$v_1 = r\,\omega = 0.6 \times 12.56 = (7.54)m/s$$

(ب) لإيجاد العجلة المركزية ، نعوّض المقادير المعلومة في العلاقة:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{7.54^2}{0.6} = (94.7)m/s^2$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّ مقدار العجلة المركزية كبير بالمقارنة مع مقدار العجلة الخطّية في الحركة الخطّية .

8. الحركة الدائرية منتظمة العجلة

Uniformly Accelerated Circular Motion

عندما يدور جسم بسرعة زاوية تتغيّر بانتظام تكون العجلة الزاوية "θ ، والتي تساوي معدل تغيّر السرعة الزاوية ، ثابتة القيمة . هذا يعني أنّ الحركة هي حركة دائرية منتظمة العجلة . هناك تشابه كبير بين الحركة الخطّية منتظمة العجلة التي درسناها في السنوات السابقة والحركة الدائرية منتظمة العجلة . ويسمح لنا هذا التشابه بوضع معادلات الحركة الدائرية منتظمة العجلة على شكل معادلات الحركة الخطّية منتظمة العجلة ، وذلك باستبدال السرعة الخطّية v بالسرعة الزاوية ω ، والعجلة الخطّية a بالعجلة الزاوية "θ .

والإزاحة الخطّية x ، بالإزاحة الزاوية θ لنحصل على المعادلات على الشكل التالي:

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta\theta = \frac{1}{2}\,\theta''t^2 + \omega_0 t \\ \omega = \theta''t + \omega_0\end{gathered}}$$

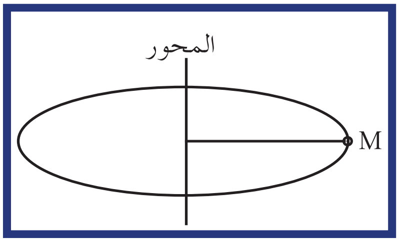
أمّا إذا انطلق الجسم من نقطة المرجع فتكون $\theta_0 = 0$ rad ، وإذا انطلق من السكون تكون $\omega_0 = 0$ rad/s .

مثال (4)

تدور النقطة M حول محور عجلة نصف قطرها (50)cm من السكون وبعجلة زاوية منتظمة $\theta'' = (10)\text{rad/s}^2$ (شكل 48) .

(أ) احسب سرعتها الزاوية بعد 10 ثوانٍ.

(ب) احسب عدد الدورات التي تدورها النقطة M خلال (10) ثوان .



(شكل 48)

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: العجلة: $\theta'' = 10\ \text{rad/s}^2$

انطلاق من السكون: $\omega_0 = (0)\text{rad/s}$

الزمن: $\Delta t = (10)\text{s}$

غير المعلوم:

(أ) السرعة الزاوية: $\omega = ?$

(ب) عدد الدورات التي تدورها النقطة M خلال 10 ثوانٍ: $N = ?$

2. احسب غير المعلوم

(أ) باستخدام العلاقة الرياضية $\omega = \theta''t$ ، حيث الحركة هي حركة دائرية منتظمة العجلة ، وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$\omega = 10\ (10) = (100)\text{rad/s}$$

(ب) باستخدام العلاقة الرياضية $\Delta\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2$ ، وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$\theta = \frac{1}{2}\ (10)\ (100) = (500)\text{rad}$$

ولحساب عدد الدورات:

$$\theta = 2\pi N \Rightarrow N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{500}{2 \times 3.14} = (79.61)\text{rev}$$ دورة

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّ عدد الدورات لعجلة تدور بسرعة زاوية (100)rad/s ولفترة زمنية مقدارها 10 ثوانٍ يُعتبر منطقيًّا .

مراجعة الدرس 2–1

أوّلًا — عرّف الإزاحة الزاوية.

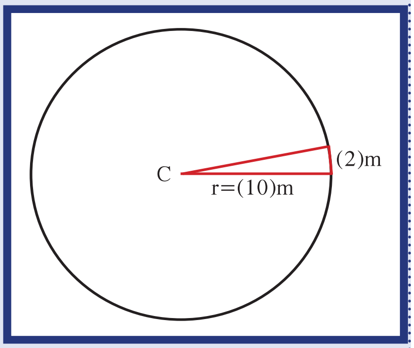
ثانيًا — ما الفرق بين السرعة الخطّية والسرعة الزاوية؟

ثالثًا — عند مسافة معيّنة من محور الدوران، كيف تتغيّر السرعة الخطّية (أو المماسية) بتغيّر السرعة الزاوية؟

رابعًا — جسم يتحرّك بسرعة منتظمة على مسار دائري نصف قطره (10)m. إذا رَسم قوسًا كما في الشكل (49)، أُحسب:

(أ) الإزاحة الزاوية للجسم.

(ب) السرعة الزاوية لحركة الجسم إذا استغرقت الإزاحة ثانيتين.



(شكل 49)

خامسًا — قرص يدور حول مركزه بسرعة(600) دورة في الدقيقة.

(أ) أُحسب السرعة الزاوية لأيّ نقطة على حافّة القرص.

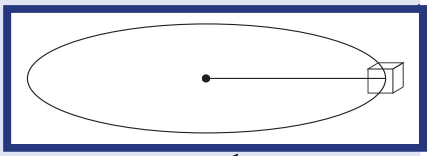
(ب) أُحسب السرعة الخطّية v لهذه النقطة إذا كان نصف قطر القرص (40)cm.

سادسًا — كتلة مقدارها (2)kg تدور بسرعة دائرية (زاوية) قدرها (5)rad/s على مسار دائري نصف قطره (1)m.

(أ) أُحسب سرعتها الخطّية.

(ب) أُحسب العجلة المركزية.

سابعًا — يدور جسم مربوط بخيط في دائرة قطرها (240)cm بسرعة زاوية بحيث تعمل 30 دورة في الدقيقة (شكل 50).



(شكل 50)

(أ) أُحسب سرعته الخطّية.

(ب) أُحسب عدد الدورات التي يصنعها الجسم خلال دقيقتين.

(جـ) احسب مقدار العجلة المماسية والعجلة الزاوية والعجلة المركزية.

ثامنًا — تتحرّك كتلة نقطية على مسار دائري بعجلة زاوية منتظمة $\theta'' = (2)rad/s^2$.

(أ) أُحسب سرعتها الزاوية ω بعد 5 ثوان علمًا بأنّ النقطة انطلقت من السكون من نقطة مرجعية $\theta_0 = 0_{rad}$.

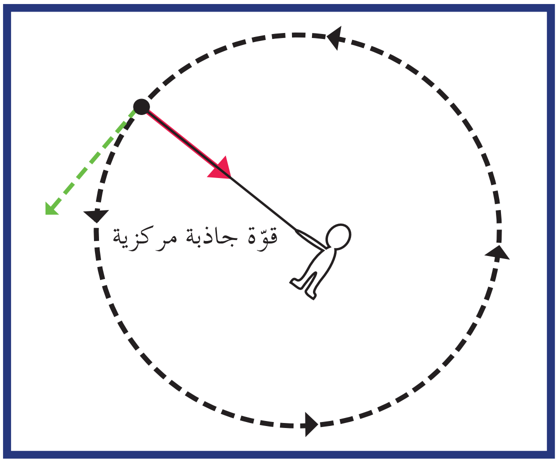
(ب) أُحسب إزاحتها الزاوية خلال المدّة نفسها.

(جـ) أُحسب عدد الدورات التي تدورها خلال المدّة نفسها.

القوّة الجاذبة المركزية
Centripetal Force

الأهداف العامة

- يعرّف القوّة الجاذبة المركزية.
- يعدّد تطبيقات القوّة الجاذبة المركزية في الحياة العملية.



(شكل 51)
إذا أفلتّ الخيط، ستخرج الكتلة عن المسار الدائري.

تعلّمنا في الدرس السابق عن الحركة الدائرية المنتظمة واستنتجنا أنّها لا تعني إطلاقًا أنّ العجلة تساوي صفرًا، لأنّ مقدار السرعة الخطّية للجسم يكون ثابتًا، أمّا اتّجاه السرعة فيتغيّر على المسار الدائري، ما يكسب الجسم عجلة مركزية لها اتّجاه نحو مركز الدائرة.
لكن وفقًا القانون الثاني لنيوتن، يجب أن يكون هناك قوّة تؤثّر على الجسم لكي يتحرّك بعجلة. فما هي القوّة المسبّبة للعجلة المركزية؟ وما أنواعها؟ هذا ما سنستقصي عنه في سياق الدرس.

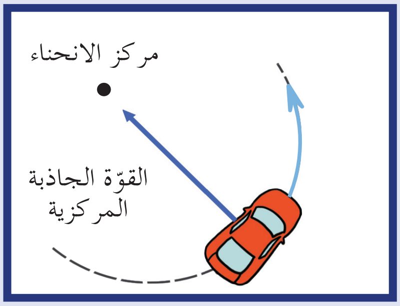
1. القوّة الجاذبة المركزية
Definition of the Centripetal Force

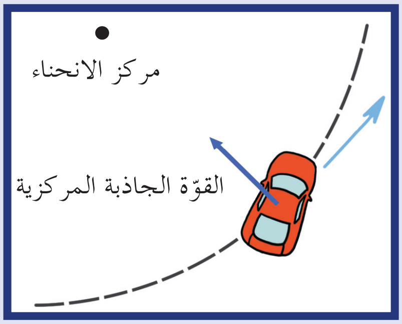
عندما تجعل كتلة مثبّتة في نهاية خيط تدور فوق رأسك (شكل 51)، تلاحظ أنّك يجب أن تسحب الخيط باستمرار إلى الداخل لتحافظ على دوران الكتلة فوق رأسك في مسار دائري، لأنّك إذا أفلتّ الخيط ستلاحظ خروجه عن المسار الدائري.
فالقوّة التي تسبّب الحركة الدائرية للكتلة ويكون اتّجاهها دائمًا نحو مركز الدائرة تُسمّى القوّة الجاذبة المركزية.

2. أنواع القوّة الجاذبة المركزية

Types of Centripetal Force

القوّة الجاذبة المركزية ليست نوعًا جديدًا من القوى، وهي الاسم المُعطى لأيّ قوّة عمودية على المسار الدائري للجسم المتحرّك. فقوّة الجاذبية الأرضية التي تعمل على جذب القمر وتجعله يدور حولها بحركة شبه دائرية هي قوّة جاذبة مركزية. وقوّة الجذب الكهربائية بين النواة والإلكترونات التي تسبّب دوران الإلكترونات حول نواة الذرّة هي قوّة جاذبة مركزية. وقوّة الاحتكاك بين إطارات السيّارة والمسار الدائري هي أيضًا قوّة جاذبة مركزية تمنع السيّارة من الانزلاق على المسار الدائري (شكل 52).





(شكل 52)

(الصورة إلى أعلى) من أجل أن تدور السيّارة في منحنًى، يجب أن يكون هناك احتكاك كافٍ لكي تنشأ القوّة الجاذبة المركزية المطلوبة.
(الصورة إلى أسفل) إذا كانت قوّة الاحتكاك غير كافية، سوف يحدث انزلاق جانبي بعيدًا جدًّا عن مركز الانحناء.

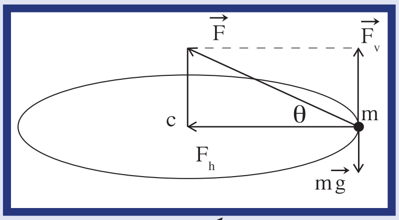
3. مقدار القوّة الجاذبة المركزية

Magnitude of the Centripetal Force

تعلّمنا في الصف العاشر، ووفقًا للقانون الأوّل لنيوتن، أنّ الجسم الذي يسير بسرعة منتظمة في خطّ مستقيم لا يحتاج إلى أيّ قوى ليحافظ على حركته الخطّية المنتظمة. أمّا لتغيير اتّجاه الحركة، فلا بدّ من وجود قوّة خارجية تعمل على ذلك. وهذا ما يحدث خلال الحركة الدائرية المنتظمة.
القوّة الجاذبة المركزية تؤثّر على حركة الجسم في كلّ نقطة على مساره الدائري، وتجعله يغيّر مساره باستمرار ويكتسب عجلة مركزية.
لنأخذ الكتلة المثبّتة بطرف الخيط والتي تتحرك حركة دائرية منتظمة.
القوى المؤثّرة على الكتلة هي ثقل الكتلة والقوّة $\vec{F}$ المبذولة على الخيط (شكل 53)، لكن للقوّة $\vec{F}$ مركبتان أفقية ورأسية.

$$\vec{F} = \vec{F}_v + \vec{F}_h$$

تتساوى المركبة الرأسية $\vec{F}_v$ في المقدار وتتعاكس في الاتّجاه مع ثقل الجسم. هذا يعني أنّ محصّلة القوى التي تؤثّر على الكتلة هي المركبة الأفقية $\vec{F}_h$ واتّجاهها نحو مركز الدائرة، أي أنّها القوّة الجاذبة المركزية $\vec{F}_c$.



(شكل 53)

محصّلة القوى على الخيط هي القوّة الجاذبة المركزية نحو مركز الدائرة.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_c = ma_c$$

وبما أنّ العجلة a هي عجلة مركزية مقدارها $a_c = \frac{v^2}{r}$

فإنّ مقدار القوّة الجاذبة المركزية هو:

$F_c = \frac{mv^2}{r}$، واتّجاهها نحو مركز الدائرة.

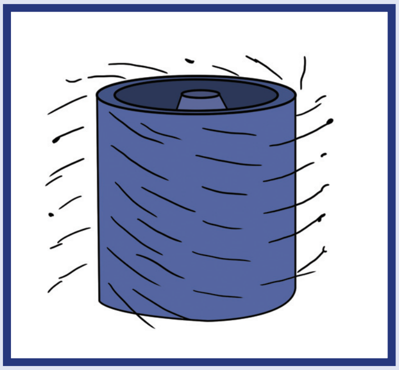
ولتلخيص ما سبق نقول:

إنّ القوّة الجاذبة المركزية هي ببساطة تسمية تُطلق على قوّة أو محصّلة لعدّة قوى مؤثّرة على جسم يتحرّك حركة دائرية منتظمة تكسبه تسارعًا مركزيًّا يتناسب مقداره طرديًّا مع مربّع السرعة الخطّية، ويتناسب عكسيًّا مع نصف قطر المسار.

وتؤدّي القوّة الجاذبة المركزية الدور الأساسي في عمليات الطرد المركزي. وهناك مثال مألوف لنا وهو الحوض المغزلي في الغسّالة الأوتوماتيكية (شكل 54)، حيث نجد أنّ الحوض يدور بسرعة كبيرة أثناء دورته المغزلية، ويبذل الجدار الداخلي للحوض قوّة جاذبة مركزية على الملابس المبلّلة التي تُجبر على التحرّك في مسار دائري.

يبذل الحوض قوّة كبيرة على الملابس، لكنّ الفتحات الموجودة في الحوض تمنعه من بذل القوّة نفسها على الماء الموجود في الملابس، فيخرج الماء من خلال فتحات الحوض.

ومن المهمّ ملاحظة أنّ القوّة تؤثّر على الملابس لا على الماء. وليست القوّة هي التي تجعل الماء يخرج، بل إنّه يخرج لأنّه يميل إلى التحرّك بالقصور الذاتي في مسار خطّ مستقيم (القانون الأوّل لنيوتن) ما لم تؤثّر عليه قوّة جذب مركزية أو أيّ قوّة أخرى.



(شكل 54)

تتحرّك الملابس في مسار دائري ولا يحدث ذلك للماء.

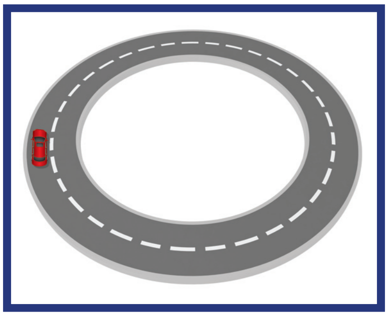
مثال (1)

سيّارة كتلتها (1.5)tons تتحرّك بسرعة منتظمة على طريق دائرية نصف قطرها (50)m.

أُحسب القوّة المركزية المؤثّرة على السيّارة إذا أكملت خمس دورات في (314)s.

علمًا بأنّ $(1)\text{ton} = (1000)\text{kg}$

طريقة التفكير في الحلّ



1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة السيّارة: $m = (1.5)\text{tons} = (1500)\text{kg}$

نصف قطر المسار: $r = (50)\text{m}$

عدد الدورات $N = 5$

المدّة الزمنية لإتمام الدورات الخمس: $\Delta t = t = (314)\text{s}$

غير المعلوم:

القوّة المركزية: $F_c = ؟$

2. احسب غير المعلوم

بما أنّ الحركة الدائرية هي حركة منتظمة، فيمكن حساب السرعة الزاوية ω باستخدام العلاقة الرياضية التالية:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi N}{t}$$

$$\omega = \frac{2 \times 3.14 \times 5}{314} = (0.1)\text{rad/s}$$

وباستخدام العلاقة الرياضية بين السرعة الخطّية والسرعة الزاوية: $v = r\,\omega$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على: $v = 50 \times 0.1 = (5)\text{m/s}$

بالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة $F_c = \frac{mv^2}{r}$

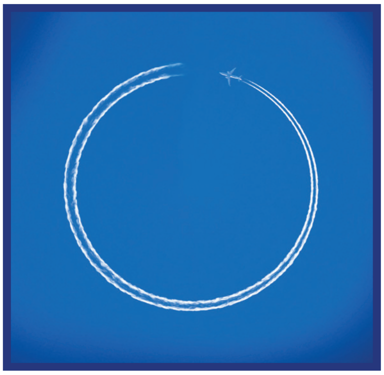
نحصل على: $F_c = \frac{1500 \times 25}{50} = (750)\text{N}$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

يُعتبر مقدار القوّة المركزية مقبولًا لتحفظ سيّارة كتلتها (1500)kg على مسارها الدائري.

مثال (2)

يطير الطيّار بطائرته الصغيرة بسرعة $(56.6)\text{m/s}$ في مسار دائري نصف قطره يساوي $(188.5)\text{m}$.
احسب كتلة الطائرة إذا علمت أنّ القوّة الجاذبة المركزية اللازمة لإبقائها على مسارها الدائري تساوي $(1.89 \times 10^4)\text{N}$.



طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: نصف قطر المسار: $r = (188.5)\text{m}$

السرعة المماسية: $v = (56.6)\text{m/s}$

القوّة المركزية: $F_c = (1.89 \times 10^4)\text{N}$

غير المعلوم:

كتلة الطائرة: $m = ?$

2. احسب غير المعلوم

بالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة: $F_c = \frac{mv^2}{r}$

نحصل على: $m = \frac{F_c r}{v^2} = \frac{1.89 \times 10^4 \times 188.5}{(56.6)^2} = (1112.09)\text{kg}$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

يُعتبر مقدار الكتلة منطقيًّا لطائرة صغيرة وهذا يشير إلى صحّة النتيجة.

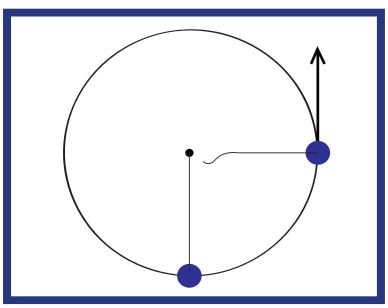
4. زوال القوّة الجاذبة المركزية

Omission of the Centripetal Force

خذ جسمًا واربطه بخيط واجعله يدور فوق رأسك بسرعة ثابتة. في لحظة معيّنة، اِقطع الخيط أو افلته. ماذا تلاحظ؟

لا شكّ أنّك لاحظت، لحظة أفلتّ الخيط، أنّ الجسم انطلق بخطّ مستقيم وباتّجاه المماسّ عند موقعه لحظة افلات الخيط.

لتفسير ذلك، نعتمد على القانون الأوّل لنيوتن. فعند إزالة القوّة الجاذبة المركزية، يصبح مقدار محصّلة القوى المؤثّرة على الجسم صفرًا في غياب الاحتكاك، أي أنّه لا توجد أيّ قوّة تغيّر اتّجاه سرعته وتبقيه على المسار الدائري، وبالتالي يتابع الجسم حركته بحركة خطّية منتظمة (شكل 55).



(شكل 55)
عندما ينقطع الخيط تكمل الكرة بخطّ مستقيم.

مسألتان مع إجابات

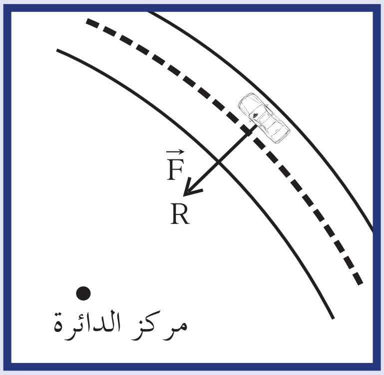
1. عندما تستدير الطائرة أثناء تحليقها بسرعة $(50)\text{m/s}$ على مسار دائري قطره $(360)\text{m}$، تحتاج لكي تحافظ على حركتها الدائرية، إلى قوّة جاذبة مركزية مقدارها $(20000)\text{N}$.
احسب مقدار كتلة الطائرة.
الإجابة: $(1440)\text{kg}$

2. يتحرّك ولد على درّاجته بسرعة خطّية $v = (10)\text{m/s}$ على مسار دائري. علمًا أنّ كتلة الدرّاجة والولد تساوي $(80)\text{kg}$ والقوّة الجاذبة المركزية المسبّبة للدوران تساوي $(350)\text{N}$، أُحسب نصف قطر المسار.
الإجابة: $r = (22.85)\text{m}$

5. تطبيقات حول القوّة الجاذبة المركزية في الحياة العملية
Applications of Centripetal Force in Practical Life

1.5 الانزلاق على المنعطفات الأفقية

سبق أن وضّحنا أنّ انعطاف السيّارة على طريق أفقية يحتاج إلى قوّة مركزية كافية لإبقاء السيّارة على مسارها الدائري، وهذا ما يجب أن توفره قوّة الاحتكاك بين عجلات السيّارة والطريق. فعندما لا تكون هذه القوّة كافية، كما يحدث في الأيّام الممطرة أو الجليد، أو إذا كانت العجلات بحالة سيئة، ستنزلق السيّارة عن مسارها بسبب استمرارية الحركة باتّجاه المماسّ.



(شكل 56)

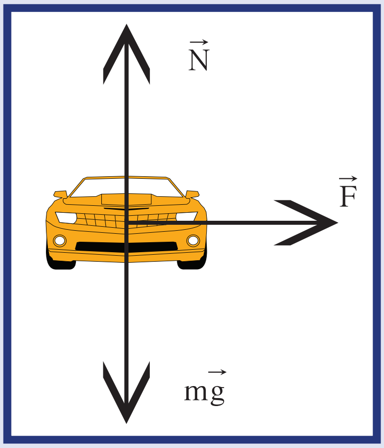
ولفهم تأثير مقدار قوّة الاحتكاك على التفاف السيّارة، سنناقش المسألة التالية:
سيّارة كتلتها $(1000)\text{kg}$ تنعطف على مسار دائري قطره $(100)\text{m}$ على طريق أفقية بسرعة $(14)\text{m/s}$. هل تستطيع السيّارة الالتفاف أم أنّها ستنزلق في الحالتين التاليتين؟

الحالة الأولى: معامل الاحتكاك بين العجلات والطريق يساوي $\mu = 0.66$ عندما تكون الطريق جافّة.

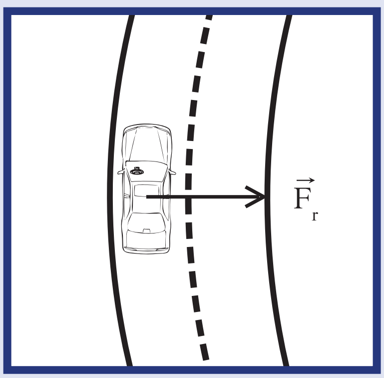
الحالة الثانية: معامل الاحتكاك بين العجلات والطريق يساوي $\mu = 0.25$ عندما تكون الطريق مبلّلة.

علمًا أنّ معامل الاحتكاك μ يساوي نسبة قوّة الاحتكاك $\vec{f}$ على قوّة ردّ الفعل $\vec{N}$، أيّ أنّ $\mu = \frac{f}{N}$.

إنّ مجموع القوى المؤثّرة على السيّارة هي وزن السيّارة إلى أسفل، ردّ الفعل من الطريق على السيارة رأسيًا لأعلى ويساوي في المقدار وزن السيّارة، وقوّة الاحتكاك بين العجلات والطريق الأفقية f (شكلا 57 و 58).



(شكل 57)
القوى المؤثّرة على سيّارة تنعطف على طريق أفقية



(شكل 58)
السيّارة تبدو من أعلى

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن لحساب مقدار القوّة الجاذبة المركزية:

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

نجد أنّ القوّة الأفقية اللازمة لإبقاء السيّارة على مسارها تساوي:

$$F = \frac{1000 \times 14^2}{50} = (3920)\text{N}$$

ولو قارنّا مقدار هذه القوّة بمقدار قوّة الاحتكاك الذي يمثّل القوّة الجاذبة المركزية لوجدنا ما يلي:

في الحالة الأولى، مقدار قوّة الاحتكاك $\vec{f}_1$ تساوي:

$$f_1 = \mu_1 \times mg = 0.6 \times 1000 \times 10 = (6000)\text{N}$$

وهي أكبر من القوّة اللازمة، وهذا يعني أنّ السيّارة لن تنزلق أثناء الالتفاف.

أمّا في الحالة الثانية عندما تكون الطريق مبلّلة، فمقدار قوّة الاحتكاك $\vec{f}_2$ يساوي:

$$f_2 = \mu_2 \times mg = 0.25 \times 1000 \times 10 = (2500)\text{N}$$

وهو أقلّ من القوّة اللازمة للالتفاف، وهذا يعني بالتأكيد انزلاق السيّارة عن مسارها.

2.5 المنعطفات المائلة

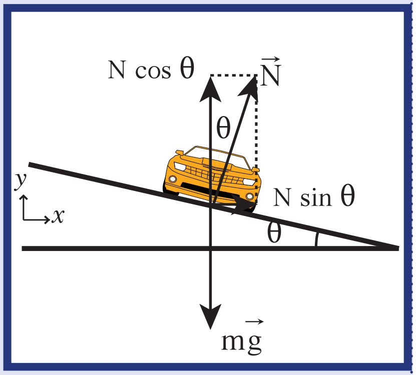
إنّ إمالة المنعطفات عن المستوى الأفقي بزاوية مناسبة، بشكل يجعل حافّة الطريق الخارجية أعلى من الحافّة الداخلية، يقلّل من احتمال الانزلاق لأنّه يساعد السيارة على الالتفاف من غير الاعتماد على قوّة الاحتكاك.

فقوّة ردّ فعل الطريق تكون عمودية على الطريق، وبهذا يكون لها مركبة أفقية باتّجاه مركز تقوّس المنعطف (شكل 59).

هذا يعني أنّ هناك سرعة محدّدة تستطيع أن تنعطف بها السيارة بدون الحاجة إلى الاحتكاك على الإطلاق بين العجلات والطريق. وهذا يتحقّق عندما تكون المركبة الأفقية لردّ الفعل مساوية للقوّة المركزية اللازمة لجعل السيارة تنعطف على المسار الدائري.

$$N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

يتمّ اختيار زاوية إمالة الطريق بحسب هذا الشرط على سرعة معينة تُسمّى سرعة التصميم Design Speed.



(شكل 59)
إمالة الطريق عند المنعطفات
وتحليل قوّة رد الفعل إلى مركبتين

مثال (3)

أُحسب الزاوية التي يجب إمالة منعطف نصف قطره (50)m ليسمح للسيارة بالانعطاف عليه بسرعة (50)km/h بدون الحاجة إلى قوّة الاحتكاك بين العجلات والطريق.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: نصف قطر المسار: $r = (50)\text{m}$

سرعة التصميم: $v = (50)\text{km/h} = (13.88)\text{m/s}$

غير المعلوم:

زاوية الإمالة: $\theta = ?$

2. احسب غير المعلوم

القوى المؤثّرة على السيّارة هي وزن السيّارة وردّ فعل الطريق $\vec{N}$.

القوّة الوحيدة التي تعمل بالاتّجاه الأفقي نحو مركز الالتفاف هي المركبة الأفقية لقوّة ردّ الفعل وبالتالي: $N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$

لكنّ المركبة العمودية لردّ الفعل تساوي وزن السيّارة أي:

$N \cos \theta = mg$ وهذا يعني أنّ $N = \frac{mg}{\cos \theta}$.

وبالتعويض عن المقادير في المعادلة $N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$ نحصل على:

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(13.88)^2}{50 \times 10} = 0.385$$

$$\theta = 21.07°$$

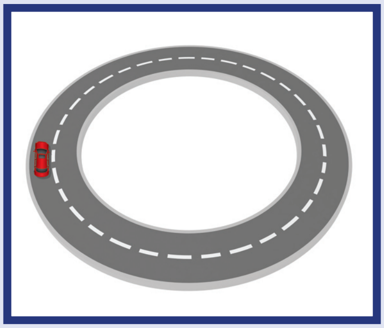
3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

يُعتبر مقدار زاوية الإمالة للمنعطف مناسبًا أو مقبولة منطقيًا للسرعة (50)km/h.

مراجعة الدرس 2-2

أوّلًا – عند جعل كتلة مثبّتة في نهاية خيط تدور في مسار دائري، ما اتّجاه القوّة المؤثّرة على الكتلة؟

ثانيًا – سيّارة كتلتها (1000)kg تتحرّك على مسار دائري نصف قطره يساوي (32.5)m (شكل 60). إذا كان مقدار القوّة الجاذبة المركزية على السيّارة (2500)N، أُحسب السرعة المماسية للسيّارة.



(شكل 60)

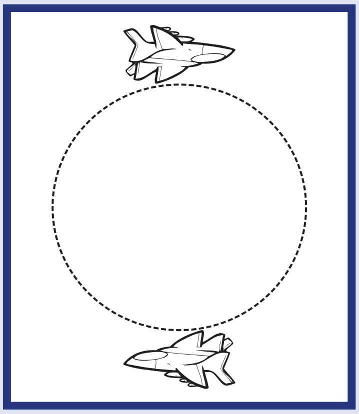
ثالثًا – يجلس ولد كتلته (25)kg على بعد (1.1)m من محور دوران الأرجوحة الدوّارة التي تتحرّك بسرعة (1.25)m/s.

(أ) أُحسب العجلة المركزية للولد.

(ب) أُحسب محصّلة القوى الأفقية التي تؤثّر على الولد.

رابعًا – ما هي السرعة القصوى التي يمكن أن يقود بها السائق سيّارته التي كتلتها (1500)kg بحيث يستطيع أن ينعطف على مسار دائري نصف قطره (70)m على طريق أفقية، علمًا أنّ معامل الاحتكاك السكوني بين العجلات والطريق يساوي 0.8؟

خامسًا – أُحسب مقدار القوّة الجاذبة المركزية التي تحتاجها طائرة كتلتها (4000)kg أثناء تحليقها بسرعة (50)m/s على مسار دائري قطره (360)m لتحافظ على حركتها الدائرية على هذا المسار (شكل 61).



(شكل 61)

سادسًا – أُحسب السرعة القصوى التي يمكن لسائق سيّارة كتلتها (1500)kg أن ينعطف بها على منحنى مائل بزاوية $25°$ ونصف قطره (50)m، بدون الحاجة إلى قوّة الاحتكاك بين العجلات والطريق.

سابعًا – سيّارة كتلتها (1350)kg تنعطف بسرعة (50)km/h على مسار دائري أفقي قطره (400)m.

(أ) أُحسب العجلة المركزية للسيّارة.

(ب) أُحسب مقدار القوّة الجاذبة المركزية.

(جـ) ما هو مقدار أصغر معامل الاحتكاك بين العجلات والطريق، والذي يسمح للسيّارة بالالتفاف بدون انزلاق؟

القوّة الطاردة المركزية
Centrifugal Force

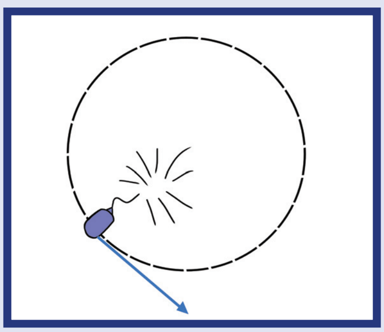
الأهداف العامة

- يعرّف القوّة الطاردة المركزية.
- يفسّر وجود القوّة الطاردة المركزية داخل الأنظمة الدوّارة.
- يستنتج أنّ القوّة الطاردة المركزية هي قوّة خيالية زائفة.

وصفنا في الدرس السابق سبب حدوث الحركة الدائرية الذي يعود إلى قوّة موجّهة إلى مركز الدائرة. لكن في بعض الأحيان تُنسب إلى الحركة الدائرية قوّة إلى الخارج تُسمّى **القوّة الطاردة المركزية Centrifugal Force**. وتعني كلمة طرد مركزي الهروب من المركز أو الابتعاد عن المركز. لكن هل هذه القوّة هي قوّة فعلية مثل القوّة الكهرومغناطيسية أو القوّة النووية أو قوّة التجاذب المادّي؟ هل هي نتيجة تفسير خاطئ لمشاهدة أثناء حركة دائرية؟ هل هذه القوّة مرتبطة بشروط محدّدة في نظام معيّن؟
الإجابات على هذه التساؤلات هي محور هذا الدرس.

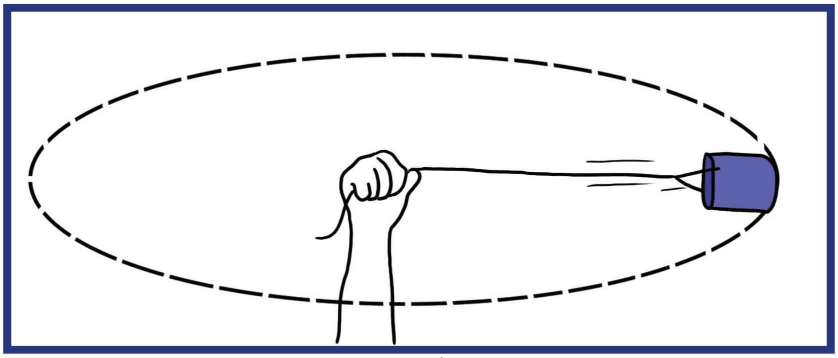
1. القوّة الجاذبة المركزية والقوّة الطاردة المركزية
Centripetal and Centrifugal Forces

هناك اعتقاد شائع وخاطئ، عند جعل العلبة المربوطة في نهاية خيط تدور، بأنّ القوّة الطاردة المركزية هي التي تسحب العلبة إلى الخارج. إذا قطع الخيط الذي يمسك بالعلبة (شكل 62)، غالبًا ما نخطئ في اعتبار أنّ القوّة الطاردة المركزية هي التي سحبت العلبة من مسارها الدائري. ففي الواقع، عند قطع الخيط، تندفع العلبة في مسار مماسّ لخطّ مستقيم لأنّها غير متأثّرة بأيّ قوّة. سوف نوضح ذلك في مثال آخر.
افترض أنّك راكب سيّارة توقّفت فجأة، وأنّك لم تكن ترتدي حزام الأمان، سوف تندفع إلى الأمام باتّجاه زجاج السيّارة الأمامي. وعندما يحدث ذلك، لن تقول إنّ شيئًا دفعك إلى الأمام لأنّك تعلم أنّ هذا الاندفاع حدث بسبب غياب قوّة كان يوفّرها حزام الأمان. وبالمثل، إذا كنت في سيّارة تدور في منعطف شديد باتّجاه اليسار، تميل إلى الاندفاع خارجها باتّجاه الباب الأيمن، لماذا؟ لا يحدث ذلك بفعل قوّة خارجية أو قوّة طاردة مركزية، إنّما بسبب عدم وجود قوّة جاذبة مركزية تحفظك في الحركة الدائرية. أمّا فكرة وجود قوّة طاردة مركزية تدفعك بعنف باتّجاه باب السيّارة، فهي اعتقاد خاطئ.



(شكل 62)
عندما ينقطع الخيط، تتحرّك العلبة الدائرية في خطّ مستقيم مماسّ لمسارها الدائري (وليس خارجًا عن مركزها).

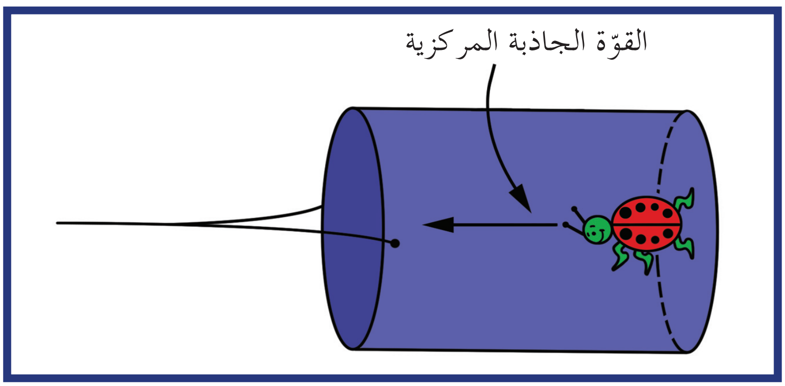
لذلك، عندما تجعل علبة صغيرة تدور في مسار دائري، لا توجد قوّة تسحب العلبة إلى الخارج، ولكنّها قوّة من الخيط مؤثّرة على العلبة فحسب لسحبها إلى الداخل. أمّا القوّة الخارجية فتؤثّر على الخيط وليس على العلبة (شكل 63).



(شكل 63)

قوّة واحدة فقط تؤثّر على العلبة الدائرية أثناء حركتها (بإهمال الجاذبية والاحتكاك مع الهواء) وتتّجه مباشرة نحو مركز الحركة الدائرية، وهذه القوّة هي القوّة الجاذبة المركزية. ولا توجد قوّة خارجية أخرى تؤثّر على العلبة.

لنفترض الآن وجود حشرة داخل علبة دائرية الشكل (شكل 64). تضغط العلبة باتّجاه الحشرة، وتمدّها بالقوّة الجاذبة المركزية التي من شأنها أن تبقيها في مسار دائري. أمّا الحشرة فتضغط بدورها على أرضية العلبة. وبإهمال الجاذبية، نجد أنّ القوّة الوحيدة المؤثّرة على الحشرة هي قوّة العلبة على أقدامها. ومن نقطة إسنادنا الخارجية الثابتة، نلاحظ عدم وجود قوّة طاردة مركزية تؤثّر في الحشرة، تمامًا مثل عدم وجود قوّة طاردة مركزية تؤثّر على الشخص الذي يندفع باتّجاه باب السيّارة. لذلك لا يُعزى تأثير القوّة الطاردة المركزية إلى أيّ قوّة حقيقية، إنّما يرجع إلى القصور الذاتي، وهو ميل الأجسام المتحرّكة لاتّباع مسار خطّ مستقيم في غياب القوى المركزية.



(شكل 64)

تزوّد العلبة دائرية الشكل الحشرة بالقوّة الجاذبة المركزية اللازمة لبقاء الحشرة في المسار الدائري.

فقرة إثرائية

توظيف الفيزياء

مصمّم القطار الدوّار في المدينة الترفيهية

صُمّم أول قطار دوّار صغير في المدينة الترفيهية في العام 1884 في الولايات المتّحدة الأمريكية. وتضمّن هذا القطار العديد من الآلات الاهتزازية التي تساعد في الارتفاع إلى أكثر من (100)m، وتصل سرعته إلى أكثر من (150)km/h. إستخدم مصمّمو القطار الدوّار ومهندسو التصميمات الميكانيكية القوانين الفيزيائية بغرض تحقيق الإثارة والأمان لركّاب القطار. والجدير بالذكر هو أنّه على المصمّمين فهم كيفية اجتياز قطار المدينة الترفيهية الدوّار للدوائر الطولية بدون بذل قوّة كبيرة على الركّاب. يجري مصمّمو القطارات الدوّارة الحديثة اختبارًا أوّليًّا للتصميم على الكمبيوتر للتعرّف على أيّ مشكلة قد تحدث قبل البدء في تصنيع القطار. وقد صمّم العديد من الشركات الخاصّة قطارات دوّارة في العديد من المدن الترفيهية في جميع أنحاء العالم.

2. القوّة الطاردة المركزية في إطار مرجعي دوّار

Centrifugal Force in Rotating Reference

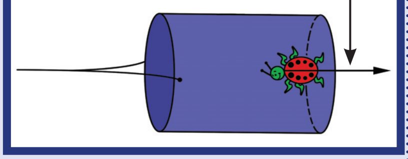
نحن نعلم أنّ نظرتنا للطبيعة في الفيزياء تعتمد على الإطار المرجعي Frame of Reference الذي نرى من خلاله. فإذا كنت جالسًا في قطار يتحرّك بسرعة كبيرة، فإنّ سرعتك تساوي صفرًا بالنسبة إلى القطار ومن يجلس بداخله، لكنّ سرعتك تكون كبيرة جدًّا بالنسبة إلى نقطة مرجع على الأرض خارج القطار. أي يكون لك سرعة بالنسبة إلى نقاط مرجعية معيّنة في إطار مرجعي ولا يكون لك أيّ سرعة بالنسبة إلى إطار مرجعي آخر، وهذا ينطبق على القوّة الطاردة المركزية.

لنأخذ من جديد الحشرة داخل العلبة التي تدور (شكل 65). نجد بالنسبة إلى نقطة مرجعية خارج العلبة الدوّارة أنّه لا توجد قوّة طاردة مركزية تؤثّر على الحشرة داخل العلبة، لكن نرى قوّة جاذبة مركزية تؤثّر على العلبة وتؤدّي إلى حركة دائرية. فمن إطار مرجعي خارجي، القوّة الوحيدة المؤثّرة على الحشرة هي القوّة الجاذبة المركزية المبذولة من قاع العلبة على أقدام الحشرة.

تختلف هذه النظرة بالنسبة إلى إطار مرجعي دوّار داخل العلبة التي تدور. فنجد أنّ القوّة المركزية التي تسبّبها العلبة والقوّة الطاردة المركزية تؤثّران على الحشرة.

تظهر القوّة الطاردة المركزية كقوّة حقيقية مثل قوّة جذب الأرض، مع العلم أنّ هناك اختلاف جوهري كبير بين قوّة الجاذبية نتيجة القوّة الطاردة المركزية وقوّة الجاذبية الحقيقية.

فقوّة الجاذبية الأرضية هي تفاعل بين كتلتين، ونشعر بها نتيجة التفاعل بين كتلتنا وكتلة الأرض. لكن في الإطار المرجعي الدوّار، قوّة الجاذبية هي نتيجة الدوران وليست نتيجة تفاعل بين جسمين، وبالتالي لا يمكن للقوّة الطاردة المركزية أن تكون قوّة حقيقية. لذلك يعتبر الفيزيائيون أنّ القوّة الطاردة المركزية هي قوّة خيالية افتراضية لا تشبه قوى التجاذب المادّي والقوّة الكهربائية والقوّة النووية. مع ذلك، بالنسبة إلى مشاهدين في النظام الدوراني، القوّة الطاردة المركزية هي قوّة حقيقية مثل قوّة الجاذبية الأرضية على سطح الأرض، فهي موجودة دائمًا داخل الأنظمة الدوّارة.



(شكل 65)

من نقطة الإسناد للحشرة داخل العلبة دائرية الشكل، نجد أنّ الحشرة تتعلّق بقاع العلبة بتأثير قوّة تتّجه للخارج من مركز الحركة الدائرية. وتُسمّى الحشرة في هذه الحالة بالقوّة الخارجية، وتؤثّر عليها القوّة الطاردة المركزية التي تشبه قوّة الجاذبية الأرضية على الحشرة.

فقرة إثرائية

الفيزياء في المختبر

الحركة الدائرية لدلو الماء

إذا ملأت دلوًا إلى منتصفه بالماء وحرّكته في دائرة رأسية، لن يسقط الماء منه إذا حرّكته بسرعة كافية. ومن الملاحظ أنّه على الرغم من تساقط الماء من الدلو، إلّا أنّه لا يخرج منه. فالخدعة هي جعل الدلو يدور بسرعة كافية، فيسقط الدلو بسرعة تساوي سرعة سقوط الماء الموجود في داخله. هل يحدث هذا بفعل دوران الدلو بسرعة، بحيث ينحرف الماء بطريقة مماسية أثناء سقوطه ويبقى داخل الدلو؟ ستتعلّم لاحقًا أنّ مكّوك الفضاء الفلكي يتشابه مع ذلك حيث ينحدر في مداره. وتكمن الخدعة في إعطاء المكّوك سرعة مماسية كافية تمكّنه من الانحدار حول منحنى الأرض بدون السقوط عليها.

فقرة إثرائية

لنفهم أكثر مفهوم الجاذبية الزائفة وأهمّيته، دعونا نعتبر أنّ مجموعة من الحشرات تعيش في عجلة درّاجة تحتوي على حيّز واسع في داخلها (شكل 66). فإذا قمنا بقذف العجلة في الهواء أو قمنا بإسقاطها من طائرة على ارتفاع عالٍ في السماء، سوف تصبح الحشرات في حالة انعدام وزن، وستبدو كما لو كانت تطفو بحرّية بينما تسقط العجلة سقوطًا حرًّا.

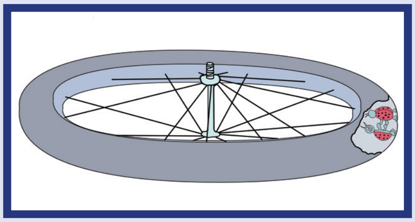
وإذا قمنا بجعل العجلة تدور، ستشعر الحشرات بأنّها مندفعة إلى الجزء الخارجي للسطح الداخلي من العجلة. وإذا أُديرت العجلة بسرعة مناسبة، ستتأثّر الحشرات بالجاذبية الأرضية الزائفة الناتجة عن القوّة الطاردة المركزية، كما لو كانت هي الجاذبية الأرضية نفسها التي اعتادتها الحشرات.

يحلم الكثير من العلماء بالاستفادة من الجاذبية الزائفة ونقل الإنسان ليعيش في محطّات فضائية، حيث تحاكي القوّة الطاردة المركزية قوّة الجاذبية الأرضية، فيتمكّن الناس من التفاعل كما لو كانوا على سطح الأرض بشكل طبيعي بدون الشعور بانعدام الوزن، كما يشعر به روّاد الفضاء اليوم. فسكّان الفضاء في المستقبل من المحتمل أن يدوروا مثل دوران الحشرات في عجلة الدرّاجة، والتي ستقوم بقوّة داعمة وبجاذبية مريحة مزيّفة. فعجلة الجاذبية التي ستنشأ داخل مركبة الفضاء الدوّارة ناتجة عن الدوران. ويتناسب مقدار هذه العجلة مباشرة مع المسافة القطرية ومربّع السرعة الدائرية. فالعجلة المعطاة لكلّ دورة في الدقيقة تزداد بزيادة المسافة القطرية، ومضاعفة المسافة من محور الدوران يضاعف عجلة القوّة الطاردة المركزية والقوّة الجاذبة المركزية. ومضاعفة المسافة ثلاث مرّات تزيد العجلة ثلاث مرّات، وبالمثل عند مضاعفتها أربع مرّات.

وعندما تكون المسافة القطرية صفرًا عند محور الدوران، لا يوجد تسارع ناتج عن الدوران. أمّا المنشآت صغيرة القطر، فيجب أن تدور بسرعة عالية لنشعر بالجاذبية الزائفة التي تساوي تسارع جاذبية أرضية مقدارها g.

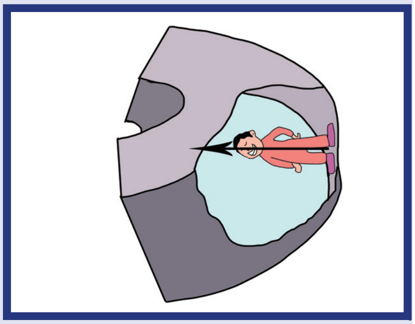
وتتطلّب محاكاة الجاذبية الأرضية الطبيعية بناء منشأة كبيرة يصل طول قطرها إلى حوالى 2(km). ويُعتبر حجم هذا التركيب ضخمًا إذا قارنّاه بحجم مكّوك الفضاء الحالي.

ومن المحتمل أن يوصي الاقتصاديون بتصغير حجم أوّل بناء سكني في الفضاء. وفي حال لم تكن هذه المنشآت تدور، فسينظّم المقيمون فيها معيشتهم في بيئة تبدو منعدمة الوزن. وستتبع ذلك منشآت دوّارة أكبر لها جاذبية مماثلة.



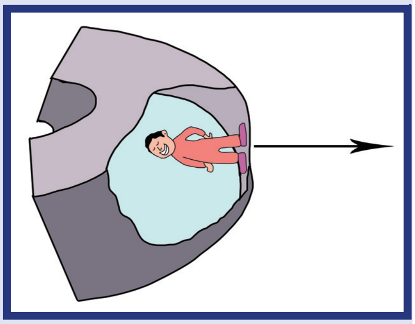
(شكل 66)

إذا أديرت العجلة وسقطت سقوطًا حرًّا. ستتأثر الحشرات داخلها بالقوّة الطاردة المركزية وهي تشبه الجاذبية الأرضية، وعند إدارة العجلة بمعدل معين، فإن الحشرات تتجه مباشرة لأعلى في اتّجاه مركز العجلة ولأسفل في اتّجاه نصف القطر للخارج.



(شكل 67)

التفاعل بين الرجل والأرض الواقف عليها يبدو أنه مستقرّ خارج النظام الدائري. تضغط الأرض على الرجل (الفعل) والرجل يضغط عكسيًا على الأرض (رد الفعل). القوّة الوحيدة المبذولة على الرّجل هي القوّة المؤثرة بواسطة الأرض وهي في اتّجاه المركز وهي قوّة مركزية جاذبة.



(شكل 68)

بالإضافة إلى التفاعل بين الرجل والأرض التي يقف عليها، توجد قوّة طاردة مركزية مبذولة على الرجل واتّجاهها نحو مركز كتلته. وهي تبدو حقيقية مثل الجاذبية الأرضية، ولكنّها لا تشبهها لأن ليس لها نظير لردّ الفعل، فلا يوجد شيء يمكن أن يجذبه للخلف. القوّة الطاردة المركزية ليست جزءًا من التفاعل ولكنّها ناتجة عن الدوران، لذلك تُسمّى «القوّة الخيالية».

وفي حال كانت هذه المنشآت تدور بحيث يتأثّر المقيمون داخل حافّتها الخارجية بجاذبية g، فإنّهم، وفي منتصف المسافة بين المحور والحافّة الخارجية، سوف يتأثّرون بجاذبية (0.5)g فقط. وعند المحور نفسه يتأثّرون بانعدام الوزن، أي عند (0)g. والتغيّرات الممكنة لجاذبية الأرض (g) داخل المركبة الفضائية كموطن، تبشّر بإقامة في بيئة جديدة ومختلفة ولم تجرب من قبل. ويمكننا ممارسة رقصة الباليه عند موضع تكون فيه الجاذبية (0.5)g والألعاب البهلوانية عند جاذبية (0.2)g وعند أماكن منخفضة الجاذبية. ويمكن لعب كرة قدم ثلاثية الأبعاد، والرياضات التي لم يتمّ تصوّرها حتّى الآن في أماكن وحالات جاذبية ضعيفة جدًّا.

سيكتشف الناس إمكانيات لم تكن متاحة لهم من قبل. ووقت الانتقال من كوكب الأرض إلى الآفاق الجديدة سيكون وقتًا مشوّقًا، بخاصّة للذين يستعدّون لخوض هذه المغامرات الجديدة.

(شكل 69)
تصوير وكالة الفضاء الأمريكية لمستعمرة الفضاء الدائرة.

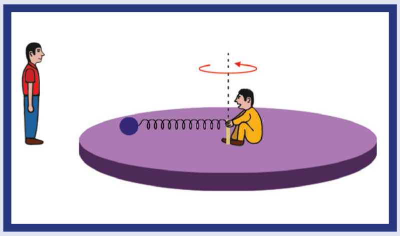
مراجعة الدرس 2-3

أوّلًا – أنت في السيّارة وتضع حزام الأمان، وإذ بالسيّارة تنعطف بك. هل يمدّك حزام الأمان بقوّة جاذبة مركزية أم قوّة طاردة مركزية؟

ثانيًا – هل هناك أيّ تأثير للقوّة الطاردة المركزية على حركة العلبة التي تدور عندما ينقطع الخيط الذي كان يحفظ حركتها الدائرية؟

ثالثًا – لماذا تُسمّى القوّة الطاردة المركزية التي تشعر بها الحشرة في الإطار الذي يدور بالقوّة الزائفة أو الخيالية؟

رابعًا – إذا ربطت كرة ثقيلة من الحديد بسلك نابض في مسطّح دائري، كما هو موضّح في الشكل (70)، وكان هناك مشاهدان، أحدهما في الإطار الدائري والآخر واقف على الأرض، ولاحظا حركتها، فأيّ المشاهدين يرى أنّ الكرة تشدّ النابض وتنجذب إلى الخارج؟ وأيّ المشاهدين يرى أنّ النابض يسحب الكرة في حركة دائرية؟



(شكل 70)

مراجعة الفصل الثاني

المفاهيم

الدوران المحوري	Rotation	السرعة المماسية	Tangential Speed
الدوران المداري	Revolution	قوّة جاذبة مركزية	Centripetal Force
السرعة الدائرية (الزاوية)	Rotational Speed	قوّة طاردة مركزية	Centrifugal Force
السرعة الخطّية	Linear Speed	محور	Axis

الأفكار الرئيسة في الفصل

- الحركة الدائرية هي حركة الجسم على مسار دائري حول مركز دوران، مع المحافظة على مسافة ثابتة منه.
- الإزاحة الزاوية تصف الحركة الدائرية لنقطة خلال فترة زمنية على مسار دائري.
- السرعة الدائرية، وتُسمّى أيضًا السرعة الزاوية، هي عدد الدورات في وحدة الزمن وتعرّف أيضًا بمقدار الزاوية بالراديان التي يمسحها نصف القطر خلال وحدة الزمن.
- تتناسب السرعة المماسية طرديًّا مع السرعة الزاوية ومع المسافة نصف القطرية من محور الدوران.
- السرعة المماسية تساوي حاصل ضرب كلّ من السرعة الزاوية والمسافة نصف القطرية من محور الدوران.
- العجلة الزاوية هي معدّل تغيير السرعة الزاوية.
- عندما تكون العجلة الزاوية ثابتة المقدار لجسم يتحرّك على مسار دائري، نَصف حركته بالحركة الدائرية منتظمة العجلة.
- القوّة الجاذبة المركزية هي القوّة التي تسبّب الحركة الدائرية للكتلة ويكون اتّجاهها دائمًا نحو مركز الدائرة.
- القوّة الطاردة المركزية هي قوّة وهمية غير موجودة إلّا داخل الأنظمة الدوّارة، أي بالنسبة إلى إطار مرجعي داخل النظام الذي يدور.

خريطة مفاهيم الفصل

استخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

عجلة منتظمة — الحركة الدائرية — سرعة منتظمة — تساوي صفرًا

العجلة الزاوية — العجلة المركزية — العجلة المماسية — تساوي مقدار ثابت

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلّ ممّا يلي:

1. تتحرّك كتلة نقطية على مسار دائري نصف قطره يساوي $(25)\text{m}$ بزاوية $30°$، فإنّ المسافة التي تقطعها الكتلة على المسار بوحدة (m) تساوي:
   - ☐ (7.5)
   - ☐ (13)
   - ☐ (750)
   - ☐ (1.2)
2. الإزاحة الزاوية التي تقطعها كتلة نقطية عندما تتحرّك على مسار دائري نصف قطره $(100)\text{m}$ مسافة $(157)\text{m}$ تساوي:
   - ☐ $60°$
   - ☐ $1.57°$
   - ☐ $30°$
   - ☐ $90°$
3. تسير سيّارة كتلتها $(1000)\text{kg}$ على مسار دائري قطره $(300)\text{m}$ بسرعة خطّية ثابتة المقدار تساوي $(25)\text{m/s}$، فانّ الزمن الذي تحتاجه السيّارة لتكمل دورة كاملة بوحدة (s) يساوي:
   - ☐ (37.68)
   - ☐ (1.04)
   - ☐ (18.84)
   - ☐ (25.12)
4. القوّة الجاذبة المركزية التي تحفظ السيّارة على مسارها الدائري في السؤال السابق بوحدة (N) تساوي:
   - ☐ (830)
   - ☐ (83.3)
   - ☐ (4166.6)
   - ☐ (3802)
5. القوّة الطاردة المركزية:
   - ☐ تتناسب طرديًّا مع السرعة الخطية.
   - ☐ تتناسب عكسيًّا مع مربّع السرعة الزاوية.
   - ☐ تتناسب عكسيًّا مع نصف القطر عن محور الدوران.
   - ☐ تتناسب طرديًّا مع مربّع السرعة الزاوية.

تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

1. هل دوران الطفل الجالس على الخيل في لعبة دوّارة الخيل هو دوران محوري أم دوران مداري؟ علّل إجابتك.
2. يتحرّك قطار على قضيبين. أيّ قضيب يكون أكبر عند مسار منحنٍ، القضيب الداخلي أم الخارجي؟ اِشرح.
3. هل للمناطق القطبية على سطح الأرض سرعة دورانية حول محورها أكبر من المناطق الاستوائية؟
4. هل للمناطق القطبية على سطح الأرض سرعة خطّية حول محورها أكبر من المناطق الاستوائية؟

تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

1. كتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص مدمج وحافّته. ماذا سيحدث لسرعة النقطة الخطّية:
   (أ) إذا تضاعفت السرعة الزاوية؟
   (ب) إذا وجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج؟
   (جـ) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ووجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج؟

2. تدور كرة حديدية كتلتها (1)kg مربوطة بحبل طوله (2)m في دائرة أفقية بسرعة تساوي (2)m/s . أُحسب:
   (أ) قوّة الشدّ التي تحدثها الكرة على الحبل.
   (ب) إذا علمت أنّ الحبل قد ينقطع إذا كانت قوّة الشدّ عليه تساوي (1.8)N . كم يساوي طول الحبل الأقصر الذي يمكن استخدامه؟

3. قطار سريع كتلته (200)tons يدور على منحنى نصف قطره (2)m بسرعة (90)km/h . أُحسب مقدار القوّة الأفقية لقضبان السكّة الحديدية على عجلة القطار.

4. أُحسب عدد دورات عجلة درّاجة قطرها (70)cm عندما تقطع الدراجة مسافة (22)m .

5. **(أ)** أُحسب السرعة الزاوية لجسم يدور بعجلة منتظمة مقدارها $(2)rad/s^2$ على مسار دائري نصف قطره يساوي (4)m ، بعد (10)s من انطلاقه من سكون.
   (ب) أُحسب عدد الدورات التي يقوم بها خلال (10)s .
   (جـ) أُحسب مقدار العجلة المركزية بعد مرور زمن قدره (10)s .

6. خطّط مهندسو الطرق لإمالة أحد المنعطفات ذات نصف قطر يساوي (50)m بزاوية إمالة تساوي $20°$. أُحسب السرعة التي تستطيع أن تنعطف بها سيّارة كتلتها (1000)kg بدون الحاجة إلى قوّة الاحتكاك بين عجلاتها والطريق.

مشاريع الفصل

التواصل

أُكتب مقالًا لا يزيد عن عشرة أسطر تبيّن فيه تأثير استبدال عجلات السيّارة بعجلات أصغر قياسًا على صدق قراءة عدّاد السرعة بالنسبة إلى السرعة الحقيقية التي تتحرّك بها السيّارة، علمًا أنّ عدّاد السرعة في السيّارة يعمل بواسطة كابل متّصل بعمود إدارة العجلات. ضمّن مقالك أفكارًا علمية تدعم ما كتبته.

نشاط بحثي

إنّ انزلاق السيّارات عند انعطافها على طريق أفقية على المسارات الدائرية هو أحد أكثر أسباب الحوادث شيوعًا وأخطرها على حياة الأشخاص في السيّارات وعلى جانب الطريق.

اِجرِ بحثًا تستخدم فيه أدوات البحث المناسبة لتوضّح سبب هذه المشكلة متّبعًا الخطوات التالية:

- حدّد القوّة أو القوى المؤثّرة في السيّارة والتي تحفظها في مسارها الدائري عندما تكون منطلقة بسرعة.
- حدّد كيفية تأثير عوامل الطقس كالأمطار والجليد على قدرة السيّارة على الالتفاف على المسار الدائري.
- ضمّن بحثك كيف أنّ إمالة المنعطفات الدائرية باتّجاه مركز الدائرة بدلًا من إبقاء الطريق أفقية والتي يقوم بها مهندسو الطرقات، يساعد على تخطّي مشكلة الانزلاقات.
- دعّم بحثك بالصور والمعادلات المناسبة التي تثبت ما توصّلت إليه.
- صغ استنتاجًا تظهر فيه أهمّية شكل الطريق في ثبات السيّارة على مسارها الدائري.

وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الفيـزياء ١١

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الأول - القسم الثاني

كتـاب الطـالب

المـرحـلـة الـثـانـويـة

2/1

وزارة التربية
Ministry of Education
State of Kuwait | دولـــة الكويـت

الفيزياء

كتاب الطالب

الصفّ الحادي عشر ١١

الفصل الدراسي الأول - القسم الثاني

المرحلة الثانويّة

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب العلوم

أ. برّاك مهدي برّاك (رئيسا)

أ. مصطفى محمد مصطفى علي — أ. فتوح عبد الله طاهر الشمالي

أ. سعاد عبد العزيز الرشود — أ. تهاني ذعار المطيري

الطبعة الثانية
١٤٤٧ هـ
٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

الطبعة الأولى ٢٠١٣ - ٢٠١٤ م
الطبعة الثانية ٢٠١٥ - ٢٠١٦ م
٢٠١٨ - ٢٠١٩ م
٢٠١٩ - ٢٠٢٠ م
٢٠٢٠ - ٢٠٢١ م
٢٠٢٢ - ٢٠٢٣ م
٢٠٢٣ - ٢٠٢٤ م
٢٠٢٤ - ٢٠٢٥ م
٢٠٢٥ - ٢٠٢٦ م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الفيزياء للصف الحادي عشر الثانوي

أ. أسامة مصطفى خليل العجوز

أ. أمل محمد أحمد داوود | **أ. محمد حسان محمد الكردي**

أ. منى خالد مطلق المطيري | **أ. كلثوم عبد الرحمن أحمد ملك**

طُبع في مطابع شركة دار القبس للصحافة والطباعة والنشر

أودع بمكتبة الوزارة تحت رقم (٢٥) بتاريخ ٢/٤/٢٠١٥م

حضرة صاحب السمو الشيخ مشعل الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

H.H. Sheikh Meshal AL-Ahmad Al-Jaber Al-Sabah

Amir Of The State Of Kuwait

سمو الشيخ صباح خالد الحمد الصباح
ولي عهد دولة الكويت

H. H. Sheikh Sabah Khaled Al-Hamad Al-Sabah
Crown Prince Of The State Of Kuwait

المحتويات

الجزء الثاني

محتويات الجزء الثاني

الفصل الثالث

مركز الثقل
Center of Gravity

ما سبب ثبات هذه الصخور واتّزانها؟

لماذا لا تسقط الصخور مختلفة الأشكال الموضّحة في الشكل أعلاه؟ هل ستسقط إذا أزحنا أيًّا منها يمينًا أو يسارًا، أو إذا بدّلنا مواقعها؟

لماذا لا يسقط برج بيزا المائل؟ وما أقصى درجة ميل يمكن أن يبلغها قبل أن يسقط؟ لماذا يستحيل عليك أن تقف ملصقًا تمامًا إلى الحائط وأن تحاول لمس أصابع قدميك دون أن تقع؟

الإجابة على هذه الأسئلة وغيرها من التساؤلات التي تتمحور حول أسباب اتّزان الأجسام وثباتها يتطلّب منّا التعرف على مفهوم مركز الثقل، وكيفية تطبيقه على التوازن والاتّزان.

في هذا الفصل، سنتعرّف مفهوم مركز الثقل، وسنستقصي أهمّيته في ثبات الأجسام. وسنحدّد عمليًّا موضع مركز الثقل أو مركز الكتلة لأجسام منتظمة الشكل وأخرى غير منتظمة الشكل. سنتعرّف أيضًا مفهوم مركز الكتلة، ونميّز بين مركز الثقل ومركز الكتلة. كما سنحدّد موقع مركز الثقل لأجسام مختلفة باستخدام المعادلات الرياضية.

دروس الفصل

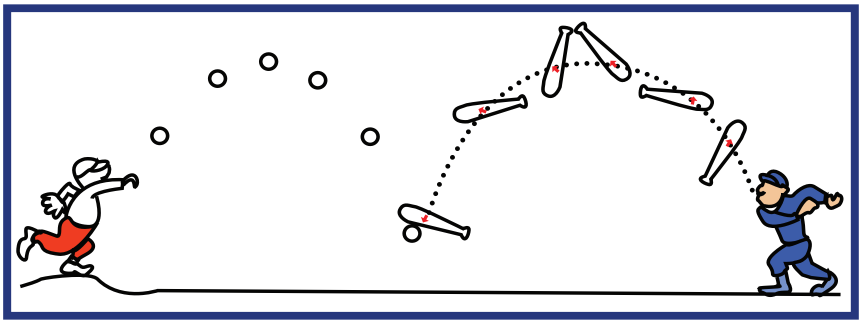
مركز الثقل
Center of Gravity

الأهداف العامة

- يعرّف مركز الثقل.
- يستنتج أنّ حركة الجسم تتمثّل بحركة مركز ثقله.

عند قذف كرة القاعدة (Baseball) في الهواء، نجد إنّها تتبع مسارًا منتظمًا على شكل قطع مكافئ قبل أن تصل إلى الأرض. أمّا عند إلقاء مضرب كرة القاعدة، فإنّه لا يتبع المسار المنتظم نفسه، إنّما يدور أثناء حركته في الهواء. والملاحظ أنّه يدور حول نقطة معيّنة ترسم حركتها مسار قطع مكافئ، على الرغم من أنّ باقي أجزاء المضرب لا تتبع هذا المسار (شكل 71). وتُعتبر حركة مضرب كرة القاعدة محصّلة حركتين هما:

- حركة دورانية حول هذه النقطة.
- حركة انتقالية في الهواء يبدو فيها أنّ ثقل المضرب مُركّز في هذه النقطة. وتُسمّى هذه النقطة التي يرتكز عليها ثقل المضرب والتي تدور باقي أجزاء المضرب حولها بمركز ثقل المضرب.



(شكل 71)
مركز ثقل الكرة ومركز ثقل المضرب يتبعان مسارًا على شكل قطع مكافئ.

1. تعريف مركز الثقل
Definition of the Center of Gravity

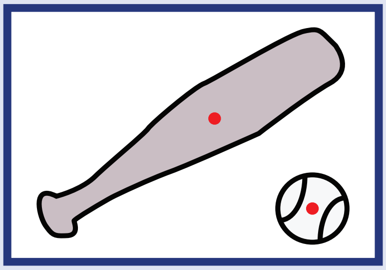
درسنا سابقًا أنّ ثقل الجسم هو القوّة التي يخضع لها الجسم بسبب جذب الأرض له.

كلّ جزء من أجزاء هذا الجسم يخضع لقوّة جذب الأرض، ومحصّلة هذه القوى كلّها هي قوّة تتّجه إلى الأسفل وتساوي مقدارها مجموع مقادير هذه القوى. أمّا نقطة تأثيرها فهي نقطة نسمّيها «مركز ثقل الجسم»، أي أنّ مركز الثقل هو نقطة تأثير ثقل الجسم.

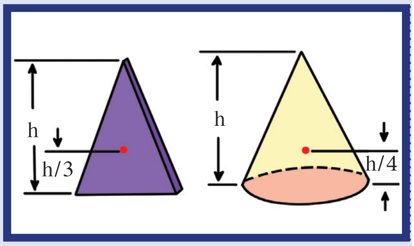
ماذا يحدث عند تطبيق قوّة على الجسم في مركز ثقله بحيث تكون معاكسة لقوّة ثقله في الاتّجاه ومساوية لها في المقدار؟ سيتوازن الجسم مهما كان وضعه، لأنّ مجموع القوى التي يخضع لها أصبح معدومًا. لذلك يُعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له.

ويمكن تعريف مركز ثقل جسم ما بأنّه «النقطة التي تقع عند الموضع المتوسّط لثقل الجسم الصلب المتجانس». وبالنسبة إلى الأجسام متماثلة التكوين ومنتظمة الشكل مثل كرة القاعدة، يقع مركز الثقل عند المركز الهندسي لها. أمّا الأجسام غير منتظمة الشكل مثل مضرب كرة القاعدة، فيكون ثقل أحد طرفيها أكبر من ثقل الطرف الآخر، لذلك يكون مركز الثقل ناحية الطرف الأثقل (شكل 72). ويقع مركز ثقل قطعة رخام مثلّثة الشكل على الخطّ المار بمركز المثلّث ورأسه، وعلى بعد من القاعدة يساوي ثلث الارتفاع h. ويقع مركز ثقل مخروط مصمت على الخطّ نفسه، لكن على بعد ربع الارتفاع h من قاعدته (شكل 73).

ربما يكون مركز ثقل الأجسام التي تتركّب من أكثر من مادة (موادّ مختلفة الكثافة) بعيدًا عن مركزها الهندسي. فإذا تصوّرنا كرة مجوّفة مُلئت حتّى منتصفها بمعدن الرصاص، فلن ينطبق مركز ثقلها على مركزها الهندسي، لكنّه يكون إلى ناحية النصف الممتلئ بالرصاص. لذلك عندما تهتزّ هذه الكرة، فإنّها تتوقّف عن الاهتزاز حيث يقع مركز ثقلها عند أسفل مستوى ممكن. وإذا جعلنا هذه الكرة لعبة على شكل مهرّج (شكل 74)، للاحظنا أنّها تعود إلى الوضع العمودي مهما أُزيحت عن هذا الوضع.



(شكل 72)
مركز ثقل الكرة هو المركز الهندسي، أمّا مركز ثقل المضرب فهو أقرب إلى الجزء الأثقل.



(شكل 73)
مركز الثقل هو النقطة الحمراء.

(شكل 74)
مركز ثقل هذه اللعبة يقع أسفل مركزها الهندسي.

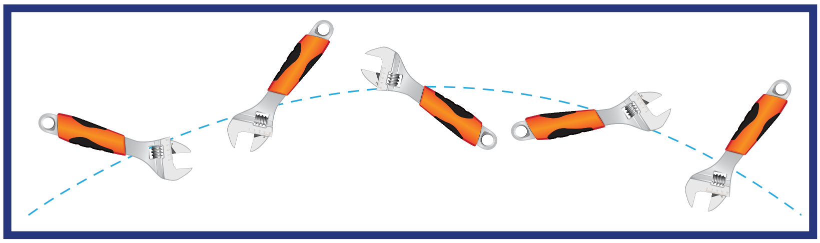
2. مسار مركز ثقل الجسم

Path of the Center of Gravity of a Body

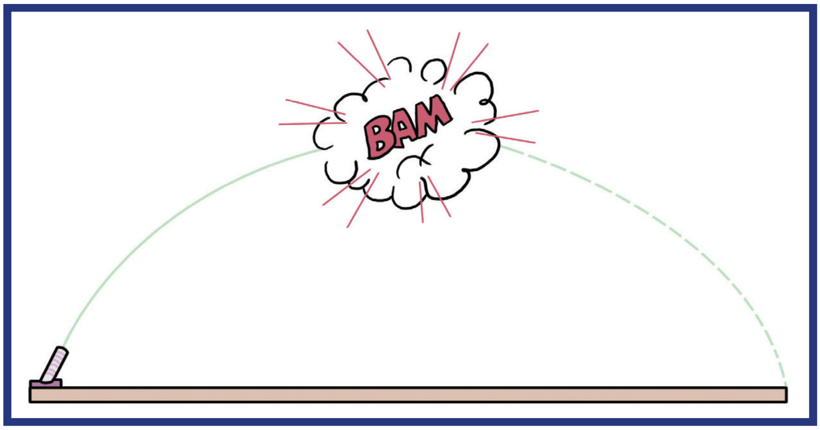
توضّح الصورة متعدّدة اللقطات في الشكل (75) منظرًا علويًّا لمفتاح إنجليزي ينزلق أثناء دورانه حول نفسه على سطح أفقي أملس. لاحظ أنّ مركز ثقل المفتاح يتحرّك في خطّ مستقيم (مركز الثقل ممثّل في الشكل بنقطة بيضاء)، في حين يتحرّك باقي أجزاء المفتاح في حركة دورانية حول مركز الثقل. لاحظ أيضًا أنّ مركز الثقل يقطع مسافات متساوية في فترات زمنية متساوية بسبب انعدام القوّة المحصّلة في اتّجاه الحركة. وتُعتبر حركة المفتاح محصّلة حركة في خطّ مستقيم لمركز الثقل، وأخرى دورانية حول مركز ثقله.

(شكل 75)
مركز ثقل المفتاح المنزلق بحركة دورانية يتبع مسارًا مستقيمًا.

وإذا رُمي المفتاح في الهواء (بدلًا من انزلاقه على السطح الأفقي الأملس)، فسوف يتبع مركز ثقله مسارًا منتظمًا على شكل قطع مكافئ (شكل 76). وينطبق ذلك على المقذوفات مثل الألعاب النارية الصاروخية. فيوضّح الشكل (77) أنّ القوى الداخلية أثناء الانفجار لا تغيّر موضع مركز ثقل القذيفة. وإذا أهملنا مقاومة الهواء، نلاحظ أنّ الشظايا المتناثرة في الهواء تحتفظ بمركز الثقل نفسه كما لو كان الانفجار لم يحدث بعد.



(شكل 76)



(شكل 77)

مسار مركز ثقل الألعاب النارية على شكل قطع مكافئ.

مراجعة الدرس 3-1

أوّلًا – عرّف مركز الثقل لجسم.

ثانيًا – لماذا لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة على نقطة الوسط للمضرب؟

ثالثًا – ما الجزء من الجسم الذي سيتبع مسار قطع مكافئ عند دوران الجسم في الهواء أو سيتبع خطًّا مستقيمًا أثناء انزلاق الجسم على سطح أملس؟

رابعًا – هل ينطبق مركز الثقل دائمًا على المركز الهندسي للجسم؟ أَعط أمثلة تعلّل إجاباتك.

خامسًا – صف حركة مركز ثقل مقذوف قبل انفجاره في الهواء وبعده.

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالتكنولوجيا

مركز الثقل في وسائل النقل

يرتبط تحديد مركز الثقل في الطائرة بوزن الطائرة والحمولة، وبتوزيع هذه الحمولة. وهو في الغالب يقع في وسط الطائرة، قريبًا من الأجنحة ومن مركز الرفع حيث محصلة قوى الرفع. ويؤدّي أيّ تغيير في موقع مركز الثقل إلى عدم ثبات الطائرة وحدوث كارثة جوّية، أو عدم قدرة الطائرة على الإقلاع.

ويحتاج مهندسو السفن أيضًا إلى تحديد موقع مركز الثقل عند تصميم السفن، وذلك لتحديد أماكن غرف المحرّكات وأماكن وضع الحاويات وتوزيع الحمولات، للحفاظ على توازن السفينة ومقاومة قوى الإمالة من أمواج وتيّارات بحرية.

أمّا في السيّارات، فيُعتبر موقع مركز الثقل من أهمّ العوامل المؤثّرة في ثبات السيّارة، ويُفضّل أن يكون في وسطها.

مركز الكتلة
Center of Mass

الأهداف العامة

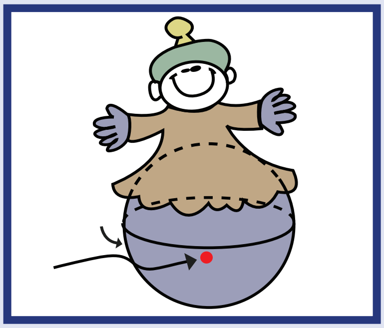
- يعرّف مركز الكتلة.
- يستنتج الفرق بين مركز الكتلة ومركز الثقل.

أثناء دراساتنا السابقة للحركة الانتقالية للأجسام، لم نعِر أبعاد الجسم أيّ اهتمام. وافترضنا أنّ أيّ جسم يمكن أن يُمثّل بنقطة، وأنّ حركة الجسم تتمثّل بحركة هذه النقطة، ذلك لأنّ كلّ نقاط الجسم في الحركة الخطّيّة تتحرّك بالشكل نفسه.

وإن كان اعتبار الجسم نقطة (جسم نقطي Point Mass) هو حالة خاصّة لا تنطبق على حركة الأجسام المركّبة من حركة انتقالية وحركة دورانية، إلّا أنّنا إذا عدنا إلى مثال حركة مضرب كرة القاعدة في الدرس السابق، حيث كانت حركته مؤلّفة من حركة دورانية وحركة انتقالية، وحيث كانت كلّ نقطة من نقاطه تتحرّك بشكل مختلف، لرأينا أنّ نقطة، سمّيناها في الدرس السابق بمركز الثقل، كانت تتحرّك على مسار القطع المكافئ تحت تأثير الجاذبية وتمثّل حركة الجسم. وتُسمّى هذه النقطة أيضًا مركز الكتلة للجسم، إذا نظرنا إليها ككتلة تتفاعل مع كتلة الأرض.

إنّ مركز الكتلة ومركز الثقل مفهومين قريبين جدًّا الواحد من الآخر، ويمكن استخدام أحدهما مكان الآخر في بعض الحالات التي سنستعرضها في سياق هذا الدرس.

فسنتعرّف على مركز الكتلة، ونميّز متى يكون هذا الأخير مختلفًا عن مركز الثقل، ومتى يمكن اعتبار مركز الكتلة ومركز الثقل مفهومًا واحدًا. كما سنحدّد رياضيًّا موقع مركز كتلة لجسم أو لنظام مؤلّف من عدّة أجسام.



(شكل 78)
مركز كتلة هذه اللعبة ممثّل بالنقطة الحمراء، وهو يقع أسفل المركز الهندسي لها.

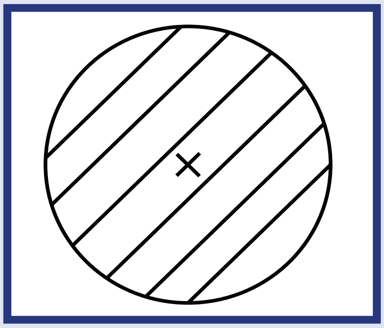
1. تعريف مركز الكتلة
Definition of Center of Mass

إنّ مركز كتلة الجسم، ويُسمّى أيضًا مركز العطالة، هو الموضع المتوسّط لكتل جميع الجزيئات التي يتكوّن منها هذا الجسم (شكل 78).

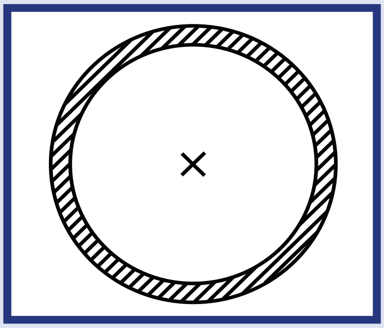
2. الفرق بين مركز الكتلة ومركز الثقل

Difference Between Center of Mass and Center of Gravity

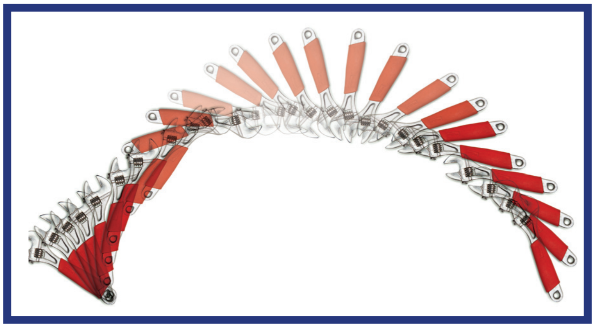
مركز الكتلة ومركز الثقل مفهومان يمكن استخدام أحدهما مكان الآخر، وذلك عندما تكون الأجسام على سطح الأرض أو قريبة منها. أمّا عندما تكون الأجسام كبيرة جدًّا بحيث تختلف قوّة الجاذبية الأرضية المؤثّرة على جزء من الجسم عن تلك المؤثّرة على جزء آخر، فيكون هناك فرق بسيط بين المركزين.
فعلى سبيل المثال، مركز الثقل لمركز التجارة العالمي الذي سينتهي بناؤه في العام 2013، والذي سيبلغ ارتفاعه 541m)، يقع عند 1mm) أسفل مركز كتلته. ويرجع السبب إلى أنّ قوى الجاذبية على الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من القوى المؤثّرة على الجزء العلوي منه.
لذلك، سنستخدم أيّ من التعبيرين مكان الآخر بالنسبة إلى الأجسام التي نتعامل معها يوميًّا، بما فيها المباني العالية.
مركز الكتلة لجسم كتلته موزّعة بشكل متجانس، ولا تتغيّر كثافته من نقطة إلى أخرى، ينطبق على مركزه الهندسي، ويمكن أن يكون نقطة مادية على الجسم نفسه كما هو الحال في القرص، حيث ينطبق مركز الكتلة مع المركز الهندسي (شكل 79). وقد لا يقع مركز كتلة الجسم بالضرورة في إحدى نقاط الجسم، بل يمكن أن يكون خارجها. فمركز كتلة حلقة دائرية يقع في مركز الدائرة وينطبق مع المركز الهندسي (شكل 80). وفي إطار المستطيل، يكون مركز الكتلة نقطة تقاطع الوترين، وهي خارج كتلة الإطار.
أمّا إذا لم يكن متجانسًا، فسيكون مركز الكتلة أقرب إلى المنطقة التي تحتوي على كتلة أكبر. فمركز كتلة المطرقة الحديدية يكون أقرب إلى رأسها الحديدي.
إنّ تحديد مركز الكتلة أو مركز الثقل، بالطرق التجريبية أو الحسابية، لأجسام منتظمة الشكل أو أجسام غير منتظمة الشكل، أو لنظام مؤلّف من أكثر من جسم هي من أهداف الدروس اللاحقة، حيث سنعرض تفصيليًّا كلّ حالة على حدة.
ويمكن أن نطبّق ما درسناه سابقًا عن حركة مركز الثقل على مركز الكتلة. فحركة المفتاح الإنجليزي الذي أُلقي في الهواء بحيث يصنع حركة دورانية حول نفسه أثناء حركته يُمثّل بحركة مركز الكتلة (شكل 81).



(شكل 79)
ينطبق مركز الكتلة على المركز الهندسي في القرص.

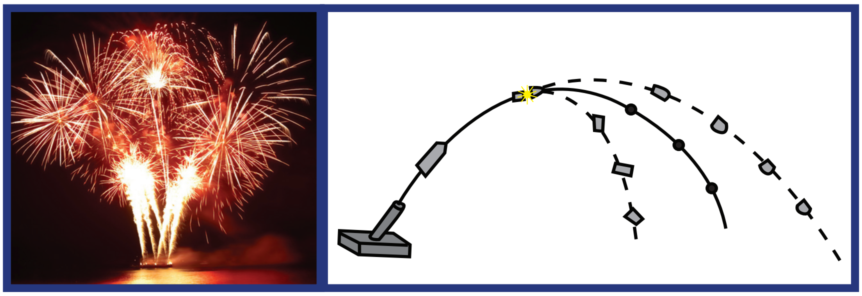


(شكل 80)
مركز الكتلة في المركز الهندسي، لكنّه خارج نقاط الجسم.



(شكل 81)
مركز ثقل المفتاح المنزلق بحركة دورانية يتبع مسار قطع ناقص.

وبالنسبة إلى القذيفة التي تنفجر في الهواء كالألعاب النارية، يتحرّك مركز كتلتها قبل انفجارها على مسار القطع المكافئ. وبعد الانفجار، تتحرّك الشظايا المتناثرة مبتعدة عن مركز كتلتها في كلّ الاتّجاهات، راسمة قطوعًا مكافئة مختلفة، في حين يتابع مركز كتلتها حركته على مساره القديم نفسه (شكل 82).



(شكل 82)

مركز كتلة القذيفة قبل انفجارها ينطبق على مركز كتلة شظاياها المتناثرة بعد الانفجار، ويتابع حركته كأنّ الانفجار لم يحدث.

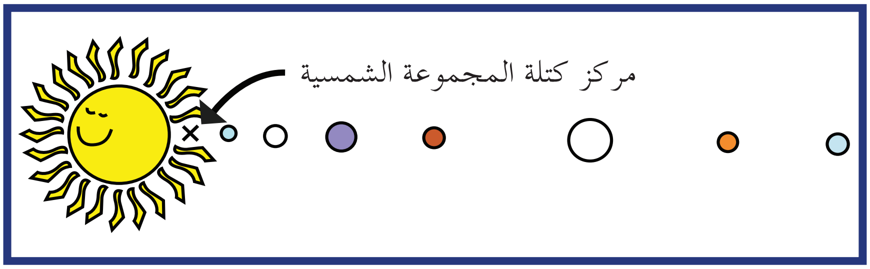
3. مركز الكتلة وتأرجح النجوم

Center of Mass and Swinging Stars

لا تدور كواكب المجموعة الشمسية حول مركز الشمس بل حول مركز كتلة المجموعة الشمسية، ولكن هذين المركزين منطبقان تقريبًا طالما أن الكواكب مبعثرة حول الشمس في جميع الجهات، أما إذا اصطفت جميع الكواكب على خط مستقيم في جانب واحد بالنسبة إلى الشمس فعندها سيبعد مركز كتلة المجموعة الشمسية مسافة 800 ألف كيلومتر عن سطح الشمس أي 1.5 مليون كيلومتر عن مركزها (شكل 83).

تدور الشمس أيضًا حول مركز كتلة المجموعة الشمسية وبما أن هذه النقطة قريبة جدًا من مركزها فإن حركة الدوران هذه تبدو للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط للشمس بين نقطتين.

إن التأرجح البسيط للنجوم معروف لدى علماء الفلك وهو يشكل دليلًا على وجود كواكب تدور حول النجم المتأرجح.



(شكل 83)

لا ينطبق مركز كتلة المجموعة الشمسية على المركز الهندسي للشمس. وإذا اصطفّت الكواكب على أحد جانبي الشمس، يصبح مركز كتلة المجموعة خارج سطح الشمس.

مراجعة الدرس 3–2

أوّلًا – عرّف مركز الكتلة.

ثانيًا – متى ينطبق مركز كتلة الجسم مع مركز الثقل؟

ثالثًا – عند دراسة مركز الكتلة لأجسام مختلفة، يتبيّن لنا أنّ مركز الكتلة في بعض الأجسام يكون نقطة مادّية موجودة على الجسم، ويكون في أجسام أخرى نقطة غير موجودة على الجسم. اَعط أمثلة توضّح فيها الحالتين.

رابعًا – في بعض الحالات لا ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة. اَعط مثالًا توضّح فيه هذه الحالة واشرح السبب في ذلك.

خامسًا – يلاحظ علماء الفلك أثناء مراقبتهم للنجوم أنّها تتأرجح في الفراغ حول مركز كتلتها. ما هو الاستنتاج الذي توصّل إليه العلماء من خلال هذا التأرجح؟

الدرس 3-3

تحديد موضع مركز الكتلة أو مركز الثقل

Determining the Position of the Center of Mass or Center of Gravity

الأهداف العامة

- يعرّف أنّ نقطة مركز الثقل المادية الموجودة على الجسم بأنها هي نقطة توازن الجسم.
- يحدّد عمليًّا موضع مركز الكتلة لأجسام منتظمة الشكل.
- يحدّد عمليًّا مركز الكتلة لأجسام غير منتظمة الشكل.
- يحسب رياضيًّا موقع مركز الكتلة لجسمين.
- يحسب رياضيًّا موقع مركز الكتلة لنظام مؤلّف من أكثر من كتلة نقطية.

تعرّفنا في الدروس السابقة مركز الثقل ومركز الكتلة، والتطابق بينهما في الأجسام الصغيرة حيث لا تتأثّر أجزاء الجسم بقوى جاذبية مختلفة. ودرسنا أنّ الاختلاف بينهما يكون بسيطًا جدًّا إذا لم يتطابقا، كما هو الحال في الأبراج والمباني المرتفعة جدًّا.

لذلك سنتعامل في هذا الدرس مع كلّ من مركز الكتلة ومركز الثقل على أنّهما نقطتان متطابقتان لا فرق بينهما، وعلى أنّ تحديد أيّ نقطة منهما يعني تحديد الأخرى.

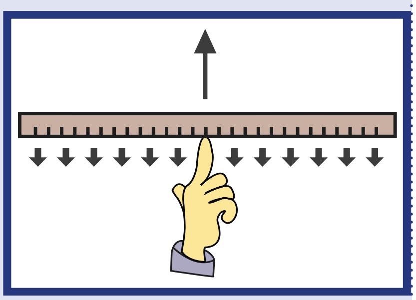
وسنحدّد موقع مركز الثقل مستخدمين الطرق العملية والطرق الحسابية في حالة الأجسام منتظمة الشكل والأجسام غير منتظمة الشكل.

1. مركز الثقل وتوازن الجسم

Center of Gravity and Equilibrium of the Body

كنّا قد درسنا سابقًا أنّ مركز الثقل لجسم ما هو نقطة ارتكاز محصّلة قوى الجاذبية المؤثّرة على الجسم حيث يتوازن الجسم إذا ارتكز على هذه النقطة، بشرط أن تكون تلك النقطة نقطة مادية على الجسم نفسه.

فعلى سبيل المثال، يقع مركز ثقل المسطرة في منتصفها تمامًا أي عند مركزها الهندسي. لاحظ الشكل (84). تمثّل الأسهم الصغيرة قوّة جذب الأرض على أجزاء المسطرة، ويمكن جمع هذه القوى كلّها في قوّة واحدة تكون محصّلة وتؤثّر في مركز الثقل. وهذا يعني أنّ ثقل المسطرة مرتكز في نقطة مركز الثقل، وبالتالي يمكننا موازنة المسطرة بالتأثير على مركز الثقل بقوّة واحدة لأعلى.



(شكل 84)
يبدو ثقل المسطرة كلّها كأنّه مركز في نقطة واحدة.

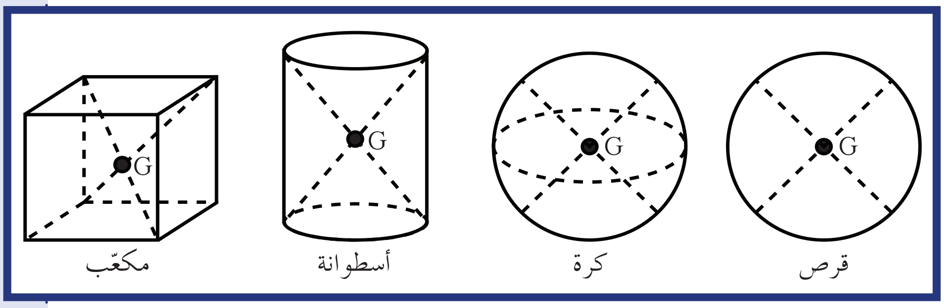
2. مركز ثقل الأجسام منتظمة الشكل

Center of Gravity of Regular–Shaped Bodies

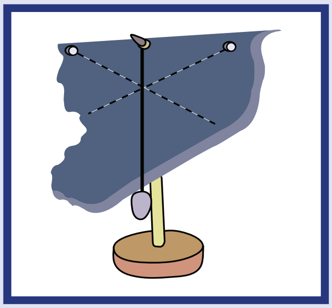
الأجسام منتظمة الشكل مثل المسطرة، الكرة، المكعّب، الأسطوانة، متوازي المستطيلات، القرص وغيرها.

ومركز الثقل أو الكتلة في الأجسام منتظمة الشكل ينطبق مع المركز الهندسي للجسم. ويمكن أن يكون نقطة مادّية من الجسم إذا كان الجسم ممتلئًا أو نقطة خارجه إذا كان الجسم مفرغًا.

لاحظ في الشكل (85) موقع مركز الثقل في الأجسام منتظمة الشكل، ولاحظ كيف أنّه ينطبق مع المركز الهندسي، وكيف يمكنه أن يكون نقطة مادّية موجودة على الجسم أو نقطة غير موجودة على الجسم.



(شكل 85)
مركز الثقل في الأجسام منتظمة الشكل



(شكل 86)
تعيين مركز ثقل جسم غير منتظم الشكل بواسطة خيط ذي ثقل.

3. مركز ثقل الأجسام غير منتظمة الشكل

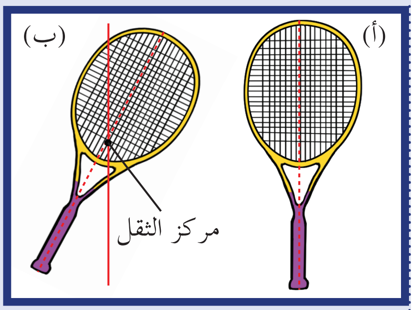
Center of Gravity of Irregular–Shaped Bodies

إنّ تحديد مركز الكتلة أو الثقل في بعض الأجسام غير منتظمة الشكل ليس بسهولة تحديده في الأجسام منتظمة الشكل.

كيف تحدّد موقع مركز الثقل؟

- علّق الجسم من أيّ نقطة موجودة عليه، ودعه يستقر بعد أن كان يتأرجح. يقع مركز الثقل على خطّ عمودي أسفل نقطة التعليق (أو ينطبق على نقطة التعليق). أرسم هذا الخطّ العمودي. يمكنك استخدام خيط الفادن (خيط ذي ثقل) لرسم الخطّ (شكل 86).
- علّق الجسم من نقطة أخرى وارسم الخطّ العمودي الذي يحمل مركز الثقل بعد أن يستقرّ الجسم من جديد.
- نقطة التقاطع بين الخطّين تمثّل مركز ثقل الجسم.

فعلى سبيل المثال، لتحديد مركز الثقل لمضرب لعبة كرة المضرب، علّقه من أحد النقاط، وعندما يتوقّف عن التأرجح، أرسم الخطّ العمودي المارّ بنقطة التعليق، كما في الشكل (87–أ). ثمّ علّق الجسم من نقطة أخرى ولاحظ أنّ مركز الثقل يقع على الخطّ أسفل نقطة التعليق. ارسم خطًّا عموديًّا آخر. مركز الثقل هو نقطة التقاطع بين الخطّين العموديين كما في الشكل (87–ب).

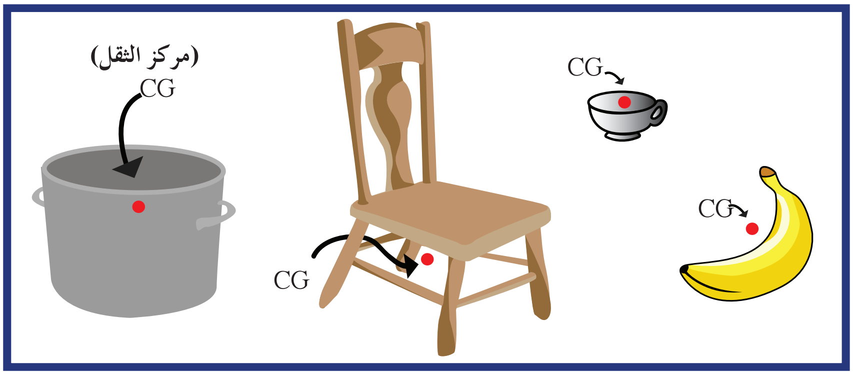


(شكل 87)
(أ) يمكن تحديد مركز الثقل للمضرب عند تعليق المضرب من أيّ نقطة.
(ب) نقطة الالتقاء للخطّين هي مركز الثقل للمضرب.

يمكننا أن نستخدم هذه الطريقة أيضًا للتحقّق عمليًّا من أنّ المركز الهندسي هو مركز الثقل للأجسام منتظمة الشكل.

تعلّمنا سابقًا في حالة الأجسام منتظمة الشكل أنّ مركز الثقل قد يكون نقطة خارج الجسم. ذلك ينطبق على الأجسام غير منتظمة الشكل حيث يمكن أن يكون مركز الثقل خارجها.

لاحظ موقع مركز الثقل في الشكل (88). فمركز ثقل الفنجان ومركز ثقل الوعاء يقعان في التجويف داخلهما، ومركز ثقل الكرسي يقع أسفلها. أي أنّ مركز الثقل في جميع هذه الأمثلة ليس نقطة موجودة على الجسم.

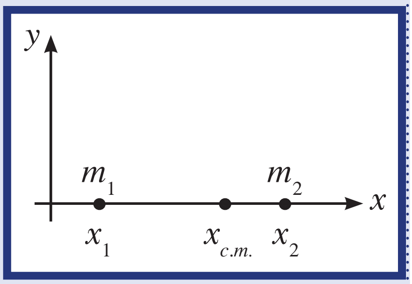


(شكل 88)

لا توجد مادّة عند مركز ثقل هذه الأجسام.

4. حساب موقع مركز كتلة جسمين نقطيين

Calculating the Position of Center of Mass of Two Point Objects



(شكل 89)

لنأخذ m_1 و m_2 كتلتين نقطيتين على محور السينات، حيث أنّ m_1 و m_2 في الموضعين x_1 و x_2 على محور السينات على الترتيب (شكل 89).

مركز كتلة الجسمين النقطيين اللذين يبعدان الواحد عن الآخر مسافة أكبر من أبعاد أيّ منهما يُحدّد بالعلاقة التالية:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

مثال (1)

$m_1 = (2)kg$ و $m_2 = (8)kg$ كتلتان نقطيتان على محور السينات تبعدان الواحدة عن الأخرى $(6)cm$.

أُحسب أين يقع مركز كتلة الجسمين.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $m_1 = (2)kg$

$m_2 = (8)kg$

مثال (1) (تابع)

باعتبار m_1 نقطة موجودة على مركز الإحداثيات $O(0,0)$، نحدّد $x_1 = 0$،
$x_2 = 6\ cm$.

غير المعلوم:

مركز الكتلة: $x_{c.m.} = ?$

2. احسب غير المعلوم

مستخدمًا المعادلة الرياضية:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

وبالتعويض عن المقادير المعلومة نحصل على:

$$x_{c.m.} = \frac{2(0) + 8(6)}{10} = (4.8)cm$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

يقع مركز كتلة الجسمين على محور السينات في الموضع (4.8,0)، وهو أقرب إلى الكتلة الأكبر، وهذا يؤكّد صحّة ما توصّلنا إليه.

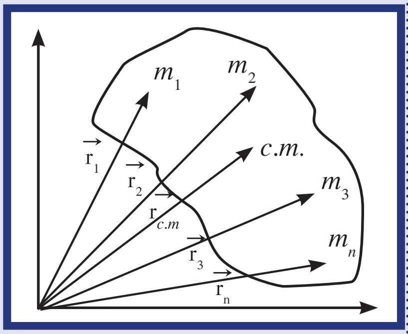
5. مركز كتلة عدّة كتل موجودة في مستوى واحد

Center of Mass of Several Bodies on the Same Plane

لنأخذ محموعة من الكتل النقطية m_1، m_2، m_3 ... محدّد موضعها في المستوى بمتّجهات المواقع $\vec{r}_1$، $\vec{r}_2$، $\vec{r}_3$ ...

يمكن أن يُحدّد موقع مركز الكتلة بتعميم العلاقة السابقة لكتلتين، ونكتب متّجه مركز الكتلة في بعدين على الشكل التالي:

$$\boxed{\vec{R}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}}$$



(شكل 90)

وبأخذ مركّبات العلاقة على المحاور (Ox) و (Oy)، نجد مركّبات مركز الكتلة:

$$x_{c.m.} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i x_i$$

$$y_{c.m.} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i y_i$$

وتجدر الإشارة إلى أنّ **موقع مركز الكتل لا يعتمد على طريقة اختيارنا لمحاور الإحداثيات بل على توزيع الجسيمات المؤلّفة للنظام.** ففي المثال المحلول، سيبقى موقع مركز الكتلة نفسه حتّى لو غيّرنا طريقة اختيار المحاور.

مثال (2)

أوجد موضع مركز كتلة ثلاث كتل $m_1 = (1)kg$ ، $m_2 = (2)kg$ و $m_3 = (3)kg$ ، موضوعة على رأس مثلّث متساو الأضلاع طول ضلعه $(10)cm$ (شكل 91) .

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم .

المعلوم: $m_1 = (1)kg$

$m_2 = (2)kg$

$m_3 = (3)kg$

طول الضلع: $L = (10)cm$

غير المعلوم:

مركز الكتلة: $x_{c.m.} = ؟$ و $y_{c.m} = ?$

2. احسب غير المعلوم

نختار المحورين (Ox) و (Oy) كما في الشكل (91) وتكون إحداثيات الكتل على الترتيب $(0,0)$، $(0,10)$، و $(5,5\sqrt{3})$، حيث يكون موضع الكتلة m_1 مركز الاحداثيات .

باستخدام المعادلات وبالتعويض عن القيم المعلومة نحصل على:

$$x_{c.m.} = \frac{1(0) + 2(10) + 3(5)}{(1 + 2 + 3)} = (5.8)cm$$

$$y_{c.m.} = \frac{1(0) + 2(0) + 3(5\sqrt{3})}{(1 + 2 + 3)} = (4.3)cm$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

مركز الكتلة موجود جهة الكتل الأكبر مقدارًا .

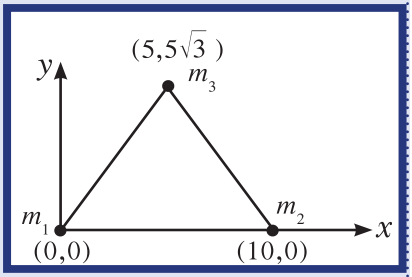
6. مركز كتلة عدّة كتل نقطية موجودة في الفراغ

Center of Mass of Several Point Objects in Space

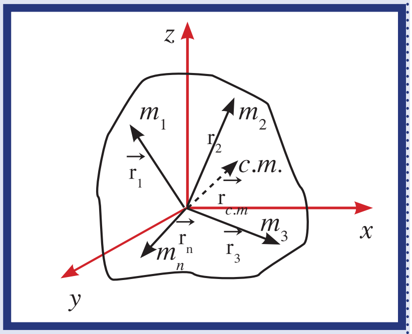
لنأخذ مجموعة من الكتل النقطية m_1 ، m_2 ، m_3 ... محدّد موضعها في الفراغ بمتّجهات المواقع $\vec{r}_1$ ، $\vec{r}_2$ ، $\vec{r}_3$ (شكل 92) ...

يمكن أن يُحدّد موقع مركز الكتلة لعدّة كتل في الفراغ بتعميم العلاقة السابقة التي استخدمناها في تحديد مركز الكتل في بعدين إلى علاقة في ثلاثة أبعاد ونكتب متّجه مركز الكتلة على الشكل التالي:

$$\boxed{\vec{R}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...}}$$



(شكل 91)



(شكل 92)

مسائل مع إجابات

1. وُضعت كتلتان متساويتان على طرفي قضيب طوله $(50)cm$ منتظم الشكل ومهمل الكتلة . أوجد موقع مركز كتلة النظام .

الإجابة: نقطة الوسط على القضيب

2. وُضع جسمان نقطيان كتلتهما $m_1 = (100)g$ و $m_2 = (300)g$ على التوالي على نقطتين A و B ، حيث $AB = (40)cm$. حدّد موضع مركز كتلة هذا النظام بالنسبة إلى النقطة A .

الإجابة: $(30)cm$ من النقطة A

3. قضيبان متشابهان ومتعامدان ، طول كلّ منهما L ، موصولان عن طرفيهما على النقطة O التي تشكّل مركز الإحداثيات . أوجد مركز الكتلة للنظام المؤلّف من القضيبين بالنسبة إلى مركز الاحداثيات O .

الإجابة: $(\frac{L}{4} ، \frac{L}{4})$

وبأخذ مركّبات العلاقة على المحاور (Ox)، (Oy) و(Oz)، نجد مركّبات مركز الكتلة:

$$\boxed{\begin{aligned} x_{c.m.} &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i x_i \\ y_{c.m.} &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i y_i \\ z_{c.m.} &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i z_i \end{aligned}}$$

7. مركز كتلة عدّة أجسام متّصلة

Center of Mass of Several Attached Bodies

لنأخذ جسمين متّصلين الواحد بالآخر مثل الكرة والعصا منتظمة الشكل الموضّحين في الشكل (93).

لتحديد موضع مركز الكتلة للجسمين، نقوم بتحديد مركز الكتلة لكلّ جسم، ثمّ نجد مركز الكتلة كما فعلنا سابقًا بين كتلتين نقطيتين.

ويمكننا أن نعمّم ذلك على أكثر من جسم يتّصل كلّ منهم بالآخر.

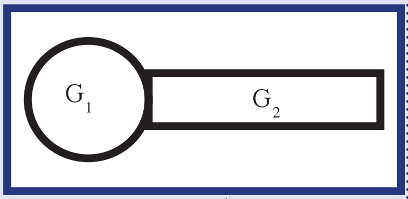
مسألة

أوجد مركز كتلة الكتل الموزعة على الشكل التالي:

$m_1 = (1)kg$ عند $(1,1,0)$

$m_2 = (0.5)kg$ عند $(0,0,1)$

$m_3 = (2)kg$ عند $(-1,2,2)$



(شكل 93)

مثال (3)

أوجد مركز الكتلة للنظام المؤلّف من الكرة والعصا (شكل 93) علمًا أنّ كتلة الكرة تساوي $m_1 = (2)$ kg ونصف قطرها يساوي $(20)cm$، وأنّ كتلة العصا تساوي $m_2 = (1)kg$ وطولها $(60)cm$.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: $m_1 = (2)kg$

$m_2 = (1)kg$

غير المعلوم:

مركز الكتلة للنظام المؤلّف من الكرة والعصا: $x_{c.m.} = ?$

2. احسب غير المعلوم

نحدّد مركز كتلة كلّ جسم، وهو المركز الهندسي لأنّهما جسمان منتظما الشكل.

نختار المحور الأفقي (Ox) الذي يمرّ بمركز الكتلتين كما في الشكل، ونختار مركز كتلة الكرة لتكون مركز الإحداثيات $(0,0)$. وبالتالي تكون إحداثيات مركز كتلة العصا $(50, 0)$.

باستخدام المعادلة الرياضية:

$$x_{c.m.} = \frac{2(0) + 1(50)}{1 + 2} = \frac{50}{3} = (16.66)cm$$

$$y_{c.m.} = (0)cm$$

وبالتالي يكون مركز كتلة النظام محدّد بالإحدثيات $(16.66,0)$.

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

مركز الكتلة موجود جهة الكتل الأكبر مقدارًا، وهذا يؤكّد صحّة النتائج.

مراجعة الدرس 3–3

أوّلًا – أذكر مثالًا لجسم يكون مركز ثقله عند نقطة لا تحتوي على أيّ مادّة.

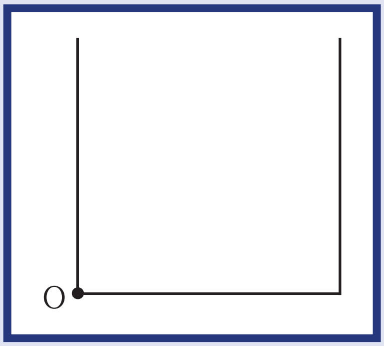
ثانيًا – هل يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد؟ علّل إجابتك.

ثالثًا – كيف يمكن تعيين موضع مركز الكتلة لجسم غير منتظم الشكل؟

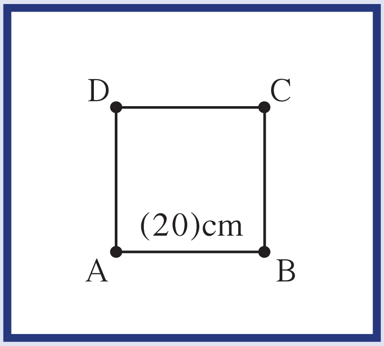
رابعًا – جسم صلب مكوّن من ثلاثة قضبان متساوية ومستقيمة ومتجانسة، ملتصقة بعضها ببعض كما في الشكل (94). حدّد بالنسبة إلى مركز الإحداثيات O موضع مركز الكتلة، علمًا أنّ طول كلّ قضيب يساوي $(10)cm$.

خامسًا – أُحسب موضع مركز الكتلة لنظام مؤلّف من أربع كتل: $m_A = (1)kg$ و $m_B = (2)kg$ و $m_C = (3)kg$ و $m_D = (4)kg$، موزّعة على أطراف مربّع طول ضلعه $(20)cm$ ومهمل الكتلة كما في الشكل (95).

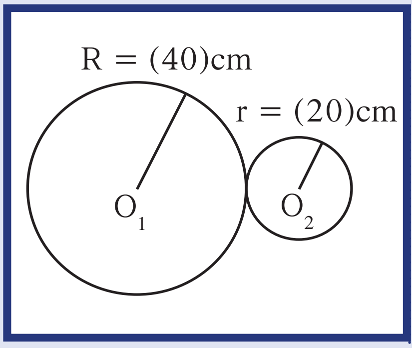
سادسًا – قرص من الحديد كتلته $(500)g$ ونصف قطره $(40)cm$ تمّ وصله بقرص من النحاس كتلته $(200)g$ ونصف قطره $(20)cm$ كما في الشكل (96). أُحسب موضع مركز كتلة القرصين.



(شكل 94)



(شكل 95)



(شكل 96)

الدرس 3-4

انقلاب الأجسام
Toppling

الأهداف العامة

- يعرّف انقلاب الأجسام.
- يحدّد العوامل المؤثّرة في انقلاب الأجسام.
- يفسّر سبب عدم انقلاب الأجسام على الرغم من إمالتها.
- يعرّف الزاوية الحدّية لانقلاب الجسم.
- يحسب مقدار الزاوية الحدّية لانقلاب جسم له شكل متوازي الأضلاع.

(شكل 97)
هل لتصميم هذه السيّارة دور في انقلابها؟

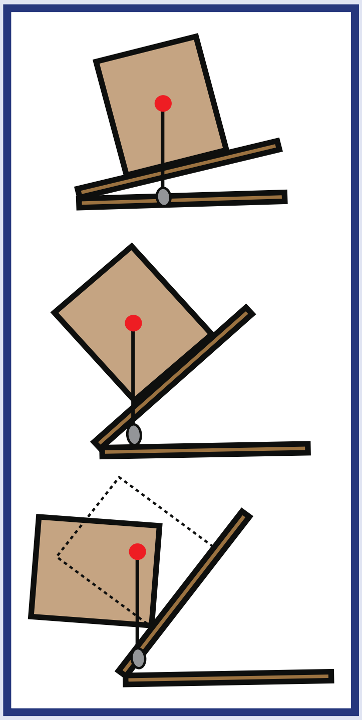
لماذا تنقلب بعض الشاحنات على جنبها أو تنقلب بعض السيارات عند اصطدامها؟ هل للتصميم دور في هذا؟ هل لموضع مركز الثقل تأثير على ثبات الأجسام وعدم انقلابها؟

الإجابات عن هذه الأسئلة هي موضوع هذا الدرس، حيث سنكتشف تأثير موقع مركز الثقل في مقاومة الأجسام للانقلاب.

1. انقلاب الأجسام Toppling

ثبّت بمسمار خيطًا ذا ثقل عند مركز كتلة خشبية كبيرة كما هو موضّح في الشكل (98)، وقم بإمالتها. لاحظ متى بدأ الجسم بالانقلاب.

ستلاحظ أنّ الجسم يبدأ بالانقلاب عندما يصبح الخيط ذا الثقل واقعًا خارج القاعدة الحاملة للجسم. وعليه يمكننا أن نستنتج أنّ القاعدة الأساسية لانقلاب الأجسام تتلخّص بما يلي: **عندما يكون مركز ثقل الجسم فوق مساحة القاعدة الحاملة للجسم، يبقى الجسم ثابتًا ولا ينقلب.**



(شكل 98)
انقلاب الجسم

وعندما يكون مركز ثقل الجسم خارج مساحة القاعدة الحاملة للجسم، سينقلب الجسم. يُستخدم هذا المفهوم في تحديد مقدار إمكانية ميل الحافلة بدون أن تنقلب (شكل 99). باص لندن الشهير الذي يتكوّن من طابقين يُصمم ليميل بزاوية °28 بدون أن ينقلب، وذلك على الرغم من أنّ الطابق العلوي مليء بالركّاب بينما لا يوجد في الطابق السفلي إلّا السائق والمحصّل. وهذا يعود إلى أنّ معظم ثقل الحافلة يرتكز في الطابق السفلي، وأنّ ثقل ركّاب الطابق العلوي لا يرفع موضع مركز الثقل إلّا مسافة صغيرة. بالتالي يبقى مركز الثقل فوق مساحة القاعدة الحاملة له وهذا يمنع انقلاب الحافلة على الرغم من إمالتها.

أحد الأمثلة المهمّة التي تبيّن أهمّية وجود مركز الثقل فوق المساحة الحاملة في ثبات الأجسام، هو برج بيزا المائل (شكل 100). فهو لا ينقلب لأنّ مركز ثقله يقع فوق مساحة القاعدة الحاملة له. فالخطّ العمودي من مركز الثقل يقع داخل القاعدة، وهذا ما جعل البرج يبقى قائمًا منذ قرون. لكن إذا مال البرج أكثر من ذلك وأصبح الخطّ العمودي من مركز الثقل خارج المساحة الحاملة له، فسيقع البرج حتمًا.

لكنّ السؤال الذي يطرح نفسه في مثل هذا الوضع هو، هل توجد طريقة تمنع سقوط هذا البرج وضياع هذا الإرث المهمّ؟

من المهمّ أن نعرف أنّه ليس ضروريًّا أن تكون القاعدة الحاملة للجسم واحدة. فالأرجل الأربعة للكرسي الموضّحة في الشكل (101) تحصر مساحة على شكل مستطيل تمثّل القاعدة الحاملة للكرسي. وعمليًّا يمكن استخدام إسناد لدعم البرج ومنعه من السقوط إذا زاد ميله إلى حدّ الخطر. وسيشكّل هذا الإسناد قاعدة حاملة جديدة للبرج تبقي مركز الثقل داخل حدود هذه القاعدة الحاملة الجديدة وتمنع سقوطه.

2. قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة

Closeness of the Center of Gravity to the Supporting Area

لاحظنا سابقًا أهمّية أن يكون مركز الثقل فوق المساحة الحاملة للجسم، وتأثير مقدار المساحة الحاملة على اتّزان الجسم وعدم سقوطه. لكن سنستكشف في هذا القسم الإجابة عن السؤال التالي: هل لقرب مركز الثقل أو بعده من المساحة الحاملة للجسم أهمّية في ثباته عدم وانقلابه؟

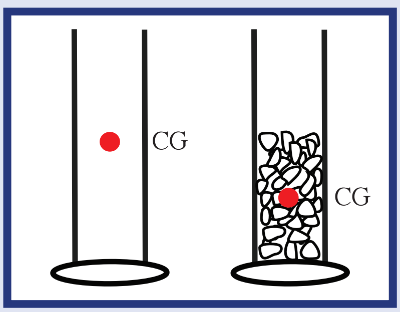
للإجابة عن هذا السؤال يمكننا أن نجري النشاط التالي:

لنأخذ مخبارين مدرّجتين متماثلتين لهما مساحة القاعدة نفسها، ونضع في المخبار الأول كمّية من الحصى الصغيرة نترك الثاني فارغ (شكل 102)، علمًا أنّ ملء المخبار بالحصى يجعل مركز ثقلها أقرب إلى القاعدة لأنّ مركز الثقل يكون أقرب إلى الثقل الأكبر كما تعلّمنا سابقًا.

(شكل 99)
يميل باص لندن الشهير بدون أن يقع.

(شكل 100)
لا يقع برج بيزا المائل لأنّ مركز ثقله يقع فوق قاعدته.

(شكل 101)
تمثّل المساحة أسفل المقعد حدود المساحة الحاملة له.



(شكل 102)
مركز الثقل في المخبار الذي يحتوي على حصى أقرب إلى القاعدة من مركز الثقل في المخبار الفارغ.

تؤثر قوّتين صغيرتين متساويتين على طرف كلّ مخبار ونلاحظ أيّ واحد منهما يمكن أن تنقلب أسهل، على الرغم من تساوي المساحة الحاملة لهما.

سنلاحظ أنّ المخبار الفارغ قد يميل أكثر من المخبار الذي يحتوي على الحصى، ومن المحتمل أن ينقلب جانبًا، في حين أنّ المخبار الذي يحتوي على كمّية من الحصى قد يميل قليلًا ويعود إلى وضع الاتّزان.

مما سبق يمكننا أن نستنتج أنّ قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة يزيد من ثبات الجسم ويمنع انقلابه. فكلّما كان مركز الثقل أقرب إلى المساحة الحاملة للجسم، كان الجسم أكثر ثباتًا.

وأحد التطبيقات المهمّة على زيادة ثبات الأجسام ومنع انقلابها بجعل مركز الثقل قريبًا من المساحة الحاملة للجسم، يظهر في تصميم سيّارات السباق السريعة (شكل 103). فتُصمّم هذه السيّارات بشكل يجعل مركز الثقل قريبًا جدًّا من المساحة الحاملة، ما يمنع انقلابها على الرغم من السرعات الكبيرة التي تتحرّك بها.

3. زاوية الانقلاب الحدّية Critical Angle of Toppling

إلى أيّ مدى يمكن إمالة الصندوق بدون أن ينقلب؟

لنأخذ صندوقًا على هيئة متوازي المستطيلات ويوضع على طاولة أفقية بحيث يكون ضلعه c عموديًّا على سطح الطاولة، والضلعان a وb على السطح كما في الشكل (104).

لنقم بإمالة الجسم حول المحور المارّ بالرأسين V_1 و V_2 بالاتّجاه الموجب. فنلاحظ أنّه عند إمالة الجسم بزاوية θ، يبقى مركز الثقل فوق المساحة الحاملة، لذلك يعود الجسم إلى اتّزانه ولا ينقلب إذا تُرك. لكن إذا أُميل الجسم بزاوية أكبر تجعل مركز الثقل خارج المساحة الحاملة (الوجه الملامس للطاولة)، سوف ينقلب الجسم ويفقد اتّزانه.

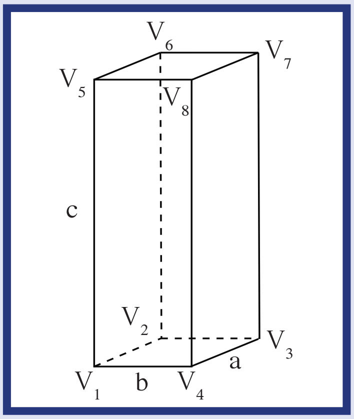
ولدراسة تأثير مقدار زاوية الإمالة على انقلاب الجسم، سنعرّف **الزاوية الحدّية θ_c، وهي الزاوية التي يكون فيها مركز ثقل الجسم في أعلى نقطة**، وحيث الخطّ العمودي المارّ بمركز الثقل يمرّ بالمحور V_1V_2 (شكل 105).

إذا أُميل الجسم بزاوية أكبر من الزاوية الحدّية θ_c، سينقلب الجسم حول المحور V_1V_2. أمّا إذا كانت زاوية الإمالة θ أصغر من الزاوية الحدّية، فسيعود الجسم إلى وضع اتّزانه (شكل 106).

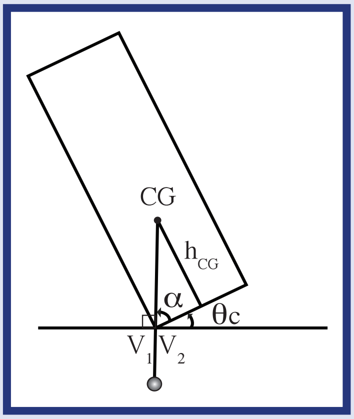
ومن المهمّ معرفة أنّ الأجسام ذات الزاوية الحدّية الكبيرة تكون أكثر استقرارًا وثباتًا من الأجسام ذات زاوية حدّية صغيرة.

ولحساب مقدار الزاوية الحدّية θ_c بالنسبة إلى مقاييس الجسم متوازي المستطيلات، سنعرّف الزاوية α، وهي الزاوية بين الضلع b والخطّ العمودي على سطح الطاولة والمارّ بمركز الثقل.

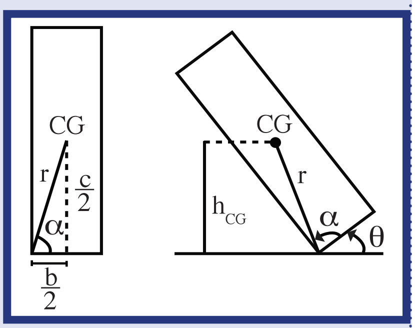
(شكل 103)
ارتفاع سيارة Formula 1 عن الأرض صغير لكي يجعل مركز ثقلها قريبًا إلى القاعدة الحاملة، ما يزيد من ثباتها.



(شكل 104)



(شكل 105)
عند الزاوية الحدّية، يكون مركز الثقل في أعلى نقطة.



(شكل 106)
ينقلب الجسم إذا كانت $\theta > \theta_c$.

وسنعرّف الزاوية θ لتكون الزاوية بين ضلع القاعدة b وسطح الطاولة (شكل 106).

لنفترض أنّ الجسم في وضع حيث يميل بزاوية $\theta = \theta_c$ كما في الشكل، يمكننا إذًا أن نجد العلاقة التالية:

$$\boxed{\tan \alpha = \frac{h_{CG}}{(b/2)} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2h_{CG}}{b}}$$

ومن الشكل نحدّد العلاقة بين الزاوية α والزاوية θ_c على الشكل التالي:

$$\boxed{\theta_c = 90 - \alpha}$$

وبالتعويض عن α نجد أنّ الزاوية الحدّية تساوي:

$$\boxed{\theta_c = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{2h_{CG}}{b}\right)}$$

إذا كان ارتفاع مركز الثقل h_{CG} عن القاعدة أصغر بكثير من طول ضلع القاعدة b، تكون الزاوية الحدّية قريبة إلى $90°$، وهذا يعني أنّه من الصعب أن ينقلب الجسم. يؤكّد ذلك ما توصّلنا إليه سابقًا عن أنّ قرب مركز الثقل من القاعدة يزيد من ثبات الجسم ومقاومته للانقلاب.

أمّا إذا كان ارتفاع مركز الثقل h_{CG} عن القاعدة أكبر من b، فتكون الزاوية الحدّية صغيرة جدًّا وتساوي الصفرتقريبًا. وهذا يعني أنّ الجسم لا يستطيع مقاومة الانقلاب وينقلب عند أيّ إمالة صغيرة.

مثال (1)

صندوق على شكل متوازي مستطيلات له الأبعاد التالية: $a = (5)cm$، $b = (5)cm$، $c = (20)cm$، موضوع على سطح أفقي أملس بحيث الضلع c عمودي على السطح الأفقي.

احسب مقدار الزاوية الحدية التي إذا ما أميل الصندوق بزاوية أكبر منها انقلب على جنبه.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: أبعاد الصندوق: $a = b = (5)cm$، $c = (20)cm$

غير المعلوم:

الزاوية الحدية لانقلاب الصندوق: $\theta_c = ?$

مثال (1) (تابع)

2. احسب غير المعلوم

ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة $h_{CG} = (10)cm$

مستخدمًا المعادلة الرياضية: $\tan\alpha = \frac{2h_{CG}}{b}$

$$\tan\alpha = \frac{2 \times 10}{5} = 4 \Rightarrow \alpha = 76^{\circ}$$

$$\theta c = 90 - 76 = 14^{\circ}$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة أكبر من طول ضلع القاعدة، وهذا يعني سهولة انقلاب الجسم عند إمالة صغيرة.

مراجعة الدرس 3-4

أوّلًا – فسِّر سبب مدّ ذراعك أفقيًّا عندما تحمل شيئًا ثقيلًا باليد الأخرى.

ثانيًا – لأيّ مدى يمكن إمالة جسم قبل أن ينقلب؟

ثالثًا – فسِّر لماذا يبعد المصارع قدميه الواحدة عن الأخرى ويثني ركبتيه أثناء اللعب ليقاوم الانقلاب.

رابعًا – ما التغيير الذي يمكن أن يحدث للقاعدة الحاملة للكرسي الموضّح في الشكل (101) عند إزالة إحدى رجليه الأماميتين؟ هل ينقلب الكرسي؟

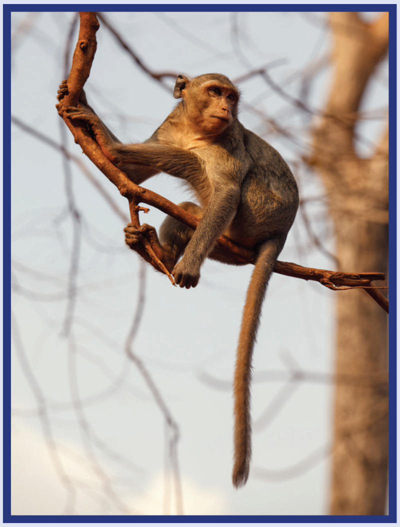
خامسًا – لماذا لا يسقط برج بيزا المائل؟

سادسًا – مكعّب من الخشب طول ضلعه $(10)cm$ موضوع على سطح أفقي. أُحسب مقدار الزاوية الحدّية لانقلاب المكعّب على أحد جوانبه إذا تعرّض لقوّة إمالة.

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالطبيعة

الذيول



عندما تنحني وتحاول مدّ ظهرك أفقيًّا قدر المستطاع لتبلغ يدك غرضًا بعيدًا عنك، ستلاحظ وجود حدّ إذا تجاوزته وقعت. يعتمد المدى الذي يمكنك مدّ جسمك خلاله على إمكانية حفظ الخطّ العمودي الممتدّ من مركز ثقل جسمك داخل حدود المساحة التي تحملك. من جهة أخرى، يستطيع القرد أن يمدّ جسمه لمسافات أكبر ممّا يستطيع الإنسان بدون أن يقع. ويرجع ذلك إلى أنّه يمدّ ذيله للوراء، فيبقى مركز ثقله فوق أقدامه. من خلال هذا المثال، يتّضح لنا أنّ ذيل الحيوان يجعله قادرًا على نقل موضع مركز ثقل جسمه مع المحافظة على اتّزانه. ولعلّنا نستطيع الآن فهم وظيفة ذيل الديناصورات الضخم في تمكينها من مدّ رقبتها بعيدًا عنها بدون أن تقع.

الاتّزان (الثبات)
Stability

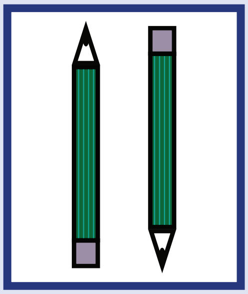
الأهداف العامة

- يعرّف مفهوم الاتّزان .
- يعرّف حالات الاتّزان السكوني (الاستاتيكي)، الاتّزان المستقرّ، الاتّزان غير المستقرّ (القلق)، الاتّزان المحايد (المتعادل) .
- يقارن بين اتّزان مستقرّ وآخر أكثر استقرارًا .
- يستنتج تأثير موقع مركز الثقل بالنسبة إلى نقطة الارتكاز على استقرار الاتّزان .

درسنا في الدرس السابق مفهوم الانقلاب والعوامل المؤثّرة في مقاومة الجسم للانقلاب وزيادة ثباته واتّزانه، من مساحة القاعدة الحاملة للجسم، وموقع مركز الثقل فوق تلك القاعدة وقرب أو بعد مركز الثقل من تلك القاعدة .

فالقلم الرصاص على سبيل المثال لا يستطيع أن يتّزن فوق رأسه المدبّبة، في حين يكون اتّزانه فوق قاعدته المستوية أسهل، لأنّ مساحة القاعدة الحاملة للقلم أوسع (شكل 107) . واتّزان القلم الرصاص القصير، حيث يكون مركز الثقل أقرب إلى القاعدة الحاملة، يكون أسهل من اتّزان القلم الرصاص الطويل .

لكن ما سنكتشفه في سياق هذا الدرس هو أنّ لاتّزان الأجسام حالات مختلفة بالنسبة إلى استقرارها وثباتها ومحافظتها على وضع الاتّزان الأوّلي .



(شكل 107)
يتّزن القلم على القاعدة المستوية .

1. تعريف الاتّزان Definition of Stability

ينقسم الاتّزان إلى نوعين: اتّزان سكوني (استاتيكي) واتّزان ديناميكي .

يكون الجسم الصلب متّزنًا اتّزانًا سكونيًّا إذا كان ساكنًا، أي أنّه لا يتحرّك من موضعه أو يدور حول أيّ محور، مثل كتاب موضوع على سطح أفقي .

أمّا إذا تحرّك الجسم بسرعة منتظمة على خطّ مستقيم حيث تساوي محصّلة القوى المؤثّرة عليه صفرًا، أو إذا كان الجسم يدور بسرعة دورانية ثابتة، فيكون في حالة اتّزان ديناميكي .

سنتناول في هذا الدرس الاتّزان السكوني فحسب، وسنوضّح حالاته المختلفة .

2. حالات الاتّزان السكوني Cases of Static Stability

لماذا من الصعب جدًّا أن نجعل القلم الرصاص يتّزن فوق رأسه المدبّبة على الرغم من أنّ مركز ثقله يقع تمامًا فوق هذه الرأس؟

إذا أجبت بأنّ صغر المساحة الحاملة للقلم هي السبب الوحيد، فإنّ إجابتك ليست دقيقة. يوجد سبب أساسي آخر مهمّ لعدم اتّزان القلم. ولمعرفة هذا السبب، ضع مخروطًا مصمتًا من الخشب على طاولة أفقية مستوية كما في الشكل (108).

ستلاحظ استحالة توازن هذا المخروط على رأسه، حتّى لو كان مركز ثقله يقع تمامًا فوق الرأس، مثل القلم الرصاص، لأنّ أيّ اهتزاز، مهما كان ضعيفًا، سيسبّب انقلابه. لكن لاحظ ما إذا كان الانقلاب سيسبّب ارتفاع مركز ثقل المخروط بالنسبة إلى سطح الطاولة، أو انخفاضه، أم أنّه لن يغيّر في موضعه.

توصلك إجابتك عن هذا السؤال إلى معرفة السبب الثاني وراء عدم اتّزان القلم الرصاص أو المخروط على رأسه.

بنظرة فاحصة للشكل (109) سترى أنّ مركز الثقل قد انزاح إلى أسفل عندما تحرّك المخروط. لذلك لم يستطع المخروط أن يستقرّ على رأسه المدبّب، وكان اتّزانه غير مستقرّ.

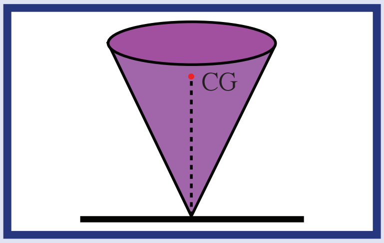
وعليه نعرّف **توازن الجسم بأنّه توازن غير مستقرّ عندما تسبّب أيّ إزاحة انخفاضًا في مركز ثقل الجسم، وعندما يبتعد هذا الجسم نهائيًّا عن حالة اتّزانه إذا دُفع عنها.**

ضع المخروط على قاعدته كما في الشكل (110)، ولاحظ سهولة اتّزانه عند ارتكازه على قاعدته.

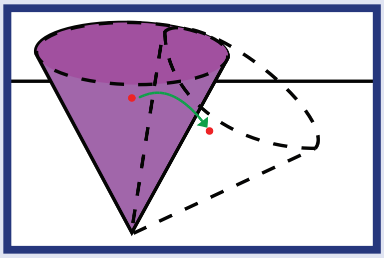
حاول أن تقلبه من هذا الوضع ولاحظ أنّك تضطرّ إلى بذل شغل عليه من أجل إزاحة مركز ثقله إلى أعلى. لاحظ أيضًا أنّك إذا أفلتّه يعود إلى وضعه الأوّلي، أي أنّ الجسم في حالة توازن مستقرّ. **ويكون توازن الجسم توازنًا مستقرًّا عندما تسبّب أيّ إزاحة ارتفاعًا في مركز الثقل، وعندما يعود إلى حالة اتّزانه الأولى إذا دُفع عنها.**

ضع المخروط على أحد جوانبه ولاحظ عدم ارتفاع مركز ثقله أو انخفاضه عند إزاحته في أيّ اتّجاه. يكون الجسم في مثل هذه الحالة في حالة توازن محايد (متعادل) (شكل 111). **ويكون توازن الجسم توازنًا محايدًا عندما لا تسبّب أيّ إزاحة ارتفاعًا أو انخفاضًا في مركز ثقله، وعندما ينتقل من حالة اتّزان إلى حالة اتّزان جديدة إذا دُفع عنها.**

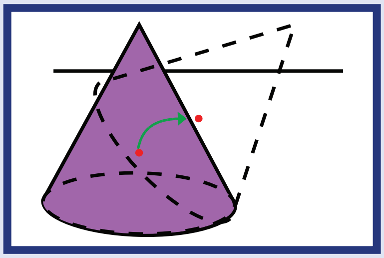
وإذا قارنّا بين المخروط والقلم الرصاص، نستنتج أنّ القلم يكون في حالة توازن غير مستقرّ عند ارتكازه على رأسه. أمّا عند ارتكازه على قاعدته المستوية كما في الشكل (112)، فيكون في حالة توازن مستقرّ لأنّ انقلابه يتطلّب ارتفاعًا صغيرًا في مستوى مركز ثقله.



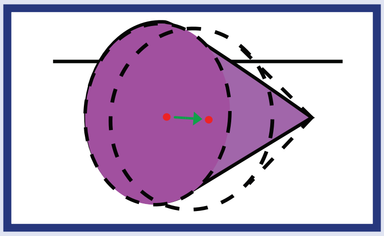
(شكل 108)
مخروط مصمت موضوع على رأسه



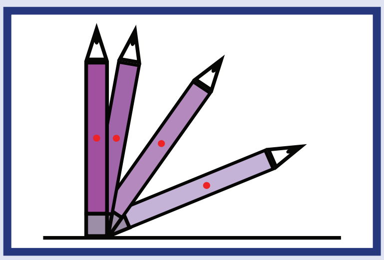
(شكل 109)
توازن غير مستقرّ للجسم الذي ينخفض مركز ثقله عند إزاحته.



(شكل 110)
توازن مستقرّ للجسم الذي يجب بذل شغل لرفع مركز ثقله.



(شكل 111)
توازن محايد للجسم الذي لا يرتفع مركز ثقله ولا ينخفض.



(شكل 112)
لكي ينقلب القلم عندما يكون على قاعدته المستوية، يجب أن يرتفع مركز ثقله قليلًا ثمّ ينقلب.

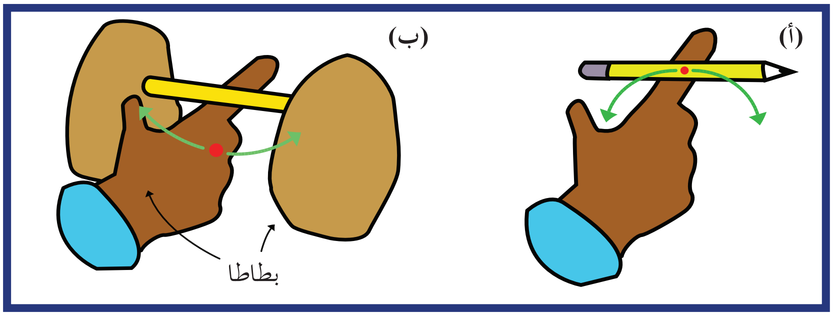
3. العلاقة بين اسـتقرار الأجسـام ومركز الثقل

Relation Between Stability of Bodies and Center of Gravity

تعلّمنا في الدرس السابق عن الزاوية الحدّية لانقلاب الأجسام، ولاحظنا أنّ مقدار الزاوية الحدّية للانقلاب يعتمد على ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة الحاملة للجسم. واستنتجنا أنّه عندما يكون ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة كبيرًا، يكون الجسم أقلّ ثباتًا في اتّزانه من جسم له مساحة القاعدة الحاملة نفسها لكن مركز ثقله أقرب إلى القاعدة.

وبما أنّ الانقلاب هو حالة معاكسة للثبات، فيمكننا أن نقول أنّ **الجسم الذي له مركز ثقل منخفض يكون أكثر استقرارًا من ذلك الذي له مركز ثقل أعلى.** فالكتابان في الشكل (113) مثلًا في حالة اتّزان مستقرّ. لكنّ الكتاب المسطّح يكون أكثر استقرارًا من الآخر، فهو يحتاج إلى بذل شغل لرفع مركز ثقله إلى زاوية الانقلاب أكثر من الكتاب المرتكز على جانبه، والذي له مركز ثقل أكثر ارتفاعًا من الكتاب الموضوع بشكل مسطّح.

اتّزان القلم الرصاص في الشكل (114–أ) هو اتّزان غير مستقرّ لأنّ مركز ثقله ينخفض عند إمالته. لكن عند تثبيت ثمرتي البطاطا عند طرفي القلم، يصبح اتّزانه مستقرًّا لأنّ مركز ثقل المجموعة (القلم وثمرتي البطاطا) أصبح أسفل نقطة الارتكاز، ويرتفع إلى أعلى عند إمالة القلم كما يوضّح الشكل (114–ب).

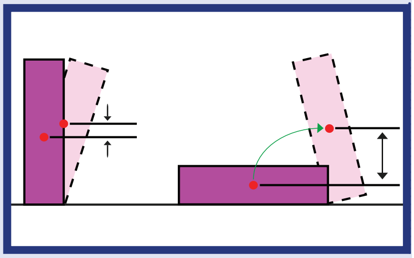


(شكل 114)

(أ) القلم المرتكز على إصبع اليد غير مستقرّ التوازن، فعند إمالته ينخفض مركز ثقله.
(ب) عند تعليق ثمرتي البطاطا بطرفي القلم يصبح التوازن مستقرًّا، حيث يرتفع مركز الثقل عند إمالة القلم.

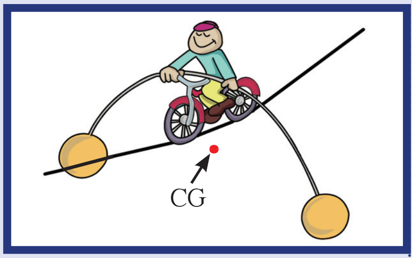
تعتمد بعض ألعاب الاتّزان الشهيرة للأطفال على هذا المبدأ. ويرجع السرّ في هذا إلى طريقة توزيع الثقل بحيث يقع مركز ثقل اللعبة أسفل نقطة الارتكاز تمامًا. وتُعتبر اللعبة الموضّحة في الشكل (115) مثالًا على ذلك.

ينخفض مركز ثقل المبنى إذا وجد جزء كبير منه في باطن الأرض، ويعتبر ذلك مهمًّا للمنشآت المرتفعة والضيقة، ومن أوضح الأمثلة على هذا ذلك المبنى الموضح بالشكل (116) والموجود في الولايات المتحدة الأمريكية، حيث إنه يمتد في باطن الأرض للحد الذي يجعل مركز ثقله يقع أسفل سطح الأرض، أي إنه لا يمكن أن يسقط كاملًا، والسبب أن سقوطه لن يخفض موضع مركز ثقله مطلقًا.



(شكل 113)

قلب الكتاب عندما يكون على حافّته يحتاج إلى رفع مركز الثقل قليلًا، في حين أنّ قلب الكتاب المسطّح يحتاج إلى رفع مركز الثقل أكثر. أيّهما يحتاج إلى بذل شغل أكثر ليُقلب؟



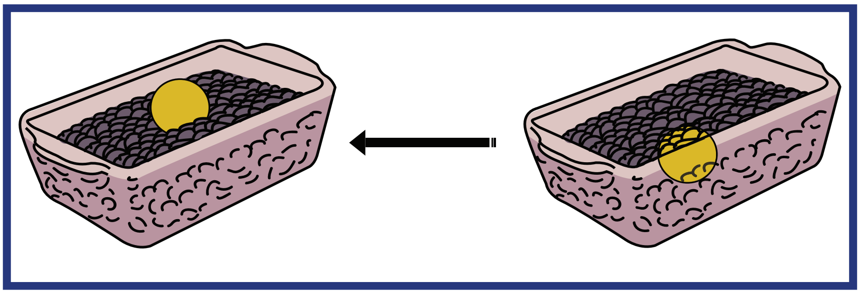
(شكل 115)

يقع مركز ثقل هذه اللعبة أسفل نقطة الارتكاز، فتكون في حالة توازن مستقرّ لأنّ مركز ثقلها سيرتفع لأعلى عندما تميل.

(شكل 116)

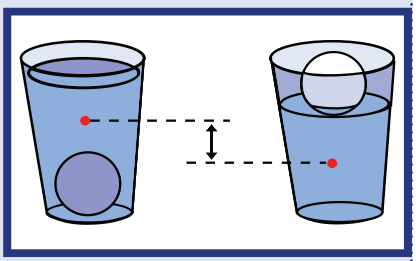
مبنى سياتل سبيس نيدل في ولاية واشنطن في الولايات المتحدة الأمريكية. هذا المبنى غير قابل للسقوط مثل جبل جليد عائم لأنّ لكليهما مركز ثقل يقع أسفل سطح الأرض.

ويمكن مشاهدة ميل مركز الثقل لاتّخاذ أكثر المواضع انخفاضًا من خلال وضع كرة تنس الطاولة في قاع صندوق يحتوي على حبوب جافّة أو حصى صغيرة، كما في الشكل (117). عند رجِّ الصندوق ومحتوياته، لاحظ أنّ الحصى تدفع الكرة لأعلى وتهبط هي لأسفل. وبهذه الطريقة يحتفظ الصندوق بمركز ثقله عند أدنى مستوى ممكن.



(شكل 117)
(يمين) كرة تنس طاولة موجودة في قاع صندوق يحتوي على حصى صغيرة أو حبوب جافّة.
(يسار) عند رجّ الصندوق ومكوّناته يمينًا ويسارًا، تتحرّك الكرة لأعلى. والنتيجة هي انخفاض مستوى مركز ثقل المجموعة التي في الصندوق.

ويحدث الشيء نفسه في الماء عندما يرتفع جسم ويستقرّ طافيًّا على سطحه، كقطعة من الثلج مثلًا، فينخفض لأسفل مركز ثقل المجموعة. يحدث ذلك لأنّ ارتفاع الثلج يحتّم انخفاض حجم مساوٍ من الماء، ذات الكثافة الأكبر. وإذا كانت كثافة الجسم المتحرّك أكبر من كثافة الماء، يتحرّك الجسم لأسفل ويغوص (شكل 118)، ويتبع ذلك أيضًا انخفاض مركز ثقل المجموعة.



(شكل 118)
يكون مركز ثقل كوب الماء مرتفعًا عندما توجد كرة تنس الطاولة في القاع (يسار)، وينخفض عندما تطفو الكرة (يمين).

أمّا إذا كانت كثافة الجسم المتحرّك مساوية لكثافة الماء، فإنّ مركز ثقل المجموعة لا يتحرّك لأسفل ولا لأعلى مهما كان اتّجاه حركة الجسم، أي أنّ مركز ثقل المجموعة لا يعتمد على موضع الجسم طالما أنّه موجود بكامله أسفل سطح الماء. لذلك يمكن القول إنّ وزن أيّ من الأسماك يجب أن يساوي وزن الماء الذي له الحجم نفسه (أي لها كثافة الماء نفسها)، وإلّا لما استطاعت التواجد على أعماق مختلفة أثناء سباحتها، ولدفعت مياه الأنهار والبحار الأسماك إلى السطح كقطع الثلج أو إلى القاع كقطع الحجارة.

وعند ملء صندوق بقطع حجارة ذات أحجام مختلفة ثمّ هزه يمينًا ويسارًا، ستلاحظ أنّ الحجارة صغيرة الحجم تتخلّل المسافات بين الأحجار الكبيرة، وتتركّز في قاع الصندوق، في حين تُدفع الحجارة الأكبر إلى السطح. ويستخدم تجّار الزيتون أو التوت المبدأ نفسه في فصل الثمار الكبيرة. فيضعون الثمار التي تمّ جمعها من الأشجار في صناديق، ثمّ يهزّون الصناديق يمينًا ويسارًا، فترتفع الثمار الأكبر لأعلى، ويصبح فصلها أسهل.

مراجعة الدرس 3-5

أوّلًا – فسِّر سبب عدم إمكانية انقلاب لعبة الأطفال الموضّحة في الشكل (115).

ثانيًا – كيف تفرّق بين التوازن المستقرّ وغير المستقرّ والمتعادل؟

ثالثًا – علِّل: عند مدّ جسمك تمامًا بينما تكون متعلّقًا بيديك في سلك هوائي أسهل من مدّه متزنًا بينما تقف على يديك.

رابعًا – ما السرّ في استقرار بعض الأنواع من ألعاب الأطفال في حالة اتّزان مستقرّ، على العكس ما تبدو عليه، أي غير مستقرّة؟

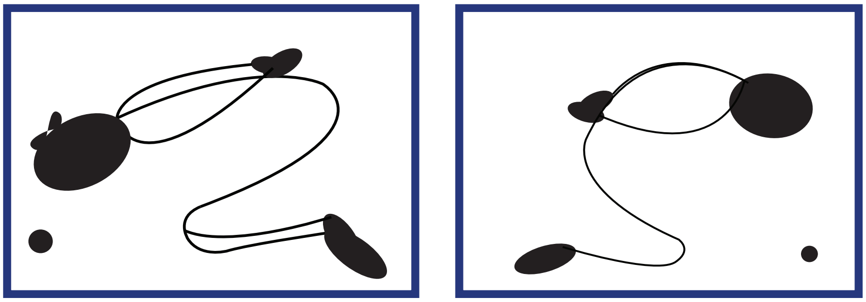
خامسًا – عندما يهتزّ صندوق يحتوي على حبوب جافّة، وفي قاعه كرة تنس طاولة، ماذا يحدث لمركز ثقل الصندوق ومحتوياته؟

سادسًا – ماذا يحدث لمركز ثقل كوب يحتوي على ماء عند غمر كرة تنس طاولة تحت سطح الماء؟

الدرس 3-6

مركز ثقل جسم الإنسان
Center of Gravity of People

الأهداف العامة



(شكل 119)

عندما تكون يدا الرجل خلف ظهره ، يكون مركز ثقله خارج مساحة القاعدة الحاملة (الركبتين) لجسمه ، لذلك ينقلب عندما ينحني إلى الأمام . لكن يبقى مركز ثقل المرأة فوق مساحة القاعدة الحاملة ، لذلك لا تنقلب عندما تنحني إلى الأمام .

أظهرت التجارب أنّ المرأة تستطيع أن تنحني لتلمس أصابع قدميها أو تضع يديها على الأرض بسهولة أكبر من الرجل الذي غالبًا ما يسقط عند محاولته القيام بذلك .

ويعود السبب في عدم الاتّزان إلى اختلاف موضع مركز الثقل بين الرجل والمرأة . فموضع مركز الثقل في الرجل أعلى من موضع مركز الثقل في المرأة ، وهذا يؤدّي إلى خروج مركز ثقله عن المساحة الحاملة له عند انحناءه أكثر من حدوث ذلك عند انحناء المرأة .

وتظهر الدراسات الرياضية أنّ أداء اللاعبين في القفز والوثب يختلف ، ويرتبط بقدرتهم على تغيير موضع مركز ثقلهم أثناء أداء نشاط رياضي .

درسنا سابقًا أهمّية موضع مركز الثقل في ثبات الأجسام واتّزانها . أمّا في هذا الدرس ، فسنعمل على تحديد موضع مركز الثقل لكلّ إنسان (الرجل ، المرأة أو طفل) . وسنكتشف تأثير موقع مركز الثقل في جسم الإنسان على بعض قدراته الفيزيائية ، وكيفية اختلاف هذه القدرات بين شخص وآخر بحسب قدرته على التحكّم بمواضع مركز ثقله أثناء أداء نشاط رياضي .

1. مواضع مركز الثقل في الانسان

Locations of Center of Gravity in the Human Body

يختلف موضع مركز الثقل في الإنسان بين الإناث والذكور والأولاد، ويختلف أيضًا باختلاف وضع اليدين فوق الرأس أو على الجانبين، أو حتّى بسبب البدانة أو النحافة.

فعندما تقف معتدلًا وذراعاك إلى جانبيك، يقع مركز ثقلك داخل جسمك وتحديدًا على بعد 2 إلى 3 سنتمترات أسفل السرّة، وفي موضع متوسّط بين ظهرك وبطنك، في حين يقع أسفل ذلك بقليل في جسم المرأة لأنّها أكثر عرضًا في منطقة الحوض وأقلّ عرضًا عند الكتفين.

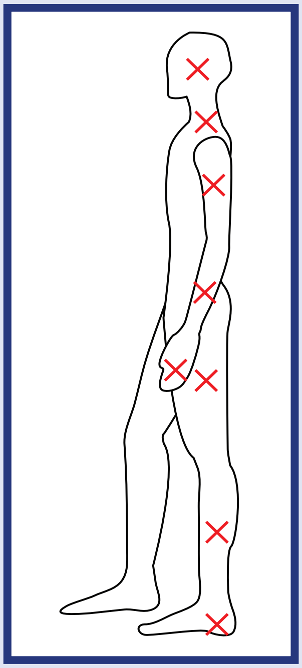
وبالنسبة إلى الأطفال، يكون مركز ثقل جسمهم أعلى من مركز ثقل جسم البالغين بنسبة 5% بسبب الزيادة النسبية لحجم الرأس وقصر الأرجل.

2. حساب موضع مركز الثقل رياضيًّا في جسم إنسان

Mathematical Calculation of Center of Gravity in Human Body

نحن نعلم أن هناك اختلافات كبيرة بين جسم وآخر، لكن في هذا القسم، سنعتمد في حساباتنا على معطيات نسبية لجسم الإنسان.

يُظهر الجدول (2) مواضع مركز الثقل بالنسبة إلى الأرض لمكوّنات جسم رجل "نموذج" يقف على قدميه (شكل 120). ويُظهر أيضًا نسبة كتلة كلّ جزء من أجزاء الرجل بالنسبة إلى الكتلة الكلّية.



(شكل 120)
صورة لإنسان وُضعَت عليها نقاط مركز الثقل اعتمادًا على الجدول (2).

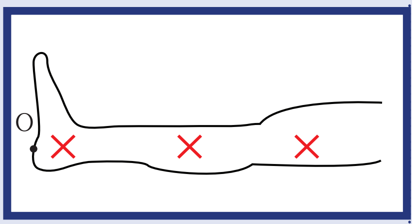
أعضاء الجسم	النسبة المئوية لموضع مركز الكتلة بالنسبة إلى الأرض	النسبة المئوية للكتلة
الرأس	93.5	6.9
الجذع والرقبة	71.1	46.1
الجزء العلوي للذراعين	71.7	6.6
الجزء السفلي للذراعين	55.3	4.2
اليدان	43.1	1.7
الجزء العلوي للرجلين	42.5	21.5
الرجلان السفليتان	18.2	9.6
القدمان	1.8	3.4

(جدول 2)
مواضع مركز الثقل بالنسبة إلى الأرض لمكوّنات جسم رجل "نموذج"

باستخدام هذا الجدول يمكننا أن نحدّد أنّ مركز كتلة الجسم موجود على ارتفاع 58% من الطول الكلّي للرجل من سطح الأرض.

إِستخدِم هذا الجدول في حساب موضع مركز الكتلة لرِجل رجل طوله (1.7)m عندما تكون الرجل ممدودة كما في الشكل (121).

إنّ النظام الذي نريد أن نجد مركز كتلته يتألّف من ثلاث كتل: الرجل العلوية، الرجل السفلية والقدم.



(شكل 121)
الرِجل نظام مؤلّف من ثلاث كتل

موقع مركز الكتلة ومقدار الكتلة موضّحان في الجدول (2). ولحساب المسافة بالمتر، يجب أن نضرب النسبة المئوية بالمقدار $\frac{1.7}{100}$.

لنختَر النقطة O نقطة إسناد، ولنجد أبعاد مركز كتلة كلّ من الكتل بالنسبة إلى O على الشكل التالي:

x_1 بعد مركز كتلة الرجل العلوية عن نقطة الإسناد:

$$x_1 = 42.5 \times 1.7 = (72.25)\text{cm}$$

x_2 بعد مركز كتلة الرجل السفلية عن نقطة الإسناد:

$$x_2 = 18.2 \times 1.7 = (30.94)\text{cm}$$

x_3 بعد مركز كتلة القدم عن نقطة الإسناد:

$$x_3 = 1.8 \times 1.7 = (3.06)\text{cm}$$

باستخدام المعادلة الرياضية لتحديد موضع مركز الثقل في بعد واحد:

$$\boxed{x_{CG} = \frac{(x_1 \times m_1) + (x_2 \times m_2) + (x_3 \times m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}}$$

نحصل على:

$$x_{CG} = \frac{21.5\ (72.25) + 9.6\ (30.94) + 3.4\ (3.06)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = (53.93)\text{cm}$$

أي أنّ مركز كتلة رِجل الرجل الموضّحة في الشكل (121) تبعد (53.93)cm عن نقطة الإسناد O.

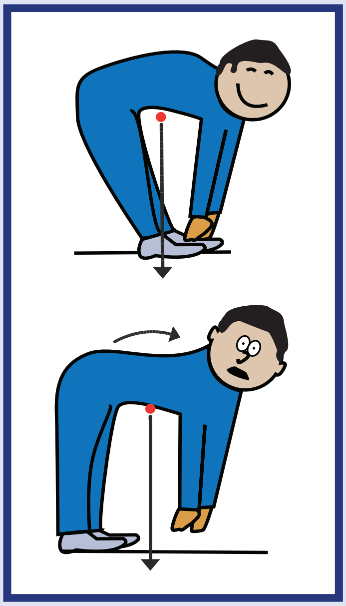
3. تأثير موضع مركز الثقل في أنشطتنا الفيزيائية

Influence of the Position of the Center of Gravity on Our Physical Activities

عندما تقف منتصبًا، يقع مركز ثقلك في منطقة فوق المساحة الحاملة داخل محيط جسمك، والمحدّدة بقدميك.

ففي المواقف التي قد تفقد فيها توازنك، كالوقوف داخل حافلة تتحرّك على طريق ملتوية، أنت تباعد بين قدميك لزيادة حجم هذه المنطقة، أمّا الوقوف على قدم واحدة فسوف يقلّص كثيرًا حجم هذه المنطقة. والطفل الذي يتعلّم المشي يتدرّب في الواقع للحفاظ على مركز ثقله داخل حدود قدميه. وهذا ما تفعله طيور الحمام والبطّ التي تحرّك عنقها ورأسها للأمام والخلف عند كلّ خطوة لتحافظ على مركز ثقلها داخل حدود رجليها.

قد تكون قادرًا على الانحناء للأمام ولمس أصابع قدميك بدون ثني ركبتيك. ولكي تنجح في ذلك، ستلاحظ حاجتك إلى دفع نصفك للخلف قدر الإمكان كما في الشكل (122) لكي يبقى مركز ثقل جسمك داخل حدود قدميك. ولكنّك لن تنجح إذا كرّرت هذه الحركة ونصفك ملاصق للحائط. والسبب هو أنّك لن تتمكّن من ضبط وضع أجزاء جسمك ليبقى مركز الثقل داخل حدود قدميك، فتصبح في هذه الحالة عرضة للوقوع لأنّ مركز الثقل أصبح خارج حدود القدمين.



(شكل 122)
يمكنك أن تنحني لتلمس أصابع قدميك بدون أن تقع فقط إذا كان مركز ثقلك أعلى المنطقة المحيطة بقدميك.

4. موضع مركز الثقل والأداء الرياضي

Location of the Center of Gravity and Athletic Performance

عندما ترفع يديك لأعلى إلى جانب رأسك، يرتفع مركز ثقل جسمك من 5 إلى 8 سنتمترات. أمّا إذا ثنيت جسمك على شكل حرف "u" أو حرف "c"، فسيقع مركز الثقل خارج الجسم كلّه. ويستفيد اللاعب الموضّح في الشكل (123) من هذه الحقيقة، حيث يعبر مركز ثقله أسفل الحاجز المعلّق، في حين يعبر جسمه فوق الحاجز.

وينطبق ذلك على راقص الباليه في الشكل (124) الذي يبدو وكأنّه يطفو في الهواء لأنّه يغيّر موضع مركز ثقله أثناء أدائه. فعندما يرفع يديه وقدميه بينما يكون في الهواء، يرتفع مركز ثقله إلى أعلى لجهة الرأس، فيصبح مسار مركز الثقل على شكل قطع مكافئ. أمّا رأسه فيبقى على الارتفاع نفسه تقريبًا لفترة أطول.

(شكل 123)

يعبر لاعب في مسابقة القفز العالي بجسده فوق الحاجز المعلّق، في حين يعبر مركز ثقله أسفله.

(شكل 124)

حركة رأس راقص الباليه إلى أعلى هو أقلّ من حركة مركز ثقله إلى أعلى، وهذا ما يجعله يبدو وكأنّه يطفو في الهواء.

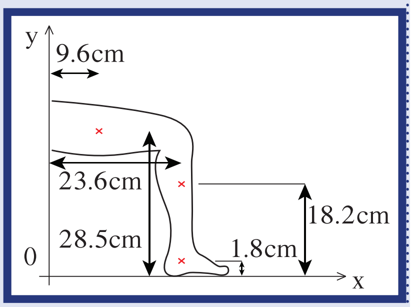
مراجعة الدرس 3–6

أوّلًا – لماذا يثني متسابقو الوثب العالي أجسامهم على شكل حرف "u" أو حرف "c" لعبور حاجز معلّق.

ثانيًا – ما سبب إبعادك لقدميك الواحدة عن الأخرى عندما تقف داخل حافلة تسير في شوارع تتخلّله منعطفات؟

ثالثًا – فسّر عدم إمكانك لمس أصابع قدميك بيديك بدون ثني الركبتين إذا كانت ساقاك ملاصقتين للحائط.

رابعًا – أُحسب موضع مركز الثقل للرِجل عندما تكون بوضع زاوية قائمة كما في الشكل (125)، علمًا أنّ كتلة القدم يساوي 3.4% من كتلة الشخص، كتلة الرجل السفلية يساوي 9.6% من كتلة الشخص، وكتلة الرِجل العلوية يساوي 21.5% من كتلة الشخص، وأنّ أبعاد كلّ جزء من الرِجل على محوري الإسناد Ox وOy موضّحة في الشكل.



(شكل 125)

مراجعة الفصل الثالث

المفاهيم

الانقلاب	Toppling	غير منتظمة الشكل	Non Uniform Shape
الاتّزان السكوني	Static Stability	مركز الثقل	Center of Gravity
الاتّزان غير المستقرّ (القلق)	Unstable Equilibrium	مركز الكتلة	Center of Mass
الاتّزان المحايد	Neutral Equilibrium	مساحة القاعدة الحاملة	Supporting Area
الاتّزان المستقرّ	Stable Equilibrium	منتظمة الشكل	Uniform Shape
الثقل	Weight	نظام من الجسيمات	System of Particles
الزاوية الحدّية	Critical Angle		

الأفكار الرئيسة في الفصل

- مركز ثقل جسم ما هو النقطة الواقعة عند الموضع المتوسّط لثقل الجسم.
- عند قذف جسم في الهواء، يتبع مركز ثقله مسارًا منتظمًا على شكل قطع مكافئ حتّى لو تأرجح أو دار حول مركز الثقل.
- يقع مركز الثقل للأجسام متماثلة التكوين ومنتظمة الشكل عند المركز الهندسي لها.
- إنّ مركز كتلة الجسم الذي يُسمّى أيضًا مركز العطالة، هو الموضع المتوسّط لكتل جميع الجزيئات التي يتكوّن منها هذا الجسم.
- ينطبق مركز كتلة الجسم على مركز ثقله عندما يكون الجسم على سطح الأرض أو قريب منها، بحيث لا يختلف مقدار قوّة الجاذبية الأرضية بين أجزائه.
- لا يعتمد موقع مركز الكتلة على طريقة اختيارنا لمحاور الإحداثيات، بل على توزيع الجسيمات التي تؤلّف النظام.
- يحافظ الجسم على اتّزانه عندما يكون خطّ عمل ثقله داخل حدود المساحة الحاملة له.
- إنّ قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة يزيد من ثبات الجسم ويمنع انقلابه.
- الزاوية الحدّية θ_c هي الزاوية التي يكون فيها مركز ثقل الجسم في أعلى نقطة.
- يكون الجسم في حالة اتّزان مستقرّ إذا ارتفع مركز ثقله لأعلى عند إزاحته.
- يكون الجسم في حالة اتّزان غير مستقرّ إذا انخفض مركز ثقل الجسم عند إزاحته.
- يكون الجسم في حالة اتّزان محايد عندما لا تسبّب أيّ إزاحة ارتفاعًا أو انخفاضًا في مركز ثقله.

المعادلات الرياضية في الفصل

$$\boxed{\vec{R}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 r_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots}}$$

$$x_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i x_i$$

$$y_{c.m.} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i y_i$$

$$\boxed{\theta_c = 90 - \tan^{-1}\left(\frac{2h_{cg}}{b}\right)}$$

خريطة مفاهيم الفصل

استخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

مركز الكتلة	نظامية الشكل	مركز الثقل	المركز الهندسي
نقطة على الجسم	نقطة خارج الجسم	الأجسام صغيرة الأبعاد	غير نظامية الشكل

تحقق من فهمك

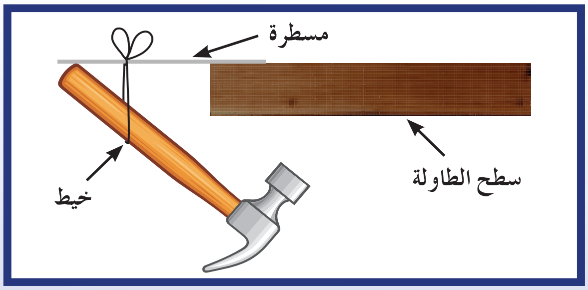
ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلّ ممّا يلي:

1. كتلتان نقطيتان $m_1 = (500)g$ و $m_2 = (100)g$ تبعدان الواحدة عن الأخرى $(30)cm$. فإنّ موضع مركز الكتلة يقع:
   - ☐ بين m_1 و m_2، والأقرب إلى m_1 داخل القطعة بينهما .
   - ☐ عند متوسّط المسافة بين m_1 و m_2 .
   - ☐ بين m_1 و m_2، والأقرب إلى m_2 داخل القطعة بينهما .
   - ☐ على الخطّ الحامل للكتلتين لجهة m_1 وخارج القطعة بينهما .
2. موقع مركز الكتلة لكتلتين m_A و m_B يبعدان الواحدة عن الأخرى L ، وحيث $m_A > m_B$ يُحدَّد بالنسبة إلى نقطة إسناد على الكتلة A بالعلاقة:
   - ☐ $x_{CG} = \frac{L\,m_B}{m_A}$
   - ☐ $x_{CG} = \frac{L\,m_A}{m_B}$
   - ☐ $x_{CG} = \frac{L\,m_B}{m_A + m_B}$
   - ☐ $x_{CG} = \frac{L\,m_A}{m_A + m_B}$
3. إذا ارتفع مركز كتلة الجسم لأعلى عند إزاحته ، يكون الجسم في:
   - ☐ حالة اتّزان حركي .
   - ☐ حالة اتّزان غير مستقرّ .
   - ☐ حالة اتّزان متعادل .
   - ☐ حالة اتّزان مستقرّ .
4. عندما تكون زاوية الانقلاب الحدّية صغيرة يكون:
   - ☐ ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة أصغر من طول الضلع العمودي على محور الانقلاب .
   - ☐ ارتفاع مركز الثقل عن القاعدة أكبر من طول الضلع العمودي على محور الانقلاب .
   - ☐ ارتفاع مركز الثقل يساوي طول ضلع القاعدة العمودي على محور الانقلاب .
   - ☐ ارتفاع مركز الثقل أصغر من مساحة القاعدة الحاملة للجسم .
5. يكون الجسم أكثر استقرارًا وثباتًا عندما يكون مركز الثقل:
   - ☐ على نقطة الارتكاز .
   - ☐ أسفل نقطة الارتكاز .
   - ☐ أعلى من نقطة الارتكاز .
   - ☐ منطبق على مركز الكتلة .

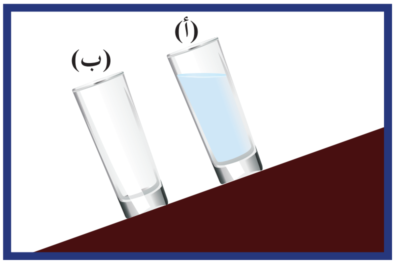
تحقق من معلوماتك

أجب عن الأسئلة التالية:

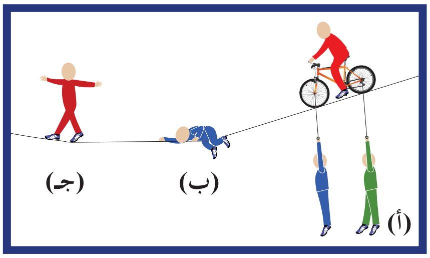
1. لمنع اهتزاز إطارات السيارات أثناء دورانها ، توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار . أين يقع مركز ثقل الإطار المتزّن؟
2. علّق مطرقة في مسطرة غير مثبّتة كما في الشكل المقابل ، اِشرح سبب عدم سقوط المطرقة والمسطرة .



3. ما العوامل المؤثِّرة في ثبات الجسم ومقاومته للانقلاب؟
4. أيّ الكأسين في الشكل المقابل غير مستقرّ ويمكن أن ينقلب؟ اشرح.



5. أيّ من الأشكال التالية يعتبر في حالة اتّزان مستقرّ؟ اتّزان غير مستقرّ؟ اتّزان متعادل؟ اِشرح.

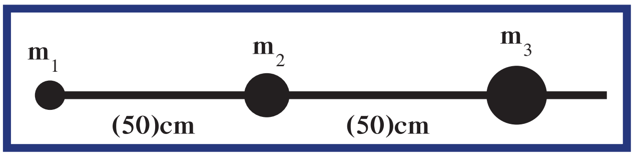


6. قارن بين حالتي الاتّزان المتعادل وغير المستقرّ.

تحقق من مهاراتك

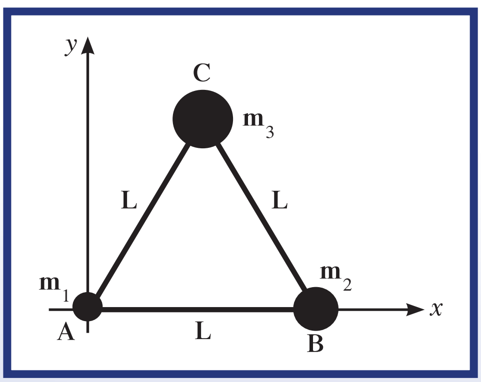
حلّ المسائل التالية:

1. كتلتان نقطيتان $m_1 = (200)g$ و$m_2 = (400)g$ موضوعتان على محور السينات، وتبعدان الواحدة عن الأخرى $(50)cm$. احسب أين يقع مركز كتلة الجسمين؟
2. ثلاث كتل نقطية $m_1 = (10)g$ و $m_2 = (20)g$ و $m_3 = (30)g$. أُحسب أين يقع مركز الكتلة:
(أ) إذا وُضعت على خطّ مستقيم، وتبعد الواحدة عن الأخرى $(50)cm$ كما في الشكل (126).



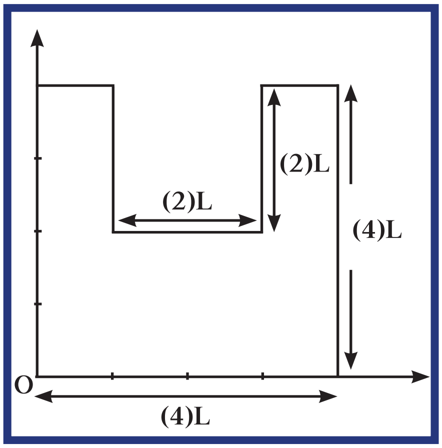
(شكل 126)

(ب) إذا وُضعت على رؤوس مثلّث متساو الأضلاع، طول ضلعه L، بحيث نضع m_1 على الرأس A وm_2 على الرأس B وm_3 على الرأس C، علمًا بأنّ A هي نقطة ارتكاز المحورين المتعامدين Ax وAy (شكل 127).



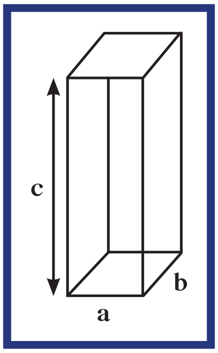
(شكل 127)

3. أُحسب موضع مركز الكتلة بالنسبة إلى نقطة الإسناد O في الشكل (128) مستخدمًا المعطيات الموجودة على الرسم. (علمًا أن الشكل مصنوع من المادة نفسها وله السماكة نفسها.)



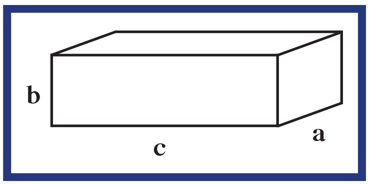
(شكل 128)

4. صندوق على شكل متوازي مستطيلات له الأبعاد التالية:
$b = (5)cm$، $c = (40)cm$، $a = (5)cm$، موضوع على سطح أفقي أملس، على أن يكون الضلع c عموديًّا على السطح الأفقي.



(أ) أُحسب مقدار الزاوية الحدّية التي إذا أُميل بها الصندوق بزاوية أكبر منها انقلب على جنبه.

(ب) أُحسب مقدار الزاوية الحدّية في حال وُضع الصندوق على السطح الأفقي، حيث أنّ الضلع c على سطح الطاولة والضلع b عمودي على السطح.



(جـ) في أيّ حالة يكون الصندوق أكثر مقاومة للانقلاب على جنبه؟

مشاريع الفصل

التواصل

أُكتب مقالًا لا يزيد عن عشرة أسطر تبيّن فيه سبب اعتبار المقعد الأوسط في الحافلة أكثر راحة للركاب، عندما تتحرّك الحافلة في شوارع المدينة الملتوية. ضمِّن مقالك أفكارًا علمية تدعم رأيك.

نشاط بحثي

ثبات السيّارة ومقاومتها للانقلاب من أهمّ العوامل التي تعمل شركات السيّارات على تحقيقها في السيّارات الحديثة.

اِجرِ بحثًا تستخدم فية أدوات البحث المناسبة لتوضّح مميّزات التصميم التي تحقّق هذه الغاية، متّبعًا الخطوات التالية:

الفصل الرابع

حركة الأقمار الصناعية
Satellite Motion

صورة لأقمار صناعية تدور حول الأرض

منذ القدم، اهتمّ الإنسان بمراقبة الفضاء ودراسة النجوم والكواكب، وحركتها وتأثيرها على الأرض وعلى حياته. واستخدم لهذه الغاية ما توفّر له من أدوات، بدءًا بالعين المجرَّدة، مرورًا بالتلسكوب، حتّى توصّل اليوم إلى استخدام الأقمار الصناعية والمحطّات الفضائية.

استخدم الإنسان الأقمار الصناعية، فوضعها حول الأرض لتكوّن توابع أرضية، ولتؤدّي مهمّات شتّى تختلف باختلاف نوع القمر والمدار الموجودة عليه. وأرسل أيضًا أقمار أخرى لتجوب الفضاء، وترسل له المعلومات ليحلّلها، فيفهم خبايا ما يدور حوله في الفضاء المجهول.

عند التفكير بالأقمار الصناعية تروادنا الكثير من الأسئلة منها:

ما هي القوى المؤثِّرة على هذه التوابع الأرضية أثناء وجودها على مداراتها؟ هل للجاذبية الأرضية أيّ تأثير على هذه التوابع؟ لماذا لا تترك مساراتها وترتطم بالأرض؟ ما سرّ مساراتها الدائرية أو البيضاوية؟

الإجابة عن هذه الأسئلة هي محور هذا الفصل الذي سيذكّرنا بقانون الجذب الكوني لنيوتن ودوره في حركة القمر كتابع طبيعي للأرض، لندرس من بعدها حركة الأقمار الصناعية ومساراتها وسرعتها وأنواعها.

دروس الفصل

مسارات الأقمار الصناعية
Orbits

الأهداف العامة

- يفسّر المسار الدائري للأقمار الصناعية.
- يعلّل عدم زيادة سرعة تابع أرضي في مساره الدائري متأثّرًا بقوّة جذب الأرض.
- يحسب سرعة القمر الصناعي.
- يحسب الزمن الدوري للقمر الصناعي.
- يحسب سرعة الإفلات.
- يربط بين حركة الأقمار الصناعية وحفظ الطاقة.

تتحرّك الأقمار الصناعية بفعل قوّة جذب الأرض لها، لكنّها مع ذلك لا تسقط نحو الأرض، فكيف يحدث ذلك؟ ما هي سرعة هذه الأقمار؟ كيف نَصف مساراتها؟ وكيف نضعها على مسارها؟

1. أشكال المسارات Shapes of Orbits

تتمّ عملية إطلاق قمر صناعي على مرحلتين. فيُنقل القمر في المرحلة الأولى بواسطة صاروخ إلى النقطة B من الفضاء الخارجي، حيث يطلق بسرعة v_0 في المرحلة الثانية، ويكون $\vec{v_0}$ متعامدًا مع OB.

فإذا كانت v_0 أكبر من سرعة الإفلات v_e التي تساوي (11.2)km/s والتي سنتعلّم كيفيّة احتسابها لاحقًا، ($v_0 > v_e$)، يفلت القمر من تأثير الجاذبية ويبتعد عن الأرض نحو اللانهاية، ويكون مساره قطعًا زائدًا Hyperbolic، وفي حال $v_0 = v_e$ يفلت القمر على شكل قطعًا مكافئًا Parabolic (الشكل) وفي الحالتين لن يقترب هذا القمر من الأرض مجدّدًا.

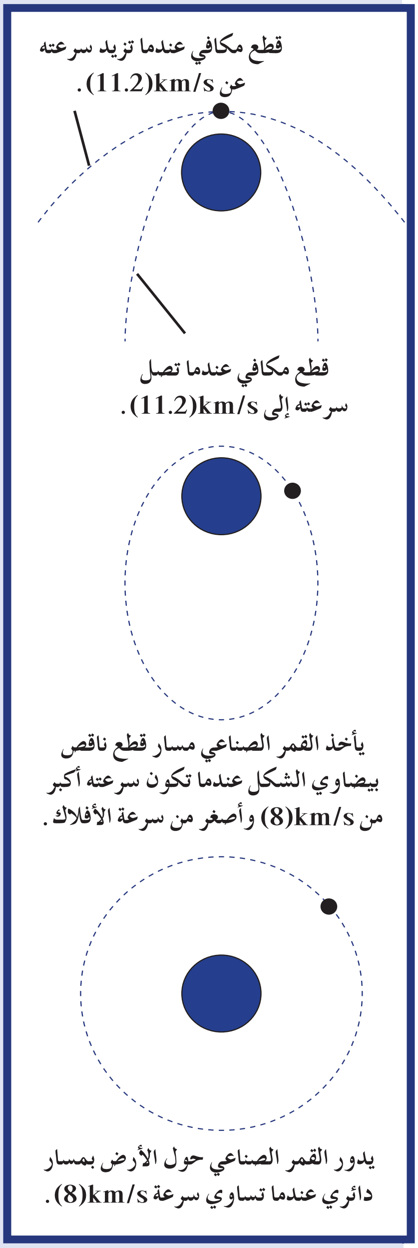
أمّا إذا كانت $v_0 < v_e$ فيبقى القمر في مدار الأرض ويكون مساره بيضاويًّا (قطع ناقص) (شكل 129)، وعندما تساوي سرعته (8)km/s، فإنّه يدور حول الأرض على مسار دائري.

ملاحظة: يمكن استعمال العمليات الحسابية التي سنقوم بها لحساب سرعة الأقمار الصناعية لحساب سرعة دوران الكواكب حول الشمس.

2. المسارات الدائرية Circular Orbits

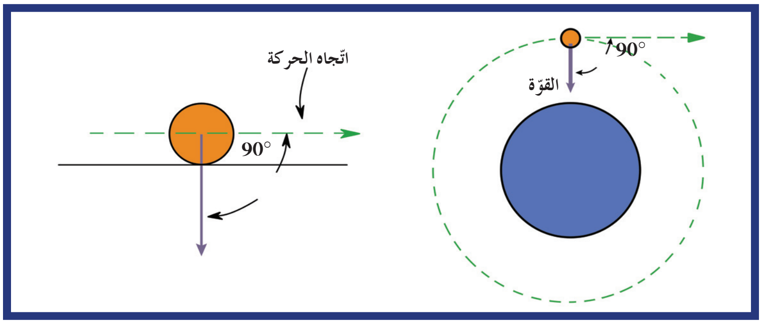
ومن الملاحَظ في المسارات الدائرية لقمر صناعي حول الأرض أنّ سرعته لا تتغيّر بفعل الجاذبية الأرضية. ولكي تفهم ذلك، سنجري مقارنة بين قمر صناعي يتّخذ مسارًا دائريًّا وكرة بولينج تتدحرج على سطح زجاجي أفقي (شكل 142).

لماذا لا تتسبّب قوّة الجاذبية الأرضية في زيادة سرعة كرة البولينج؟



(شكل 129)

الإجابة هي أنّ قوّة الجاذبية الأرضية لا تدفع الكرة إلى الأمام أو إلى الخلف ،إنّما تجذبها رأسيًّا إلى أسفل باتّجاه عمودي لاتّجاه حركتها، وبالتالي لا توجد مركّبة لقوّة الجاذبية الأرضية للكرة باتّجاه الحركة.



(شكل 130)

(الرسم إلى اليسار) قوّة الجاذبية على كرة البولينج لا تؤثّر في سرعتها لعدم وجود مركّبة لقوّة الجاذبية في اتّجاه الحركة الأفقية.

(الرسم إلى اليمين) ينطبق المبدأ نفسه على القمر الصناعي في مداره الدائري. ففي الحالتين، تتعامد قوى الجاذبية على اتّجاه الحركة.

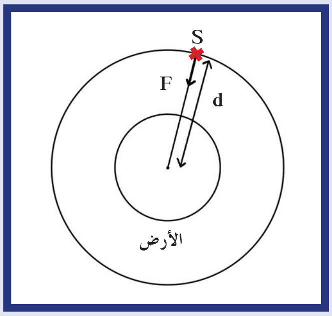
وذلك ينطبق على القمر الصناعي في مساره الدائري. فيتعامد اتّجاه حركته في الأوضاع كلّها مع قوّة الجاذبية. كما أنّ القمر الصناعي لا يتحرّك باتّجاه الجاذبية، ممّا لا يزيد من سرعته أو يبطئها سرعته. إنّما يتعامد اتّجاه حركته مع الجاذبية، فلا يحدث أيّ تغيير في مقدار سرعته، بل في اتّجاه هذه السرعة فقط. وعلى ذلك، تكون السرعة التي يتحرّك بها القمر الصناعي (أو أيّ تابع أرضي) متعامدة مع اتّجاه قوّة الجاذبية الأرضية وموازية لسطح الأرض، ويكون مقدارها ثابتًا.

1.2 حساب السرعة الخطّية لقمر صناعي

Calculating the Linear Speed of a Satellite

تُعطى قوّة جذب الأرض لقمر صناعي بالعلاقة التالية:

$$\boxed{F = G\,\frac{Mm}{d^2}} \quad (1)$$



(شكل 131)

التجاذب بين الأرض والقمر الصناعي

حيث G تمثّل ثابت الجذب العامّ $G = (6.67 \times 10^{-11})N.m^2/kg^2$، M تمثّل كتلة الأرض، m تمثّل كتلة القمر الصناعي، وd تمثّل بعد القمر الصناعي عن مركز الأرض.

يدور القمر الصناعي حول الأرض بسرعة دائرية منتظمة تحت تأثير قوّة الجاذبية الأرضية نحو مركزها، وبعجلة مركزية $a_c = \frac{v^2}{d}$. وبالتالي ستكون القوّة التي يخضع لها القمر الصناعي $F = m.a_c$، فنحصل على:

$$\boxed{F = m\,\frac{v^2}{d}} \quad (2)$$

ومن المعادلتين (1) و(2) نحصل على:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{d}}}$$

2.2 حساب السرعة الدائرية (الزاوية) لقمر صناعي وزمنه الدوري

Calculating the Rotational Speed and the Period of a Satellite

باستخدام العلاقة التي تربط السرعة الخطّية بالسرعة الدائرية، يمكننا أن نستنتج أنّ السرعة الدائرية (الزاوية) للقمر الصناعي تحسب بالمعادلة التالية:

$$\boxed{\omega = \frac{v}{d} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{d}}}{d}}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{GM}{d^3}}}$$

ولأنّ الزمن الدوري T يساوي $T = \frac{2\pi}{\omega}$، وبالتعويض عن مقدار ω، نحصل على:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM}}}$$

$$\boxed{T^2 = 4\pi^2\frac{d^3}{GM}}$$

مسألة مع إجابة

يدور قمر صناعي حول الأرض على ارتفاع d من سطحها.
أُحسب مقدار d إذا كان الزمن الدوري للقمر الصناعي:
$T = (125)\text{min}$.
الإجابة: $d = (1.9 \times 10^6)\text{m}$

مثال (1)

ما هو ارتفاع مسار القمر الصناعي عن سطح الأرض ليكمل دورة كاملة حول الأرض خلال 3 ساعات؟
علمًا أنّ كتلة الأرض: $M = (6 \times 10^{24})\text{kg}$، ونصف قطر الأرض: $R = (6400)\text{km}$.

طريقة التفكير في الحلّ

1. حلّل: اذكر المعلوم وغير المعلوم.

المعلوم: كتلة الأرض: $M = (6 \times 10^{24})\text{kg}$

نصف قطر الأرض: $R = (6400)\text{km}$

غير المعلوم:

ارتفاع مسار القمر عن سطح الأرض: $d = ?$

2. احسب غير المعلوم

(أ) باستخدام المعادلة الرياضية $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+d)^3}{GM}}$، وبالتعويض عن المقادير المعلومة في المعادلة نحصل على:

$$3600 \times 3 = 2\pi\sqrt{\frac{(6400 \times 10^3 + d)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

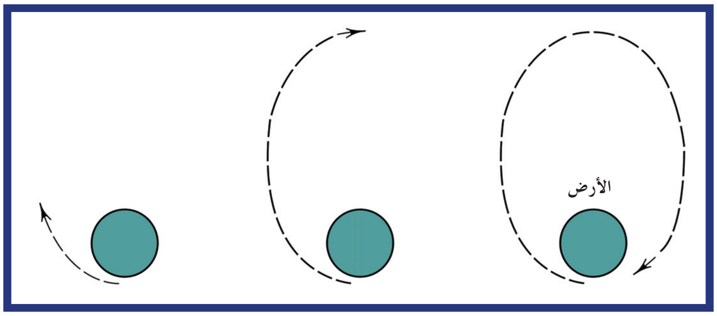
$$\Rightarrow d = (4.17 \times 10^6)\text{m} = (4.17 \times 10^3)\text{km}$$

3. قيّم: هل النتيجة مقبولة؟

إنّها نتيجة منطقية لقمر يكمل دورة كاملة حول الأرض خلال 3 ساعات.

3. مسارات القطع الناقص Elliptical Orbits

عندما تكون سرعة القمر الصناعي أكبر من قيمة السرعة الحدّية التي تعطيه مسارًا دائريًّا $(8)km/s$، وأصغر من سرعة الإفلات $v_e = (11.2)km/s$، فإنّه يتخطّى المسار الدائري مبتعدًا عن سطح الأرض وفق مسار أقلّ انحناء منه (شكل 132). وبذلك، لن تكون حركته متعامدة مع قوّة الجاذبية، فتقوم هذه القوّة بخفض سرعته تدريجيًّا بحيث يعود للاقتراب من الأرض بسرعة متزايدة حتّى تصل إلى قيمتها الأولى، وتتكرّر الحركة كلّها مرّة تلو الأخرى. يُسمّى المسار التي تشكّله هذه الحركة بالقطع الناقص Ellipse.



(شكل 132)

مسار على شكل قطع ناقص. عند زيادة سرعة القمر الصناعي عن $(8)km/s$، إنّه يتخطّى المسار الدائري، فيندفع مبتعدًا عن سطح الأرض في عكس اتّجاه الجاذبية. وعندما يصل إلى أبعد نقطة عن مركز الأرض، يبدأ بالاقتراب منها مرّة أخرى. ويستعيد القمر الصناعي السرعة التي فقدها عند الابتعاد، ويكرّر هذه الحركة مرّات عديدة متتالية.

1.3 رسم قطع ناقص Drawing an Elliptical Orbit

إِستخدم خيطًا ودبّوسين وقلم رصاص في رسم قطع ناقص كما هو موضَّح في الشكلِ (133). جرّب أشكالًا عدّة بحيث يتغيّر البعد بين الدبّوسين في كلّ مرّة، أو حاول أن ترسم قطعًا ناقصًا عن طريق تتبّع حدود ظلّ كرة موضوعة فوق منضدة مستوية. كيف تستطيع أن تحرّك الكرة لتحصل على أكثر من شكل للقطع الناقص؟

4. حفظ الطاقة وحركة الأقمار الصناعية

Energy Conservation and Satellite Motion

درسنا سابقًا أنّ الأجسام المتحرّكة لها طاقة حركية (KE) وأنّ جسمًا واقعًا على ارتفاع ما من سطح الأرض يكون له طاقة وضع (PE). لذلك يكون للقمر الصناعي طاقتا وضع وحركة في أيّ موضع من مداره حول الأرض. ويكون مجموع طاقتي الوضع والحركة مقدارًا ثابتًا في أيّ من هذه المواضع (شكل 134).

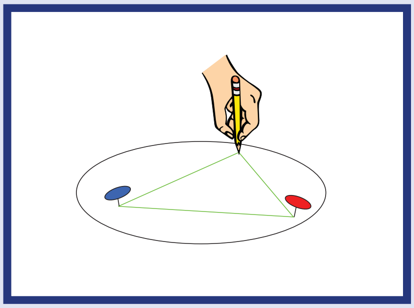
في المدار الدائري، تكون المسافة التي تفصل مركز الكواكب عن مركز القمر الصناعي ثابتة. ويعني هذا أنّ طاقة وضع القمر الصناعي تكون أيضًا ثابتة. ومن قانون حفظ الطاقة، يمكن أن نستنتج ثبات طاقة الحركة للقمر نفسه، ومنها نستنتج ثبات سرعته في مداره الدائري.

فقرة إثرائية

ارتباط الفيزياء بالتكنولوجيا

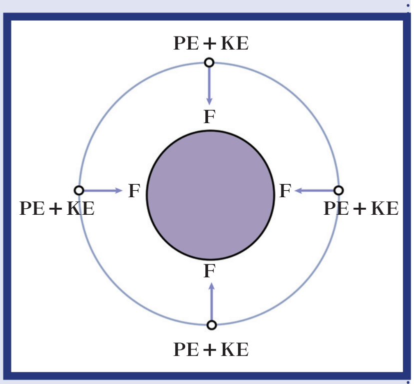
مهندسو تصميم الأقمار الصناعية

تلعب الأقمار الصناعية دورًا مهمًّا في تواصل الأبحاث العلمية، وفي الحصول على المعلومات البيئية وخدمات الاتّصالات. وتقوم الهيئات الرسمية في الدولة المسؤولة عن الاتّصالات بتوظيف المهندسين المناسبين لتصميم وتصنيع هذه الأقمار الصناعية بمواصفات إلكترونية محدَّدة، وإمكانية وضعها في مسار معيَّن مطلوب، حاملة الأجهزة المناسِبة للمهمّة التي ستُطلَق من أجلها. كما تُراعى في التصميم قدرة القمر على مقاومة الظروفِ التي يُمكِن أن يتعرّض لها من انعدام الوزن أو اختراق الغلاف الجوّي.



(شكل 133)

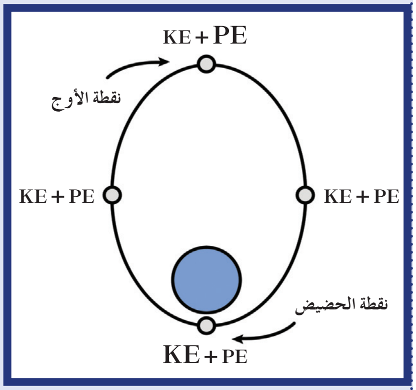
طريقة بسيطة لرسم قطع ناقص.



(شكل 134)

تشير قوى الجاذبية على القمر الصناعي دائمًا إلى مركز الكوكب الذي تدور حوله. وإذا كان مسار القمر الصناعي دائريًّا، فلا توجد مركّبة للقوى باتّجاه الحركة، وبالتالي لا تتغيّر السرعة ولا طاقة الحركة.

يختلف الوضع في حالة المسارات التي تتَّخذ شكل قطع ناقص لاختلاف المسافة والسرعة، فتزيد طاقة وضع القمر الصناعي بزيادة بعده عن مركز الأرض. ويصبح لها أعلى قيمة عند نقطة الأوج Apogee أي النقطة الأقصى، وهي النقطة الأبعد عن الأرض، وأقلّ قيمة عند نقطة الحضيض Perigee أي النقطة الأدنى، وهي النقطة الأقرب إلى الأرض. وبالتالي، يكون لطاقة الحركة أقلّ قيمة عند النقطة الأقصى وأكبر قيمة عند النقطة الأدنى (شكل 135). ومن الطبيعي أن نذكر هنا أنّ مجموع طاقتي الوضع والحركة مقدار ثابت عند أيّ نقطة على المسار، وذلك لغياب الاحتكاك.



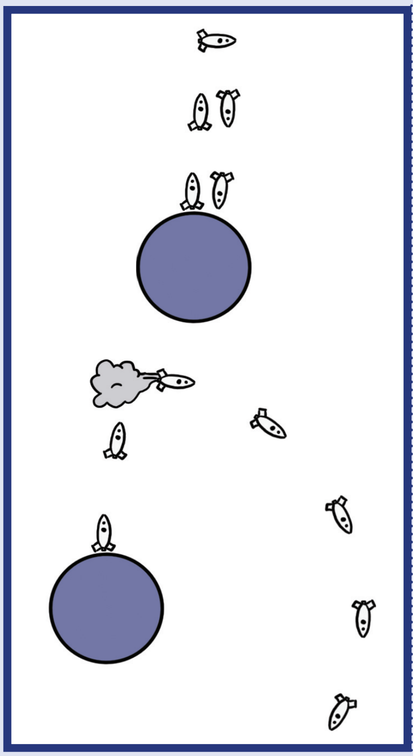
(شكل 135)
مجموع طاقتي الوضع والحركة مقدار ثابت عند جميع نقاط المسار الذي على شكل قطع ناقص.

5. سرعة الإفلات Escape Velocity

عند إطلاق مكّوك فضاء ليتّخذ مسارًا ما حول الأرض، تُعتبَر سرعة الصاروخ الحامل للمكوك واتّجاه هذه السرعة من العوامل المهمّة لنجاح وضعه في المسار المطلوب. فماذا يحدث إذا أُطلق الصاروخ رأسيًّا لأعلى ليكتسب سرعة (8)km/s؟ يجب أن يهرب كلّ العاملين في محطّة الإطلاق لأنّ هذا الصاروخ سوف يعود مع حمولته إلى نقطة إطلاقه، وبسرعة الإطلاق نفسها، وينفجر هو والمحطّة. إذًا لوضع المكّوك في مدار حول الأرض، يجب إطلاق الصاروخ أفقيًّا بسرعة (8)km/s في المنطقة خارج الغلاف الجوّي لتفادي احتكاك الهواء.

وقد يتساءل بعضنا: ألا توجد سرعة إطلاق رأسية تمكّن الصاروخ وحمولته من أن يطيرا ويرتفعا، وأن يفلتا من جذب الأرض؟ الإجابة هي نعم، يمكنك إطلاق أيّ جسم بسرعة أكبر من (11.2)km/s. وبإهمال مقاومة الهواء، سوف يتمكّن الجسم من مغادرة الأرض، وقد تقلّ سرعته أثناء ابتعاده لكنّه لن يتوقّف. دعنا نناقش ما يحدث من وجهة نظر الطاقة الميكانيكية لهذا الجسم.

إذا تساءلنا عن الطاقة اللازمة لإرسال صاروخ إلى مسافة لا نهائية، متحرِّكًا بعكس اتّجاه جذب الأرض، قد يتبادر إلى أذهاننا أنّ طاقة الوضع عند هذا البعد اللانهائي تكون كمّية لا نهائية أيضًا. لكن يجب أن نتذكّر هنا التناقص السريع لقوى الجاذبية طبقًا لقانون التربيع العكسي. وبذلك تكون قوّة الجاذبية الأرضية على الصاروخ كبيرة عند المسافات القريبة من سطح الأرض فقط. لذلك، معظم الشغل المبذول في إطلاق الصاروخ يُستهلَك بالقرب من الأرض.



(شكل 136)
لا يتمّ وضع المكّوك في مدار حول الأرض بدفع الصاروخ رأسيًّا إلى أعلى، بل يحتاج إلى مرحلتين: مرحلة إطلاق رأسية ليصل إلى خارج الغلاف الجوّي، ثمّ مرحلة إطلاق أفقية بسرعة (8)km/s ليدور المكّوك حول الأرض.

ويمكن استنتاج سرعة الإفلات من خلال تطبيق مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية لجسم يتحرّك تحت تأثير قوّة محفوظة Conservative Force، وتكون سرعة الإفلات أدنى سرعة يجب أن يتّخذها الجسم ليتحرّر من الجاذبية.

فإذا انطلق جسم له كتلة m وسرعة v_e من سطح الأرض، يصل إلى نقطة اللانهاية حيث تساوي سرعته صفرًا وطاقة وضعه صفرًا، فتكون إذًا:

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_e^2 - \frac{GMm}{r} = 0 + 0}$$

أي أنّ طاقة الوضع Potential Energy = الطاقة الحركية Kinetic Energy

وبالتالي:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = (11.2)\text{km/s}$$

نستنتج أنّ حيث G هو ثابت الجذب العامّ، M كتلة الأرض و r نصف قطر الأرض. ونلاحظ إذًا أنّ سرعة الإفلات ترتبط بخصائص الكوكب فقط.

(شكل 137)

أُطلِقت مركبة بايونير 10 من الأرض عام 1972، واستطاعت الإفلات من المجموعة الشمسية عام 1984 لتتجوّل في الفضاء الكوني.

مراجعة الدرس 1-4

أوّلًا – وُضِع قمر صناعي على مسار أرضي استقراري.

أُحسب ارتفاعه عن سطح الأرض علمًا أنّ:

نصف قطر الأرض يساوي (6370)km

كتلة الأرض تساوي (6.0×10^{24})kg

الزمن الدوري يساوي $T = (23)\text{h}\ (55)\text{min}\ (40)\text{s}$

مقدار ثابت الجذب العامّ $G = (6.67 \times 10^{-11})\text{N.m}^2/\text{kg}^2$.

ثانيًا – هل تعتمد سرعة دوران قمر صناعي في مداره حول الأرض على بعده من الأرض؟ كتلته؟ كتلة الأرض؟

ثالثًا – إذا أُطلِقت قذيفة مدفع من قمّة جبل عالٍ، تغيِّر الجاذبية الأرضية من سرعتها أثناء تحرّكها في مسارها. أمّا إذا أُطلِقت بسرعة كافية لتتّخذ مدارًا دائريًّا حول الأرض، لن تغيِّر الجاذبية من سرعتها في هذه الحالة. لماذا؟

رابعًا – يتدحرج حجر كرويّ بسرعة $v = (30)\text{km/h}$ ويتّخذ مدارًا دائريًّا له نفس قطر كوكب كروي ذو كثافة متجانسة، وقطر هذا الكوكب (8)km.

(أ) أُحسب كتلة هذا الكوكب.

(ب) أُحسب كثافة الكوكب. هل هذه الكثافة مقبولة؟

مراجعة الفصل الرابع

المفاهيم

الجاذبية الكونية	Universal Gravitation	حفظ الطاقة	Energy Conservation
سرعة الإفلات	Escape Velocity	المسار الدائري	Circular Orbit
مسار القطع الناقص	Elliptical Orbit		

الأفكار الرئيسة في الفصل

- تتبع حركة هذه الأقمار قانون نيوتن للجاذبية الكونية، فتكون مساراتها دائرية إذا كانت سرعتها المماسية تساوي (8)km/s، أو قطعًا ناقصًا إذا كانت سرعتها المماسية أكبر من (8)km/s وأصغر من (11.2)km/s.
- تفلت هذه الأقمار من جاذبية الأرض إذا فاقت سرعتها المماسية (11.2)km/s.
- سرعة الأقمار الصناعية التي تدور على مسارات دائرية ثابتة تساوي:
  $$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{d}}}$$
  حيث G ثابت الجذب العام، M كتلة الكوكب و d المسافة بين الكوكب والقمر.
- الزمن الدوري للقمر يساوي:
  $$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM}}}$$
- قوّة التجاذب بين كتلتين m_1 و m_2 تفصل بينهما مسافة d هي بحسب قانون الجذب العامّ لنيوتن:
  $$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}}$$
  حيث G ثابت الجذب العامّ.

خريطة مفاهيم الفصل

استخدم المصطلحات الموضّحة في الشكل التالي لرسم خريطة مفاهيم تُنظّم معظم الأفكار التي احتواها الفصل.

تحقق من فهمك

ضع علامة (✓) في المربّع الواقع أمام العبارة الصحيحة في كلّ ممّا يلي:

1. إذا أُطلِق قمر صناعي بسرعة مماسية $(8)km/s$ يكون مساره:

☐ دائريًّا . ☐ قطعًا ناقصًا .

☐ يفلت من جاذبية الأرض . ☐ غير محدَّد .

2. لحساب سرعة قمر صناعي له مسار دائري نستخدم العلاقة $v = \sqrt{\frac{GM}{d}}$ حيث M هي:

☐ كتلة الكوكب . ☐ كتلة القمر الصناعي .

☐ ثابت الجذب . ☐ المسافة بين مركزي الجسمين .

3. اقترب قمر صناعي زمنه الدوري (T) من الأرض حتّى أصبحت المسافة التي تفصله عنها تساوي نصف المسافة الأصلية . فإنّ زمنه الدوري:

☐ لم يتغيّر . ☐ أصبح $2T$.

☐ أصبح $\frac{T}{2}$. ☐ أصبح $\frac{T}{2\sqrt{2}}$.

تحقق من مهاراتك

حلّ المسائل التالية:

1. أُحسب السرعة المدارية للأرض حول الشمس بوحدة m/s . اِفترض أنّ مدار الأرض دائري وأنّ المسافة التي تفصل الأرض عن الشمس هي $(150 \times 10^6)km$.
2. ما السرعة القصوى التي يصطدم بها جسم بسطح الأرض عندما يسقط من سكون من ارتفاع شاهق ، تحت تأثير الجاذبية الأرضية .
3. أُحسب الزمن الدوري لقمر صناعي يدور حول كوكب ما بدلالة كتلة الكوكب M ، ونصف قطر المسار (r) وثابت الجذب $(G = (6.67 \times 10^{-11})N.m^2/kg^2)$.

مشاريع الفصل

التواصل

اكتب مقالًا تعلّل فيه ثبوت سرعة قمر صناعي له مسار دائري .

نشاط بحثي

قم ببحث تبيّن فيه أخطار مخلفات الأقمار الصناعية المستهلكة على الأقمار الصناعية التي ما زالت في الخدمة . ضمّن بحثك خطورة هذه المخلفات علي الكرة الأرضية وخاصة بعد ازدياد معدل ثاني أكسيد الكربون في طبقات الغلاف الجوي . أذكر بعض اقتراحات الدول في معالجة هذه المخلفات وطرق التخلص منها .